

## UMR ADEF

### JOURNAL DU SEMINAIRE TAD/IDD

Théorie Anthropologique du Didactique  
& Ingénierie Didactique du Développement

*Ceux qui prennent le port en long au lieu de le prendre en travers.*

Marcel Pagnol (1895-1974)

*Le lendemain, Aymery prit la ville.* Victor Hugo (1802-1885)

*Le séminaire TAD & IDD, animé par Yves Chevallard, a une double ambition solidaire : d'une part, il vise à mettre en débat des recherches (achevées, en cours ou en projet) touchant à la TAD ou, dans ce cadre, à des problèmes d'ingénierie didactique du développement, quel qu'en soit le cadre institutionnel ; d'autre part, il vise à faire émerger les problèmes de tous ordres touchant au développement didactique des institutions, et notamment des professions de professeur, de formateur et de chercheur en didactique. Deux domaines de recherche sont au cœur du séminaire : un domaine en émergence, la didactique de l'enquête codisciplinaire ; un domaine en devenir, la didactique des praxéologies mathématiques.*

*La conduite des séances et leur suivi se fixent notamment pour objectif d'aider les participants à étendre et à approfondir leur connaissance théorique et leur maîtrise pratique de la TAD et des outils de divers ordres que cette théorie apporte ou permet d'élaborer. Sauf exception, les séances se déroulent le vendredi après-midi, de 14 h à 16 h puis de 16 h 30 à 18 h 30, cette seconde partie pouvant être suivie à distance par visioconférence.*

### → Séance 8 – Mardi 3 juillet 2012

## UN PROGRAMME DE RECHERCHE

### 1. Le futur proche

a) J'ai été amené il y a quelque temps à résumer mes orientations de recherche pour les temps à venir. J'en ai proposé le tableau que voici :

Mes travaux en cours portent sur deux secteurs de recherche non indépendants : (1) celui des *changements de paradigme didactique* dans les formations scolaires et universitaires et des conditions du développement corrélatif d'une *pédagogie de l'enquête* ; (2) celui de *l'économie et de l'écologie didactiques des formations et activités potentiellement utilisatrices de mathématiques*. Il en résulte les engagements suivants :

- Au plan local, la poursuite d'une *recherche de terrain* dont le cadre est un atelier (intitulé « Enquêtes sur Internet ») organisé au collège Vieux Port de

Marseille. Ce dispositif, qui regroupe chaque année une douzaine d'élèves de 4<sup>e</sup> ou de 3<sup>e</sup>, dont je suis le concepteur et dont j'ai été depuis quatre ans l'animateur principal (au sein d'une équipe composée d'une maître de conférences, d'un professeur du collège et d'un technicien informatique), doit se poursuivre au cours des deux prochaines années au moins.

- Au plan local toujours, la participation à la *vie scientifique* de l'équipe ACADIS au sein de l'EA 4671 ADEF (avec, pour l'année à venir, le thème des méthodologies de recherche en didactique et en particulier celui du *rapport à la contingence*).
- Au plan national et international, la conception et la réalisation d'un séminaire mensuel, le *séminaire TAD/IDD*, suivi en présence à l'IUFM d'Aix-Marseille et en visioconférence en France et à l'étranger. (Pour l'année 2011-2012, le texte et l'enregistrement des différentes séances se trouvent à l'adresse [http://www.aix-mrs.iufm.fr/formations/filieres/mat/dfd/2011-2012/tad\\_idd\\_12.html](http://www.aix-mrs.iufm.fr/formations/filieres/mat/dfd/2011-2012/tad_idd_12.html).)
- Au plan national et international, la conception et la réalisation des *congrès internationaux sur la TAD*, rendez-vous cruciaux dans la vie scientifique internationale dans le domaine. Le 4<sup>e</sup> congrès se tiendra à Toulouse du 21 au 26 avril 2013. (Pour les actes du congrès précédent, voir [ActesCITAD3.pdf](#)).
- Au plan national et international, la publication d'un *traité de didactique* dressant l'état des connaissances en TAD (en français, avec glossaire en anglais).
- Au plan international, (1) des *collaborations de recherche* notamment avec le groupe de recherche espagnol Bahujama et en particulier avec sa composante de Barcelone (Université autonome de Barcelone / Université Ramon Llull) ; (2) des *cours doctoraux*, par exemple à l'Université de Copenhague, où je donnerai un cours doctoral en anglais en octobre 2012. C'est dans ce cadre de collaboration scientifique (Copenhague, Barcelone) que prend place la *direction de la thèse* d'une étudiante coréenne (Sineae Kim) sur l'écologie et l'économie des connaissances mathématiques dans différents domaines des études en sciences sociales.

b) Il s'agit là, je l'ai dit, d'un résumé. Mais j'y cerne ce que je crois être l'essentiel des engagements que je peux prendre aujourd'hui pour le futur proche. Ainsi que je le note en passant, les deux grands secteurs – celui des conditions et contraintes déterminant et les changements, et les stases (1) dans le paradigme didactique des institutions de diffusion de connaissances, (2) dans les formations et les activités potentiellement utilisatrices de mathématiques (et d'autres savoirs) *ne sont nullement indépendants*. En particulier, il convient d'étudier comment les besoins de connaissances (et

notamment de connaissances « mathématiques ») sont reconnus et, partiellement au moins, satisfaits ; ou, au contraire, comment ils sont ignorés, écartés, niés, comme dépourvus d'utilité. Mais je voudrais, ici, commencer par examiner quelques points touchant le premier des deux secteurs de recherche que j'ai mentionnés.

## **2. Un passé récent**

a) J'ai répondu il y a peu à une invitation qui m'avait été lancée par un collègue, Stéphane Faes, de l'IUFM des Pays de la Loire (Université de Nantes), qui s'y occupe notamment de la formation des formateurs. Cet IUFM avait programmé deux *Journées d'étude et de réflexion*, le mardi 26 juin et le mercredi 27 juin 2012, sous le titre *Qu'est-ce qu'enseigner (éduquer) aujourd'hui ?* Je me permets de reproduire ici le texte de présentation de ces journées, qui me paraît susceptible d'intéresser nombre de collègues :

La question de la diversification des débouchés professionnels ouverts aux étudiants que nous formons aux métiers de l'enseignement et de l'éducation au travers des masters dont nous sommes les porteurs autant que de ceux auxquels nous contribuons, a ouvert la question de la compétence (et des compétences) que les enseignements proposés permettent de développer. Des travaux ont été menés tout au long de la présente année universitaire pour clarifier cette question et les enjeux de formation en découlant : ouverture de nouveaux terrains de stage, initiation à la recherche ouvrant sur des questions relevant d'autres contextes de travail que ceux de l'enseignement, approche des compétences développées dans une perspective générique plutôt que spécifique. Des réflexions de même nature ont surgi parallèlement dans le contexte de la démarche de délivrance de diplôme par le biais de la VAE ou dans celui des formations ouvertes à des professionnels en exercice.

Cet enjeu d'ouverture a paradoxalement reposé une question essentielle : quel est, au fond, le cœur du métier des enseignants, professeurs ou conseillers d'éducation ? Qu'est-ce qu'enseigner, professer, éduquer aujourd'hui ?

Nous nous étions, depuis un certain nombre d'années, largement mobilisés pour concevoir, préciser, ajuster, transformer les dispositifs et les pratiques de formation dans un contexte fortement évolutif. Il importe – et cela s'avère un impératif désormais – de nous préoccuper de ce qui définit l'exercice des métiers-cibles de la formation : de l'enjeu fondateur, celui d'ouvrir à l'élève les chemins de l'œuvre humaine à la question plus globale de la professionnalité enseignante aujourd'hui. Au-delà du développement des métiers de l'enseignement et de l'éducation auxquels nous contribuons, il s'agit de cerner la nature et les ressorts du processus de mutation actuel. Il apparaît essentiel, en tout état de cause, que la formation que nous dispensons permette de

développer chez nos étudiants et stagiaires des compétences ouvertes : ouvertes aux évolutions d'importance qui marquent les métiers de l'enseignement et de l'éducation, ouvertes plus généralement aux métiers de la diffusion des savoirs et de la formation.

La journée d'étude proposée s'articulera autour de ces deux enjeux forts :

- exercer dans une école qui forme des citoyens capables d'apprendre par eux-mêmes ;
- favoriser la recomposition dynamique d'une identité professionnelle éclatée, voire incertaine.

b) À ce chapeau général s'ajoute un titre commun aux deux journées en question : *La formation des enseignants saisie sous l'angle de la question : qu'est-ce qu'enseigner (et que faut-il enseigner) aujourd'hui ?* Cela précisé, l'invitation qui m'a été lancée m'a amené à prononcer, le mardi 26 juin dernier, une conférence dont le titre, proposé par Stéphane Faes (mais que je n'ai ni récusé ni retouché), était le suivant : *Former des professeurs qui puissent promouvoir une « instruction publique globale » : nouveau paradigme scolaire, exigences curriculaires, outils de l'étude*. Je reprends dans ce qui suit l'essentiel de ce que j'ai présenté dans ce cadre.

## **« QU'EST-CE QU'ENSEIGNER (ET QUE FAUT-IL ENSEIGNER) AUJOURD'HUI ? »**

### **1 Prolégomènes**

a) Que répondre à la question qui donne son titre à cette partie ? Il m'a semblé qu'une réponse devait apporter d'abord certains éclaircissements à propos de ma propre position ; qu'il me fallait donc préciser de prime abord « d'où je parle », comme on disait en un temps plus heureux, où changer le monde paraissait presque facile, comme à portée de main. La réponse à cette question naguère rituelle peut se résumer en une expression : je parle depuis la TAD. Mais elle doit, pour une meilleure intelligence des choses, se déployer quelque peu ; et c'est cela peut-être qui est l'opération la plus délicate.

b) Le premier éclaircissement à donner m'a semblé être le suivant : l'univers à décrire, expliciter et expliquer est un univers qu'on peut recevoir d'abord comme une *fiction* – une fiction à mes yeux indispensable pour *poser* le problème de « l'avenir de l'enseignement ». Cette précision devait permettre – y suis-je arrivé ?, c'est une autre histoire – de désarmer certaines réticences qui peuvent se faire jour dans un assez vaste auditoire. Mon exposé devait donc pouvoir être reçu par qui le voulait comme un *conte*, un conte où se

mêlent, sans qu'on s'en préoccupe trop, éléments réels et motifs *peut-être* imaginaires. Il s'agit en vérité de rendre visible un univers qui, vous le savez, a seulement commencé à émerger dans les interstices d'un univers ancien encore très largement dominant.

c) Avant de peindre rapidement ces deux univers, il m'a paru nécessaire d'introduire un premier principe : on sait qu'il y a, en TAD, des *institutions* et des *personnes*. Cela rappelé, on y suppose aussi qu'un *exposé* sur une réalité *quelle qu'elle soit* est un discours *qui procède d'une institution* (ou d'un complexe d'institutions). À strictement parler, ainsi, une question de la forme « Qu'est-ce que... ? » – Qu'est-ce que le sucre, le ciel, la fonction logarithme, un actant, etc. ? – *n'a pas de sens univoque*. Une telle question est intrinsèquement *plurivoque*. Il en va de même avec les questions, à cet égard plus explicites, moins naturalisées, de la forme « Qu'appelle-t-on... ? » Car *qui* appelle ainsi (ou *qui* a un jour appelé ainsi) telle ou telle entité ? Posons qu'il n'existe pas d'institution absolue, « naturelle », qui définirait univoquement, et qui plus est *pour toujours*, les entités dont nous nous occupons.

d) C'est ainsi que la manière dont la TAD définit la notion d'institution ou de personne lui est propre. Mais elle le fait d'une façon qui reste assez proche de celle d'un supposé « sens commun » pour que je ne m'arrête pas davantage sur ces notions, sinon pour dire que l'une comme l'autre ont une extension sans doute beaucoup plus grande que celle que leur reconnaît ledit « sens commun ».

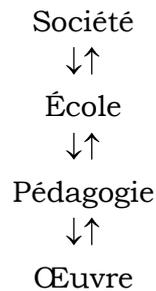
e) Le principe précédent pourrait bien choquer professeurs et formateurs, qui, dans l'univers aujourd'hui dominant, sont en vérité des *facteurs d'univocité* : le chlore, c'est ceci, l'Empire byzantin, c'est cela ; etc. Une institution d'enseignement dira ainsi, sans vaciller, ce qu'est une équation du second degré ou un programme informatique, ce que sont les couleurs primaires, etc. Les « facteurs d'univocité » que sont contraints à être, aujourd'hui, professeurs et formateurs sont ainsi, *volens nolens*, des *contrefacteurs*. Contre cet habitus, vécu par eux comme un devoir en quelque sorte intériorisé, et même naturalisé, le principe évoqué plus haut énonce que, aux questions les plus simples, les réponses que l'on rencontre, que l'on sélectionne, que l'on diffuse sont, malgré qu'on en ait, des définitions « provinciales ». Il n'y a pas de réponses « capitales », « absolues ». Il n'y a que des réponses institutionnellement marquées, parfois antagoniques mais souvent aussi suffisamment compatibles pour que l'intercompréhension continue d'exister entre acteurs d'institutions différentes et pour qu'un dialogue et un débat restent possibles, pourvu que les institutions et leurs acteurs soient capables d'un minimum de tolérance

vis-à-vis d'autrui. Le partage, la diffusion, la réception non totalement dénaturante sont alors à l'ordre du jour.

f) Je ne peux qu'espérer des auditoires et des lecteurs ouverts à cette diversité institutionnelle ! Cela dit, il convient alors de préciser un peu plus « d'où je parle ». La TAD, la théorie anthropologique du didactique, définit plusieurs notions clés que je mets au point de départ du « conte » promis. Il y a d'abord *le didactique* – « le didactique » comme on pourrait dire « le politique », « le religieux », « l'économique », « le sexuel », etc. C'est là une manière de parler qui désigne *une réalité fondamentale de nos sociétés*. On dira en effet, naïvement, qu'il y a du *didactique* (au sens large) dans une situation sociale chaque fois que quelque personne ou quelque institution fait quelque chose pour que quelque personne ou quelque institution apprenne quelque chose. Le quelque chose qui est fait, appelons-le un *geste didactique* ou, plus banalement, un *fait didactique*. Le quelque chose à apprendre, c'est l'*enjeu didactique*, que je note usuellement à l'aide d'un petit cœur (♥), parce qu'il est *au cœur* de l'affaire. Qu'appellera-t-on alors *la didactique* ? Je dis bien *la didactique*, et non la didactique de ceci, la didactique de cela, etc. On pourrait dire rapidement que *la didactique* est la science *du didactique*. Mais une telle définition, qui peut servir de repère, est en vérité insuffisante. On dira donc plus largement que la didactique est la science *des conditions et des contraintes de la diffusion* (et de la non-diffusion) *des connaissances dans un ensemble d'institutions donné*. J'ajoute ici que, en TAD, toute « science » est science de certains systèmes de conditions et de contraintes : la didactique, à cet égard, suit la loi générale. La définition qui en est proposée ici énonce ainsi d'abord le « genre prochain » avant de faire connaître « la différence spécifique ».

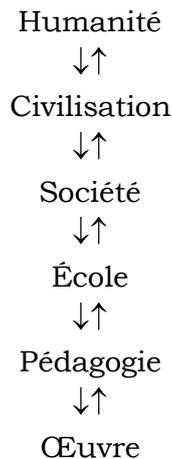
g) À ce qui précède, je me dois d'ajouter au moins deux précisions. Quand on parle de la diffusion des connaissances, de quelles connaissances parle-t-on ? Pour répondre, je dois introduire la notion d'*œuvre*, définie comme désignant toute production humaine possible (un opéra, un théorème, une « histoire drôle », par exemple, sont des œuvres). Je pose que toute œuvre procède d'une *intention* ; qu'elle a, ou qu'elle a eu, des *raisons d'être*, même quand celles-ci ont été oubliées. Une technique de résolution des équations du second degré est ainsi une œuvre ; un poème, de même, est une œuvre ; un cours sur l'Empire byzantin est une œuvre encore, comme le sont les définitions possibles des notions d'équation du second degré, de poème, d'Empire byzantin. Je vais alors retoucher un peu ma définition de « la didactique » : celle-ci est la science des conditions et des contraintes de la diffusion *de la connaissance des œuvres*.

h) Une deuxième précision concerne les « conditions et contraintes » dont parle la définition que j'ai donnée. Le didactique – ce qui peut être fait pour aider quelqu'un ou quelque institution à connaître une certaine œuvre – dépend éminemment de cette œuvre mais ne dépend pas *que* de cette œuvre. On se doute en effet que ce didactique *peut* dépendre de certaines conditions existant dans la *société*, ou dans l'*école* où l'action prend place, et dépendre encore de la *pédagogie* qu'on y pratique. Cela conduit à considérer une « échelle des niveaux » dite de « codétermination didactique », que l'on peut représenter comme suit :



Pour faire court, j'introduis la notion de *système didactique* formé autour d'une œuvre  $O$  comme *enjeu didactique*, que je note  $S(X; y; O)$  : l'ensemble  $X$  est celui des « étudiants » (des élèves, des formés, etc.) ; la personne  $y$ , ou l'ensemble de personnes  $Y$ , est là pour aider  $X$  (et chaque personne  $x \in X$ ) à connaître  $O$ , la figure emblématique, quoique *non exclusive*, de  $y$  étant celle du « professeur ». La TAD définit la *pédagogie au sens large* en métaphorisant son sens originel grec et latin : elle consiste en la manière dont, au sein d'une société, un « élève »  $x$  est amené jusqu'à une œuvre  $O$  à connaître. La pédagogie qui apparaît dans l'échelle ci-dessus est en fait la pédagogie en un sens restreint, la *pédagogie scolaire*, par laquelle, au sein d'une école donnée, un élève  $x$  est conduit jusqu'à l'œuvre  $O$  à connaître.

i) On notera que, en conséquence de ces définitions, « le pédagogique » participe du didactique *au sens large*. Le parcours *pédagogique* conduit l'élève  $x$  jusqu'au seuil de l'œuvre à connaître. Au-delà, c'est le didactique *au sens strict*, c'est-à-dire dépendant essentiellement des conditions et des contraintes portées par l'œuvre  $O$  elle-même, qui prend le relais. S'il est déraisonnable de croire pouvoir expliquer la diffusion ou la non-diffusion d'une œuvre  $O$  sans prendre en considération ces conditions et contraintes-là, comme le font ou le firent autrefois certains « pédagogues », il n'est pas davantage possible – selon la TAD – d'y parvenir en ne prenant en compte *que* ces conditions et contraintes-là, ainsi que le font *peut-être* encore certains « didacticiens ». Les travaux conduits dans le cadre de la TAD ont même poussé à rajouter à l'échelle ci-dessus deux échelons supérieurs, que je me contenterai de nommer sans les commenter davantage :



C'est en ce point que je peux commencer – un peu arbitrairement, sans doute – à entrer plus avant dans mon propos.

## 2. Le paradigme de la visite des œuvres

a) Le « paradigme » qu'évoque le titre de cette section est un paradigme *didactique*. Le mot *didactique* apparaît dans cette dernière expression comme un adjectif ; dans ce rôle, en TAD, « didactique » correspond simplement au substantif *étude*, au verbe *étudier* (l'étude d'une œuvre étant ce qu'il faut faire pour espérer connaître cette œuvre). Un paradigme didactique est un *paradigme de l'étude des œuvres* (ou d'une certaine catégorie d'œuvres). Cela précisé, il existe un paradigme qui reste aujourd'hui dominant dans ce qu'on nomme « le système scolaire ». On peut le schématiser en deux étapes : tout d'abord, au niveau de la société, voire de la civilisation, on désigne un répertoire d'œuvres  $O_1, O_2, \dots, O_n$  à étudier (à connaître) ; ensuite, au niveau de l'école, où se forment des classes que je note  $(X; y)$ , on enjoint à  $y$  de faire étudier les œuvres  $O_1, O_2, \dots, O_n$  au groupe d'élèves  $X$  qu'on lui a confié, l'étude de  $O$  se traduisant par la formation, le fonctionnement puis la dissolution d'un système didactique  $S(X; y; O)$ .

b) La classe  $(X; y)$  passe ainsi de l'étude d'une œuvre  $O$  à celle d'une autre œuvre,  $O'$ . C'est l'étude d'une œuvre  $O$  que je nomme la *visite* de  $O$ . La classe est donc entraînée dans une suite de visites d'œuvres regardées comme autant de « monuments ». Cela suppose de la part du « guide »  $y$  une certaine connaissance des œuvres à visiter – d'aucuns diront : une connaissance *certaine* de ces œuvres ! Cela suppose surtout une forte *docilité* de la part des élèves  $x$ . Il faut rappeler ici que *docile* vient du latin *docilis*, qui dérive lui-même de *docere* « instruire ». *Docilis* s'applique d'abord à qui apprend aisément et se montre disposé à s'instruire, sens qu'a conservé l'anglais *docile*. Que *docile* signifie en français, comme le précise un dictionnaire,

« souple, que l'on manie facilement », « qui obéit facilement, se laisse diriger et persuader » montre une dérive significative : alors que le premier sens permet de parler, ainsi que le fait un dictionnaire en ligne de l'anglais (voir <http://poets.notredame.ac.jp/cgi-bin/wn?cmd=wn&word=docile>), de « *docile pupils eager for instruction* », l'adjectif français ne permet guère d'espérer qu'une soumission ambiguë, fluctuante, à une suite organisée de rencontres que l'on vit plus ou moins passivement.

c) Beaucoup de gens dont l'univers didactique a été celui d'une scolarisation traditionnelle ne connaissent guère que le paradigme de la visite des œuvres, qui est là comme un horizon indépassable de nos sociétés. Dans ce paradigme, on le sait, il appartient à  $x$  de « s'intéresser » aux œuvres visitées. Quand cette appétence n'est pas spontanée, quand l'élève  $x$ , donc, apparaît *indocile*, se pose le « grand » problème de le « motiver », comme on dit, de lui donner un appétit pour des entités qui ne suscitent pas d'eux-mêmes sa convoitise. Ordinairement, on tient que l'échec est du côté de  $x$  tandis que la *responsabilité* de cet échec est mise du côté de  $y$ . Il y a là autant de symptômes qui nous rappellent que, peu à peu, avec la massification séculaire de l'enseignement scolaire, ce paradigme pour *happy few* nous est apparu comme mortellement vulnérable, dépourvu de robustesse, perdant son sens devant l'érosion du désir de connaître, qu'on ne commande guère. C'est là un fait historique – selon moi – que j'énonce sans le mettre ici en débat : acceptons-en un instant la réalité et voyons ce qui peut expliquer cet affaiblissement, voire cet effondrement, du paradigme de la visite des œuvres, que les réformes de programmes successives, les modifications curriculaires par saignées et clystères ne parviennent pas à sauver.

d) Le premier trait que je dois citer est l'*arbitraire* présent à chaque pas de la visite de ces monuments que sont les œuvres à étudier. Il y a d'abord le *choix* des œuvres, qui n'est en règle générale le fait ni des  $x$  ni, au vrai, des  $y$ , même si, dans la période récente, ces derniers ont été invités à s'y associer. Tout cela renvoie à une organisation de la société qui est, dans son essence, *non démocratique* ; une organisation qui vous tombe d'en-haut, sans même que les instances de décision se préoccupent de *justifier* de façon raisonnable, ou, comme on dira aujourd'hui, *citoyenne*, les choix faits. On ne mesure pas à quel point l'École de la République a pu conserver un élément structurant typique de l'Ancien Régime : la disjonction complète du décideur et de l'exécutant, du puissant et du subordonné. Des gens importants, souvent anonymes, décident pour  $y$  et pour  $x$  ; et puis  $y$  décide pour  $x$ . Ce qui est *immotivé*, ici, ce n'est pas  $x$  ; ce n'est pas  $y$ . C'est l'*œuvre O* ; ou plutôt c'est la *suite des œuvres*  $O_1, O_2, \dots, O_n$  et chacun des éléments qui la compose. À la limite, nul ne sait plus dire pourquoi l'œuvre  $O$  a été choisie – sinon par l'effet d'une inertie, d'une hystérésis systémiques. Qui saurait dire

pourquoi, en mathématiques, on enseigne les *angles* ? Pourquoi on visite les notions d'angle *aigu* et d'angle *obtus* ? Et plus encore celles d'angle *saillant*, d'angle *plat* et d'angle *rentrant* ? Et pourquoi on ne visite plus la notion de triangle *scalène*, qualificatif que seuls, aujourd'hui, connaissent encore les cruciverbistes ? Tout cela illustre une faiblesse létale du paradigme de la visite des œuvres, faiblesse que je voudrais maintenant expliciter rapidement.

e) Étudier une œuvre *O*, quelle qu'elle soit, c'est apporter des réponses à un ensemble de questions soulevées à propos de cette œuvre (questions que je note souvent *Q*). Je réduis ici ces questions à trois. La première est des plus familières : *Qu'est-ce que c'est ?* Un triangle scalène, qu'est-ce que c'est ? Un sonnet, qu'est-ce que c'est ? C'est quoi un adverbe ? C'est quoi un nombre complexe ? Etc. La deuxième question peut s'énoncer de multiples manières, que je résumerai par cette formulation unique : *Comment ça marche ?* L'étude que produit ordinairement le paradigme de la visite des œuvres est une étude en règle générale immotivée mais qui s'efforce de répondre à ces deux questions. Il en va bien autrement de la troisième question, dont l'absence est un symptôme clé de la pathologie curriculaire qui affecte aujourd'hui de façon invalidante le paradigme de la visite des œuvres : *À quoi ça sert ?* À quoi sert la notion d'adverbe, ou celle d'angle rentrant ? À quoi sert l'œuvre étudiée, à quoi est-elle *utile*, quelle est son *utilité* ? C'est là une question qui fait symptôme non seulement par son absence (et par l'absence corrélatrice de réponse explicite), mais encore par l'usage agressif qu'en font certains *x* (« Monsieur, Madame, à quoi ça sert, ça ? ») et plus encore peut-être par la détestation qu'ont développée à son encontre certains *y* : qu'une œuvre enseignée puisse être *utile*, puisse avoir une *utilité* est la chose au monde que nombre de professeurs supportent le moins ! Or toute œuvre humaine procède d'une certaine intention ; et on ne se justifie pas de ne pas savoir restituer cette intention ! On ne se justifie pas de ne pas répondre à la question de l'utilité ; on ne se justifie pas d'être incapable de préciser les *motivations*, les *raisons d'être* de l'œuvre à étudier. On ne se justifie pas de ne pas pouvoir expliquer pourquoi elle est là ; et pourquoi on devrait l'étudier. L'extrême point de l'arbitraire est atteint lorsque, ainsi qu'on l'a vu naguère en un pays limitrophe, les professeurs de lettres sont invités à faire partager à leurs élèves leurs « coups de cœur littéraires ». En ce cas, l'étude d'une œuvre n'a plus d'autres raisons d'être que celle de plaire au petit marquis qui gouverne : on livre impitoyablement des *x* à l'arbitraire d'un *y* institué seul juge des contenus d'enseignement. Nous sommes alors *au-delà* des limites d'un enseignement républicain.

f) La déperdition, l'étiollement des raisons d'être des œuvres à étudier, tel est donc le hic. Pourquoi enseigne-t-on la notion de parallélogramme ? Pourquoi

enseigne-t-on l'orthographe ? Si l'institution scolaire n'est plus capable de donner à ces questions des réponses franches, alors les œuvres correspondantes ne sont plus enseignables qu'à quelques-uns ; la masse, elle, ne s'y arrêtera que par l'effet d'une extrême docilité qui cache en règle générale une rébellion mal contenue, promise à éclater mollement plus tard – en général sous la forme d'oublis, de refoulements, parfois d'une indifférence affichée, voire d'une contre-culture rampante. Une quantité inimaginable de connaissances croisées à l'École est ainsi passée par pertes et profits. Ce processus historique, cependant, ne se corrige pas de lui-même : il se nourrit de ses effets, *qui l'amplifie et qu'il amplifie*. Privés de leurs raisons d'être, dépouillés de leur utilité, les œuvres à étudier deviennent des monuments que l'on visite sans se demander pourquoi ils sont là, pourquoi ils ont été jadis créés, à quoi ils ont pu servir et à quoi ils peuvent encore servir. Les visiteurs – les *x*, et parfois aussi les *y* – sont sommés de faire mine de les admirer, de marquer qu'ils les « connaissent », d'une connaissance qui, souventes fois, a perdu son ancrage dans la rationalité des institutions ayant produit et porté ces œuvres ; bref, d'avoir avec eux un commerce convenu et tout formel. Cette *monumentalisation* des œuvres à enseigner va de pair, chez nombre de *y*, avec l'*esthétisation*, la *vénération*, la *sacralisation*, voire la *fétichisation* d'œuvres tenues pour précieuses en elles-mêmes, en même temps que ces *y* s'offusquent de voir des *x* se montrer irrespectueux ou simplement indifférents et purement pragmatiques – « On l'aura à l'examen, ça ? » – à l'endroit d'œuvres qu'ils devraient, selon les principes de cette version corrompue de « l'enseignement des œuvres », sanctifier !

g) Il est au processus historique de « perte de sens » des œuvres enseignées une conséquence contraire. Une œuvre enseignée devrait, ai-je noté, être respectée, admirée, vénérée, à l'instar de quelque objet ancien dont on ne connaît plus les usages mais qu'on expose aux regards supposés bienveillants du visiteur occasionnel. Cela pourtant ne dure pas indéfiniment : un jour, qu'on n'ose dire un « beau jour », il arrive que, faute précisément d'en voir l'utilité possible, on se débarrasse de l'objet en question. C'est ainsi que la monumentalisation curriculaire, corrélative de l'oubli des raisons d'être des œuvres, conduit régulièrement à des *disparitions d'œuvres* dont il devient criant qu'on ne sait plus pourquoi elles étaient là depuis si longtemps : le curriculum monumentalisé fonctionne ainsi comme un « triangle des Bermudes » où tout peut disparaître. C'est alors peut-être que, fugitivement, on redécouvre quelquefois ce que l'œuvre ainsi jetée aux oubliettes rendait malgré tout possible en matière de connaissance et d'action ! On redécouvre, pour le dire d'un mot, sa *valeur fonctionnelle* par delà son idéalisation puis sa dégradation *formelle*. Nous

sommes alors sur le seuil de l'univers que je voudrais maintenant décrire et expliquer, si succinctement que ce soit.

### 3. Le paradigme du questionnement du monde

a) Étudier une œuvre  $O$  n'est pas, en règle générale, un fait premier. Ainsi que je vais m'efforcer de l'expliquer, c'est un fait second, commandé par un projet qui a sa source dans une forme très particulière d'œuvre : dans une *question*, que je noterai génériquement  $Q$ . Une personne  $x$  ou, plus généralement, une institution  $I$  souhaite apporter une réponse, que je note  $R^\heartsuit$ , à la question  $Q$ . *Telle est la situation fondamentale*, qu'on peut schématiser ainsi :  $I : Q \rightsquigarrow R^\heartsuit$ . C'est là que le paradigme dit du *questionnement du monde* trouve son point de départ.

b) Considérons le cas en fait très général où  $I$  est une classe  $(X; y)$ . Ce schéma s'écrit alors :  $(X; y) : Q \rightsquigarrow R^\heartsuit$ . Cela n'exprime encore que le fait que l'institution  $I = (X; y)$  souhaite disposer d'une réponse appropriée,  $R^\heartsuit$ , à  $Q$ . Bien entendu,  $I$  peut confier à autrui le soin de fabriquer cette réponse. Dans une classe scolaire traditionnelle,  $(X; y)$ , nous le savons, ce soin est confié, en quelque sorte par définition, à  $y$ . Pour introduire un vocabulaire utile, je dirai qu'il revient à  $y$  d'*enquêter* sur la question  $Q$ , avant de livrer à  $X$  son *compte rendu d'enquête* – son « cours » – qui contiendra sa réponse à  $Q$ , que je note  $R_y^\diamond$ . Le petit losange en exposant – on lit « r poinçon » – signifie que cette réponse est en quelque sorte *estampillée* par une personne ou une institution ; la lettre figurant en indice donne l'origine de l'estampille : ici, il s'agit de la personne  $y$ . Il se peut que  $y$  ait invité les élèves  $x \in X$  à fabriquer, seuls ou en équipes, leur propre réponse, que l'on notera donc  $R_x^\diamond$  lorsqu'elle émane d'un élève  $x$ , ou  $R_U^\diamond$  lorsqu'elle provient d'une équipe  $U$  d'élèves. Mais généralement, en dernière instance, *la réponse de la classe*,  $R^\heartsuit$ , que je devrais noter  $R_{(X; y)^\diamond}$ , ne sera pas autre chose que  $R_y^\diamond$ , soit la réponse portée par le « cours » (ou le « corrigé », réel ou virtuel) *dû au professeur y*.

c) Qu'en est-il dans le paradigme du questionnement du monde ? Supposons une classe,  $(X; y)$ , et une question,  $Q$ . La classe va étudier la question  $Q$ , c'est-à-dire va enquêter sur la question  $Q$ , pour lui apporter une réponse  $R^\heartsuit$ , ce que représente le schéma suivant :  $S(X; y; Q) \rightsquigarrow R^\heartsuit$ . Ce schéma est appelé *schéma herbartien réduit* (on comprendra dans un moment le sens du qualificatif *réduit*). Il dit simplement qu'un système didactique se forme autour de la question  $Q$ , avec pour objet d'étudier cette question et de lui apporter une réponse  $R^\heartsuit$ . Je généralise légèrement ce schéma en remplaçant la lettre  $y$  par la majuscule correspondante,  $Y$ , ce qui signifie que  $X$  peut être aidé dans son étude de  $Q$  par une *équipe* de  $y$ , chacun d'eux ayant éventuellement des fonctions différenciées. On aura donc maintenant le

schéma herbartien réduit suivant :  $S(X; Y; Q) \rightsquigarrow R^\heartsuit$ . L'adjectif *herbartien* se réfère au philosophe et pédagogue allemand Johann Friedrich Herbart (1776-1841), dont un auteur aujourd'hui disparu, Maurice Cauvin (1915-2012), citait ces lignes dans son livre *Le renouveau pédagogique en Allemagne de 1890 à 1933* (Armand Colin, 1970) :

Le professeur d'Université n'est plus un enseignant (*Lehrender*), l'étudiant n'est plus un enseigné (*Lernender*) ; mais ce dernier poursuit des recherches personnelles, le professeur ayant pour tâche de le guider et de le conseiller dans ces recherches. (p. 38)

Bien entendu, ce passage concerne l'étudiant d'université, alors que le schéma « herbartien » a une totale généralité. L'adjectif *herbartien*, tel que je l'emploie, s'il peut être regardé comme un modeste hommage au pédagogue allemand, ne saurait être tenu pour l'expression d'une fidélité formelle à son œuvre. De façon très libre par rapport à celle-ci, je dirai en vérité d'une personne  $x$  ou d'une équipe de personnes  $X$  qu'elle est – ou se montre – *herbartienne* si, devant une question  $Q$ , elle entreprend d'apporter à  $Q$  une réponse  $R^\heartsuit$ , et cela en constituant un système didactique  $S(X; Y; Q)$ , dans lequel, au reste, l'équipe d'aides à l'étude,  $Y$ , peut fort bien, en certains cas, être vide :  $Y = \emptyset$ . Par contraste, avoir, dans une institution donnée, et par exemple à l'École, un comportement *non herbartien*, voire *antiherbartien*, se définit par le fait de fuir à peu près toute question nouvellement rencontrée : *le non-herbartien vit dans un monde de réponses*, où l'accès à des questions pour lui inédites est strictement contrôlé, par exemple par « le maître »,  $y$ , qui pose les questions avant d'apporter les réponses « définitives ». Par contraste, la *pédagogie de l'enquête* qu'appelle l'émergence du paradigme du questionnement du monde tout à la fois *suppose* et *façonne* des individus et des collectifs *herbartiens*, qui, quand ils ne connaissent pas à l'avance la réponse à la question rencontrée, se mettent en peine – de façon éventuellement différée – de la rechercher.

d) L'habitus antiherbartien engendré par l'éducation scolaire et universitaire dominante conduit normalement à une situation que l'on peut schématiser par cette demande : lorsque le système didactique  $S(X; Y; Q)$ , ou plutôt  $S(X; y; Q)$ , se forme, que font les  $x \in X$ ? Réponse : pour l'essentiel, ils attendent que le professeur leur apporte la réponse qu'ils auront « à apprendre » et « à savoir », soit  $R^\heartsuit = R_y^\diamond$ . Par définition, dans la pédagogie de l'enquête, les choses vont autrement. Une première étape du travail d'enquête de  $X$  (aidé, voire dirigé par  $Y$ ) est de constituer un ensemble d'outils qu'on nomme ici le *milieu pour l'étude* ou *milieu didactique* et que la lettre  $M$  symbolise. Le schéma herbartien *réduit* fait place alors au schéma herbartien *semi-développé* que voici :  $[S(X; Y; Q) \rightarrow M] \rightsquigarrow R^\heartsuit$ . C'est à l'aide

des « outils » rassemblés dans  $M$  que  $X$  produira  $R^\heartsuit$  sous la direction de  $Y$ . En outre, ce que  $M$  pourra contenir va se situer *en rupture* avec l'habitus didactique associé au paradigme de la visite des œuvres, et cela de deux grandes façons. Tout d'abord – c'est là une rupture évidente –, à l'instar de toute équipe de recherche,  $X$  va s'efforcer de s'informer des réponses  $R^\diamond$  d'ores et déjà produites et déposées dans la culture – dans la « littérature », comme on dit dans les sciences. Le milieu  $M$  s'écrira alors ainsi :

$$M = \{R_1^\diamond, R_2^\diamond, \dots, R_n^\diamond, \dots\}.$$

Ces réponses  $R^\diamond$  en quelque sorte « toutes faites » serviront de matériels et de matériaux pour construire la réponse  $R^\heartsuit$  recherchée. Beaucoup d'entre elles se révéleront peu exploitables, voire inexploitable, par exemple du fait de leur indigence, de leurs faiblesses ou, au contraire, de leur bien trop grande sophistication. En tout état de cause, la classe  $(X; Y)$  devra, si peu que ce soit, *étudier* ces réponses  $R^\diamond$ , qui sont elles-mêmes des œuvres – de bonne ou de moins bonne facture, peu importe ici. Cette étude des réponses  $R^\diamond$  et la « fabrication » corrélative de la réponse  $R^\heartsuit$  supposent elles-mêmes des *outils*, autres, divers (théoriques, expérimentaux, historiographiques, calculatoires, etc.), qui ne sont jamais que d'autres œuvres  $O$ . Pour cela on représente ainsi le milieu pour l'étude  $M$  :  $M = \{R_1^\diamond, R_2^\diamond, \dots, R_n^\diamond, O_{n+1}, \dots, O_m\}$ . On en arrive alors au schéma herbartien *développé* :

$$[S(X; Y; Q) \curvearrowright \{R_1^\diamond, R_2^\diamond, \dots, R_n^\diamond, O_{n+1}, \dots, O_m\}] \curvearrowright R^\heartsuit.$$

Notons qu'il faudra étudier les œuvres  $O_{n+1}, \dots, O_m$ , et cela, non pas *in vacuo*, mais de façon *finalisée par un projet précis* : construire une réponse  $R^\heartsuit$  à la question  $Q$ . Tout cela bute pourtant, aujourd'hui, sur un grand obstacle, qu'on pourra dire à loisir didactique, ou épistémologique, mais que j'identifie comme tenant à la *politique de la connaissance* (et de l'ignorance) encore dominante.

e) Cet obstacle, je le désignerai d'un mot d'allure savante, celui de *rétrécognition*. L'habitus gnoséologique engendré par le paradigme didactique scolaire et universitaire participe d'un contrat dont l'une des clauses est la suivante : ce qu'on demande à  $x$  de faire – par exemple construire collectivement ou individuellement une réponse à telle question  $Q$  –,  $x$  doit pouvoir le faire quasi exclusivement *à l'aide de ce qui lui a été antérieurement enseigné*. Il en résulte que  $x$  est accoutumé à « penser vers l'arrière ». C'est ainsi que les éventuelles réponses  $R_i^\diamond$  et les autres œuvres  $O_j$  figurant dans le milieu pour l'étude  $M$  seront censées être *antérieurement connues*, rien de nouveau ne devant s'y glisser. De là les indicibles souffrances des mainteneurs du paradigme de la visite des œuvres – et, corrélativement, de la *pédagogie de l'enseignant* – face à la « triche » aujourd'hui démultipliée par les charmes vénéneux de l'Internet – ce que le paradigme du questionnement du monde supporte sans mal et en vérité *encourage* tout en

en soumettant la pratique à un ensemble d'exigences serrées. L'élève, le citoyen herbartien est ainsi promis à abandonner la rétrocognitivité du monde didactique ancien pour adopter hardiment une attitude *procognitive*, qui regarde les connaissances utiles à l'enquête comme généralement à *venir*, comme se situant devant soi (*pro-*) et non derrière soi (*rétro-*). Il n'y a en effet aucune raison pour que les réponses  $R_1^\diamond, R_2^\diamond, \dots, R_n^\diamond$  et les autres œuvres  $O_{n+1}, \dots, O_m$  appropriées à l'enquête *soient connues d'avance de X*. La vérité m'oblige à dire ici qu'il en va de même pour *y*, point sensible sur lequel je vais revenir rapidement. Chacun des acteurs doit ainsi adopter une posture procognitive : l'élève, l'étudiant, le professeur, le citoyen qu'appelle et que façonne le paradigme du questionnement du monde doivent être solidairement *herbartiens* et *procognitifs*. Mais ce n'est pas tout.

f) L'habitus rétrocognitif est solidaire d'un autre obstacle qui participe également de la politique de la (mé)connaissance la plus indurée dans la culture du système scolaire. Admettons un instant que, pour répondre à une question, il n'est pas nécessaire de connaître la réponse *à l'avance*. Cela supposé, pour arriver à fabriquer cette réponse, il faut cependant manipuler, de façon certes appropriée à la question étudiée, des œuvres qui, *elles au moins, devraient être connues à l'avance*, et dont il faudrait même être un bon connaisseur, à l'instar du professeur telle que la figure en a été dessinée dans le paradigme de la visite des œuvres. Le professeur de physique-chimie est censé savoir à l'avance les éléments de physique qu'il conviendra de mobiliser, même s'il ne sait pas à l'avance *comment* il conviendra de s'en servir ; de même le professeur d'histoire-géographie est supposé connaître à l'avance les morceaux d'histoire dont l'exploitation idoine se révélera utile, voire indispensable. Et ainsi de suite. Il y avait, dans l'école de Pythagore, deux degrés d'élèves : les *ésotériques* et les *exotériques*. Les *ésotériques* savent ; les *exotériques* ont à apprendre. La fiction qu'impose le paradigme de la visite des œuvres, c'est que *y* est un *ésotérique*, qui sait. S'il s'agit là d'une fiction utile à l'acceptation et au fonctionnement de la pédagogie de l'enseignant, il s'agit en même temps d'une illusion dont, dans la transition vers le paradigme du questionnement du monde, nous devons nous débarrasser en adoptant ce principe : *nous sommes tous des exotériques*, des *exotériques* certes plus ou moins avancés sur tel ou tel point, mais qui avons constamment à remettre en jeu nos connaissances et à nous élancer vers des connaissances nouvelles ou renouvelées. Le citoyen à venir devra – tel est ici le précepte directeur – se situer comme un *exotérique*, et refuser de se lamenter de n'être pas déjà, à l'avance, l'introuvable *ésotérique* qu'il fantasme. Qu'on me permette de reprendre ici cette conclusion avancée ailleurs :

« Je vais étudier telle question ; j'ai besoin pour cela de certaines connaissances dont j'ignore la nature et que j'ignore sans doute ; mais je vais les conquérir – ou les reconquérir – à *partir de maintenant*. » En vérité, chacun, y compris le spécialiste supposé, doit se penser constamment comme un exotérique, qui passe les acquis antérieurs supposés, souvent parcellaires, oubliés, fragilisés, partiellement adéquats, à l'étamine du présent. La figure de l'ésotérique est un trompe-l'œil, épistémologiquement et didactiquement perfide. L'élève de l'École à refonder doit ainsi se construire comme *herbartien, procognitif, exotérique* – ce qui est à peu près complètement le contraire du sujet idéal de l'École que nous aurons connue.

Mais, demandera-t-on, tout cela est-il possible ? À portée de main ? C'est là-dessus que je m'arrêterai maintenant.

#### **4. Configurations scolaires à venir**

a) Pour donner une première idée, forcément partielle et approximative, de la pédagogie de l'enquête aujourd'hui en émergence, je prends d'abord un exemple tout concret, celui d'un atelier animé depuis quatre ans dans un collège marseillais dont la population d'élèves est, majoritairement, démunie à bien des égards, et notamment au plan scolaire. Il s'agit de l'Atelier « Enquêtes sur Internet ». Bien entendu, ce dispositif, où l'on tente d'implanter le paradigme du questionnement du monde, est soumis aux contraintes d'un environnement où règne le *paradigme de la visite des œuvres*. C'est ainsi que, par rapport à l'établissement qui l'accueille d'ailleurs très volontiers, l'Atelier est supposé apporter une contribution à la préparation des élèves concernés au B2i, c'est-à-dire à leur formation dans le domaine « Informatique et Internet ». L'atelier (X ; Y) était formé d'une dizaine d'élèves de 4<sup>e</sup> les deux premières années, d'un nombre semblable d'élèves de 3<sup>e</sup> les deux années suivantes. L'équipe Y comprenait essentiellement, outre l'animateur principal – moi-même –, des « acolytes » indispensables : un professeur du collège, une maître de conférences en sciences de l'éducation spécialiste notamment de la recherche d'informations sur Internet et, *last but not least*, le technicien informaticien de l'établissement. Chaque élève disposait d'un ordinateur connecté à l'Internet. Pour éprouver sa maturité herbartienne, procognitive et exotérique, on parcourra d'abord la liste des questions qui ont été au centre du travail de l'Atelier pendant les quatre années passées. On notera que chaque question Q à étudier doit en fait – la chose est rappelée constamment aux élèves – être entendue ainsi : *Quelle réponse les ressources disponibles sur Internet permettent-elles d'apporter à la question Q ?* Voici alors ces questions, dont le petit nombre témoigne que le temps passé à enquêter sur chacune d'elle fut long, parfois même *très long* :

## 2008-2009

**Q<sub>11</sub>.** Un *milliard* (de dollars), c'est *mille* millions (de dollars) ; mais qu'est-ce qu'un *trillion* (de dollars) ?

**Q<sub>12</sub>.** Pourquoi les insectes de nuit se précipitent-ils sur les sources de lumière ?

**Q<sub>13</sub>.** Pourquoi l'oignon fait-il pleurer ?

**Q<sub>14</sub>.** Est-il vrai que les batailles sont devenues plus meurtrières au XIX<sup>e</sup> siècle ?

## 2009-2010

**Q<sub>21</sub>.** Quelle est la 500<sup>e</sup> décimale de  $\pi$  ?

**Q<sub>22</sub>.** Pourquoi (et de combien) le réchauffement climatique ferait-il monter le niveau des mers ?

**Q<sub>23</sub>.** Lorsqu'on copie une URL dans la boîte d'adresse d'un navigateur et que l'on appuie sur la touche « Entrée » (par exemple), on voit (sauf accident) s'afficher plus ou moins rapidement une page Web. D'où cette page vient-elle ? Comment arrive-t-elle sur l'écran de l'ordinateur ?

## 2010-2011

**Q<sub>31</sub>.** Quelle est la 500<sup>e</sup> décimale de  $\sqrt{2}$  ?

**Q<sub>32</sub>.** On dit que l'usage des téléphones mobiles peut mettre en danger la santé des utilisateurs. De quels dangers s'agit-il exactement ?

**Q<sub>33</sub>.** Au bout de combien de temps une bouteille en plastique se détruit-elle ? 5 ans ? 50 ans ? 500 ans ? 5000 ans ? Et comment le sait-on ?

**Q<sub>34</sub>.** Un voyageur va de Paris (France) à São Paulo (Brésil). Le vol dure environ 12 heures. Il rêve que la Terre soit deux fois plus petite qu'elle est, pour raccourcir le voyage. Que se passerait-il pour les humains si la Terre était comme il le rêve ? La vie sur Terre serait-elle la même ? En quoi changerait-elle ?

## 2011-2012

**Q<sub>41</sub>.** Quelle est la 100<sup>e</sup> décimale de  $\frac{31}{19}$  ? La millième ? La dix-millième ? La cent-millième ? La millionième ?

**Q<sub>42</sub>.** On dit que les glaçons flottent sur l'eau parce que la glace serait « plus légère que l'eau ». Est-ce vrai ? On dit aussi qu'on ne sait pas pourquoi la glace est plus légère que l'eau. Est-ce vrai ?

**Q<sub>43</sub>.** Un journaliste interroge un expert en matière d'écologie : « En tant qu'écologiste », lui dit-il. L'expert l'interrompt : « Je ne suis pas un écologiste ;

je suis un écologue. » Quelles différences y a-t-il entre un écologiste et un écologue ?

**Q44.** Dans un texte sous OpenOffice contenant des hyperliens (importés par exemple par un copier/coller à partir d'un site Web), comment éliminer d'un coup tous les liens qui figurent dans un passage donné de ce texte ?

**Q45.** Lorsqu'il n'existe pas de raccourci clavier pour effectuer une certaine opération, peut-on en créer un ? Comment ? Si la chose est possible, comment peut-on créer, sous OpenOffice, un raccourci clavier pour supprimer d'un coup tous les hyperliens figurant dans un passage donné d'un texte ?

**Q46.** Il paraît qu'on trouve sur Internet des sites où l'on peut demander quel jour de la semaine tombait une date donnée. Est-ce vrai ? Est-ce qu'on peut aussi le faire soi-même, sans utiliser de tels calculateurs, et même « de tête » ?

b) À quoi pourrait-on reconnaître le vieux monde didactique dans les réactions d'un témoin  $z$  qui prendrait connaissance de cet ensemble de questions ? Tout d'abord,  $z$  peut être tenté de ne s'intéresser qu'à certaines questions, celles qui sont « de son domaine ». Un professeur d'histoire-géographie me disait ainsi de façon apparemment sincère que la question Q<sub>14</sub> sur le caractère plus ou moins meurtrier des batailles au cours des siècles passés l'intéressait vivement. C'est déjà là la marque d'un certain *non-herbartianisme*, typique des contraintes auxquelles sont soumis les professeurs du secondaire d'aujourd'hui. Si le professeur de mathématiques, ainsi, aura bien l'œil attiré par les questions qu'il voit comme « mathématiques » (Q<sub>21</sub>, Q<sub>31</sub>, Q<sub>41</sub> ; il hésitera sans doute sur Q<sub>11</sub>), il ne s'autorisera sans doute pas, comme d'ailleurs ses collègues d'autres disciplines, à s'intéresser à des questions qui, « clairement », croit-il, ne relèveraient pas de sa discipline – le professeur d'histoire-géographie s'intéressera-t-il à la question Q<sub>42</sub> sur les glaçons par exemple ?

c) Sur le non-herbartianisme scolaire, je voudrais reprendre ici un extrait d'un article cosigné avec Floriane Wozniak et paru dans les actes, intitulés *Balises pour la didactique des mathématiques* et édités par Alain Mercier et Claire Margolinas (La Pensée sauvage, pp. 195-218) de la 12<sup>e</sup> école d'été de didactique des mathématiques tenue à Corps du 20 au 29 août 2003 :

L'exemple [...] illustre un comportement qui ne va nullement de soi, même aujourd'hui, même dans l'institution scolaire : enquêter, pour connaître et faire connaître. Nous vivons en effet dans des sociétés où, de manière souvent explicite, des cloisonnements rigides délimitent des domaines de légitimité exclusifs, l'interdit les concernant étant intériorisé en un véritable *habitus* : il y a ce dont on s'occupe (sa classe, pour un professeur), et il y a ce qui n'est pas de sa compétence, *ce qu'on n'a pas à connaître*, et qu'il vous est interdit

d'approcher, de commenter, etc. Pour faire sentir mieux la chose, nous mentionnerons ici un épisode que rapporte, dans ses *Mémoires*, André Morellet (1727-1819), cet abbé que ses amis philosophes – au nombre desquels figuraient Voltaire et d'Alembert – appelaient *Mords-les !* pour sa promptitude à polémiquer :

En 1764, M. de Laverdy, alors contrôleur général, ayant fait rendre un arrêt du conseil qui défendait d'imprimer sur les matières d'administration, sous peine d'être poursuivi extraordinairement, ceux qu'on appelait alors philosophes furent indignés ; et j'étais de ce nombre. Je combattis pour la liberté de la presse, et j'intitulai mon ouvrage *De la liberté d'écrire et d'imprimer sur les matières de l'administration*. C'était le développement d'une partie du *Traité de la liberté de la presse* que j'avais commencé à la Bastille [...]. Je gardais ici une extrême modération, afin de ne pas rencontrer d'obstacles ; mais cette réserve ne me servit de rien, et je ne pus obtenir pour moi-même la liberté que je demandais pour tous. Cependant mon travail n'avait pas déplu à M. Trudaine ; son fils l'avait communiqué à M. Chauvelin, intendant des finances, et celui-ci au contrôleur général : mais le ministre y fit une réponse à mi-marge, tout entière de maximes despotiques, ou de la théorie des premiers commis : « pour parler d'administration, il faut tenir la queue de la poêle, être dans la bouteille à l'encre ; et ce n'est pas à un écrivain obscur, qui, souvent, n'a pas cent écus vaillants, à endoctriner les gens en place ». J'ai longtemps gardé ce précieux document. On comprend bien que mon ouvrage ne fut pas alors imprimé ; mais en 1774, M. Turgot étant arrivé au ministère, je le publiai avec l'épigraphe de Tacite : *Rara temporum felicitate, ubi sentire quae velis, et quae sentias dicere licet* [« ... le rare bonheur d'une époque où l'on peut penser ce que l'on veut et dire ce que l'on pense »]. (Morellet 1822, p. 158)

Cet interdit de connaître, à propos duquel l'un de nous [voir Chevallard 2002] a émis l'hypothèse, lors de l'école d'été 2001, qu'il était une des causes de la fragmentation savante de la production des connaissances, se saisit *a fortiori* de l'École. Rappelons seulement les deux données fondamentales qui ordonnent l'existence, le développement et le dépérissement des curriculums scolaires : d'une part, la partition relativement stricte des domaines de connaissance étudiés, chaque discipline scolaire se voyant assigné le *monopole à peu près exclusif* de la connaissance d'un champ restreint de conditions et de contraintes de la vie des hommes, ce qui aboutit au *confinement épistémologique* des disciplines scolaires ; d'autre part, l'évident, par *purification épistémologique*, des domaines de connaissance disciplinaires, phénomène particulièrement net dans le cas des mathématiques aujourd'hui. [...] Mais le premier phénomène est peut-être d'abord le plus révélateur d'un fait de civilisation massif, dont les lois gouvernant la formation et l'évolution des curriculums scolaires ne sont au mieux qu'un révélateur. D'une manière générale, on l'a dit, l'accès à la connaissance est soumis à autorisation : un interdit de connaissance fondamental organise notre rapport au monde

naturel et social, interdit qui n'est jamais levé que partiellement, dans des circonstances particulières, comme on accorde un privilège. Le découpage en disciplines est à cet égard une conquête réelle contre une tyrannie maintenue, mais une conquête que cette tyrannie même dénature : car si, à l'intérieur d'une discipline, une certaine permission de connaître est accordée, elle est en même temps *étroitement contrôlée*, avec, en particulier, ce paradoxe que le fait d'avoir été *élève* (ou *étudiant*) ne vous autorise pas à faire état légitimement des connaissances acquises, hormis bien sûr si vous continuez d'occuper la position d'élève en une institution autorisée à diffuser la connaissance en cause. Le circuit est clos. La connaissance d'un domaine fait, scolairement, l'objet d'un monopole local, même si plusieurs disciplines se disputent quelquefois une partie du domaine.

La fragile compatibilité de l'École avec l'interdit de connaissance se construit par le tracé, régulièrement repris, de frontières disciplinaires officielles qui définissent le partage curriculaire de la curiosité autorisée et de l'enquête déplacée. Le confinement disciplinaire respecte d'autant mieux l'interdit de connaissance qu'il est renforcé par un phénomène déjà mentionné : l'éviction de la discipline des contenus « ambigus » qui pourraient donner lieu à des conflits de frontière. Ce processus de purification épistémologique de la discipline est généralement corrélatif de la montée d'un « chauvinisme » disciplinaire qui aboutit fréquemment à ce qu'on peut appeler un *narcissisme* disciplinaire – quand la discipline ne s'occupe plus que d'elle-même...

d) Notre témoin  $z$  pourra aussi, sur les questions qui sont « de son domaine », se récrier : « Mais ils n'en savent pas assez pour faire ça ! » Bien entendu, il s'agit là d'un réflexe typiquement *rétrorcognitif* – alors même que c'est pour avancer dans l'enquête que  $x$  est amené, de façon toute procognitive, à découvrir des œuvres et à les étudier de façon appropriée ! Notons encore que, ce faisant,  $z$  fera comme si la réponse à la question proposée – ou du moins la manière d'y parvenir – lui était *par avance connue*, ce qui est le terrible destin imposé à l'ésotérique, en contradiction avec le principe d'exotérisme généralisé, fondateur de la nouvelle politique de la connaissance qu'appelle le paradigme du questionnement du monde.

e) Je ne peux expliciter ici ce que le travail accompli au cours de ces dernières années – dans l'Atelier « Enquêtes sur Internet » et ailleurs – a permis d'identifier de problèmes et, parfois, d'ébauches de solutions, dans la construction d'une pédagogie de l'enquête. S'agissant des  $y$ , le changement à mettre en route est sans nul doute profond : on ne passe pas sans douleurs d'un monde de non-herbartianisme, voire d'antiherbartianisme, de rétrorcognitivité réflexe, d'ésotérisme prétendu, à un monde herbartien, procognitif, à l'exotérisme assumé. Mais je voudrais, pour illustrer cela, présenter – à nouveau, pour le public de ce séminaire – un petit schéma de

configuration scolaire de l'étude dont le but est d'abord de donner à penser. Soit une classe  $(X; Y)$  de quelque niveau que ce soit – collègue, lycée, master, élèves-ingénieurs, etc.

❶ Le premier point du schéma est que  $(X; Y)$  doit étudier *un ensemble*  $\mathcal{Q}_0$  de *grandes questions* qui constituent le programme de référence des travaux de  $(X; Y)$  : le programme de la classe n'est plus fait *d'œuvres à visiter* mais de « *grandes questions* » à *étudier* (je note ici qu'aucune des questions de l'Atelier évoqué ci-dessus ne mérite sans doute de figurer dans ce répertoire premier, générateur).

❷ Ces grandes questions  $Q \in \mathcal{Q}_0$  sont étudiées dans le cadre d'un *séminaire codisciplinaire* de la classe  $(X; Y)$  (où  $Y$  est au moins l'ensemble des professeurs de la classe), à raison de deux heures chaque semaine ouvrable par exemple. Ce séminaire fonctionne selon le *schéma herbartien*, avec, donc, recherche (sur Internet ou en bibliothèque) de réponses  $R^\diamond$  aux questions  $Q$  et étude de ces réponses ainsi que d'œuvres  $O$  qui apparaissent utiles ou indispensables à la déconstruction des réponses  $R^\diamond$  ou à la construction d'une réponse  $R^\heartsuit$  propre à la classe  $(X; Y)$ .

❸ Les réponses  $R^\diamond$  apparaissent dans des *exposés* (écrits) proposés par  $X \cup Y$  et validés par  $Y$ , d'où elles doivent être extraites (« *excrites* »), tout cela dans le cadre du séminaire codisciplinaire. Celui-ci a une fonction essentielle de *forum disciplinaire* : le travail qui y est effectué soulève en effet des questions relevant de différentes disciplines. Lorsqu'une réponse appropriée ne peut leur être donnée de façon satisfaisante dans le séminaire même, leur étude se trouve renvoyée aux ateliers disciplinaires compétents (« *classe de mathématiques* », etc.).

❹ Le travail du séminaire fait l'objet d'un *Journal* où est consignée la chronique des événements vécus dans le séminaire dont le souvenir paraît mériter d'être conservé et communiqué. Ce *Journal* recueille en particulier les questions apparues au cours du travail et précise celles qui sont « à l'étude » et où elles le sont (dans le séminaire même ou dans tel atelier disciplinaire).

❺ Le travail des ateliers disciplinaires se traduit notamment par la rédaction de *notices* dont l'ensemble constitue un *Dictionnaire*. Un tel dictionnaire doit évidemment être fait de façon à ce que les organisations de connaissances étudiées y apparaissent explicitement – et non pas débitées en morceaux sans liens entre eux. Le principe de rangement alphabétique adopté permet d'envisager la rédaction de dictionnaires disciplinaires, d'abord séparés (dictionnaire de mathématiques, etc.), qui seront réunis *in fine* en un

*dictionnaire de la classe*. (On se rappellera ici le *Larousse du Bac*, sous-titré *De A à Z, les notions essentielles pour réussir*, qui semble n'avoir eu qu'une unique édition, en 1992.)

⑥ Les résultats établis dans le séminaire font l'objet d'une synthèse, les *Actes* du séminaire codisciplinaire, qui sont constitués au fur et à mesure de l'avancement de l'étude des questions et présentent les questions étudiées et les réponses apportées (avec mises à jour au fil du temps si nécessaire).

⑦ On aura donc ainsi : 1) le *Journal* du séminaire codisciplinaire de la classe ; 2) le *Dictionnaire* de la classe (par matières) ; 3) les *Actes* du séminaire de la classe. Ces textes représenteront ce qui aura été fait par la classe et, en même temps, *ce qui devra être connu des élèves*. Dans ce but, on ajoutera à ce qui précède un autre dispositif, à raison de deux heures tous les quinze jours ouvrables par exemple : un *atelier de révision et de contrôle* permettant une mise au point didactique supplémentaire, qui semble indispensable.

f) L'organisation proposée à titre d'exemple soulève bien évidemment de très nombreux problèmes, dont certains ne sont sans doute guère identifiables à ce stade. Le séminaire doit ainsi assumer plusieurs fonctions cruciales. Tout d'abord, il doit assurer la *rencontre répétée, fréquente*, des élèves avec des (traces de) connaissances relevant de diverses disciplines et son assumption dans la culture en construction : c'est là un objectif principal. Sans cela, le rapport commun aux œuvres ne changera pas réellement et substantiellement : le rapport *exotérique* ne se formera pas. Ensuite, le séminaire doit faire l'objet d'une attention cruciale et d'un soin tout particulier dans la mesure où il s'agit d'une institution naissante. À cet égard, la situation actuelle porte en elle un obstacle essentiel : l'extrême *implicitation* des connaissances disciplinaires de tous ordres dès lors qu'elles interviennent *hors des « sanctuaires » voués aux disciplines concernées*. Il est difficile de changer cet état de choses à court terme (à moins bien sûr de travailler sur des questions d'emblée *disciplinaires*), en sorte qu'un effort décisif devra être fait à propos de ce qui s'annonce, dans la perspective ébauchée ici, comme un *problème clé de la profession de professeur*. Enfin, il conviendra que le travail du séminaire codisciplinaire alimente de façon satisfaisante (en qualité, en quantité, en débit) le travail des ateliers disciplinaires concernés, en permettant notamment de couvrir largement le programme-noyau (à construire !) du niveau considéré. Mais c'est là que je m'arrêterai pour aujourd'hui.

## LE SORT FLUCTUANT DES MATHÉMATIQUES

### 1. La barrière des ostensifs

a) Je voudrais revenir un instant sur la question du « confinement » des mathématiques. Ce que j'ai rappelé plus haut laisse penser qu'il y a, en fait, confinement de *toutes* les disciplines marquées institutionnellement de façon forte – par l'École ou l'Université, par la Recherche, etc. – et, pour cela, en quelque sorte « sanctuarisées ». Ce qui semble pourtant plus spécifique des mathématiques, à cet égard, est le fait que les *symbolismes* qui y sont utilisés constituent *le premier élément culturellement répulsif* pour les « profanes ».

b) Une étude récente mérite à cet égard d'être mentionnée. Parue dans les *PNAS (Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America)* et due à Tim Fawcett et Andrew Higginson de la *School of Biological Sciences* de l'Université de Bristol (Royaume-Uni), elle est intitulée *Heavy use of equations impedes communication among biologists*. Le mot *equations* désigne ici, en fait, les « equations, inequalities, and other mathematical expressions », c'est-à-dire en vérité toute expression ostensivement (et ostensiblement) « mathématique ». Dans la partie *Discussion* de leur article, ces auteurs rappellent que, au fond, leurs résultats participent d'un phénomène général *bien connu*, en se référant en l'espèce à des propos de Stephen Hawking datant de 1988 :

In his bestselling book *A Brief History of Time*, the theoretical physicist Stephen Hawking pondered the possible impact of exposing the mathematical details underpinning his work: "Someone told me that each equation I included in the book would halve the sales [...] however, I *did* put in one equation [...] I hope that this will not scare off half of my potential readers".

Voici alors le problème que les auteurs ont voulu étudier (c'est moi qui souligne) :

Most biological research is empirical, yet empirical studies rely fundamentally on theory for generating testable predictions and interpreting observations. In return, empirical data provide both tests of established theory and guidance in the development of new models.

However, the importance of presenting theory in sufficient technical detail can sometimes conflict with the need to communicate the essence of a model in a clear, accessible manner. *Concise and precise description of the structure of a mathematical model demands the use of equations, but such technical details might deter a broad audience of scientists doing largely empirical research. A*

cursory reading of the biological literature reveals that many empirical studies build largely on other empirical studies, with little direct reference to relevant theory. This observation suggests a breakdown of communication that may impede scientific progress.

L'*abstract* de l'article nous permet de prendre une vue d'ensemble sur l'étude réalisée. Les auteurs y reprennent d'abord le thème précédent :

Most research in biology is empirical, yet empirical studies rely fundamentally on theoretical work for generating testable predictions and interpreting observations. Despite this interdependence, many empirical studies build largely on other empirical studies with little direct reference to relevant theory, suggesting a failure of communication that may hinder scientific progress.

On notera en passant que *theory* renvoie ici, en vérité, à un exposé ayant une composante *mathématique visible* (comportant des « *equations* »). Voici alors le résultat principal que les auteurs ont mis au jour (c'est moi qui souligne) :

To investigate the extent of this problem, we analyzed how the use of mathematical equations affects the scientific impact of studies in ecology and evolution. *The density of equations in an article has a significant negative impact on citation rates, with papers receiving 28% fewer citations overall for each additional equation per page in the main text.* Long, equation-dense papers tend to be more frequently cited by other theoretical papers, but this increase is outweighed by a sharp drop in citations from nontheoretical papers (35% fewer citations for each additional equation per page in the main text).

Un autre résultat clé mérite d'être mentionné : « In contrast, equations presented in an accompanying appendix do not lessen a paper's impact. » Autrement dit, si les mathématiques ne sont pas vues comme centralement constitutives du travail dont l'article rend compte, et cela parce qu'elles n'apparaissent pas dans le corps du texte mais restent « cachées » dans une annexe que le lecteur peut prendre la liberté d'ignorer, alors l'article sera lu et cité... La « vertu répulsive » des ostensifs mathématiques est ici on ne peut plus nette !

b) Que faire, alors, face à cette attitude de fuite devant les mathématiques ? Toujours dans l'*abstract*, les auteurs écrivent ceci :

Our analysis suggests possible strategies for enhancing the presentation of mathematical models to facilitate progress in disciplines that rely on the tight integration of theoretical and empirical work.

Ces auteurs, en vérité, disent voir « two main routes to restoring effective communication among biologists ». Ils poursuivent ainsi : « One is to enhance the technical understanding of biology graduates by improving the level of mathematical training they receive. » Mais il y a à cela de forts obstacles, qu'ils présentent en ces termes :

Strengthening mathematics education is a laudable aim and might help to counter the effect we found that the presence of equations in long articles appears to put off some readers. However, any attempts to change educational programs would require considerable time and resources, would be unlikely to yield results for years or decades, would have to compete with other topics for curriculum space, and would need continuous development to hone their effectiveness.

Une autre « solution » est alors avancée :

A complementary and more immediate solution is for those doing theoretical work to describe their models in a way that can be more easily digested by a diverse audience. Our analysis indicates that theoretical articles can be made more accessible by reducing the density of equations in the main text. The best approach would be to add more explanatory text between the equations to describe carefully the underlying biological assumptions inherent in the mathematics. This approach encourages readers to form their own opinion on the appropriateness of the assumptions for different biological situations, thus strengthening connections between theory and empirical work.

C'est là, je me permets de le souligner, une manière de faire que je préconise depuis longtemps dans les articles même de *didactique* des mathématiques, et cela notamment (mais pas uniquement) à l'endroit des mathématiques qui y sont mises en jeu, dans le but d'en finir avec le fable selon laquelle tous les lecteurs potentiels seraient, en toutes matières, des érotériques ! Mais, bien entendu, cette solution (qui a quelque chose à voir avec l'idée générale de *slow science*) bute sur la domination pratique et théorique de la *fast science* :

There is, however, a cost to this approach: It requires more journal pages to present a mathematical model if each equation is accompanied by substantial text. Competition for journal space is increasingly fierce, and we expect that long and detailed model descriptions will be resisted by many short-format journals.

Que faire donc ? Ce que les auteurs préconisent pourrait être anticipé au vu de leurs résultats :

An alternative way to reduce equation density in the main text is to move some of the equations to an appendix, where our analysis suggests that they have no effect on citation rates. Theoretical papers in which most of the mathematical details are presented in an appendix may appeal to a wider audience: The model description in the main text can be understood in general terms by most readers, whereas those who are more mathematically inclined can examine the details by consulting the appendix. For scientists aiming to maximize the impact of their theoretical work, this solution may be the most pragmatic one.

Cette technique soulève cependant quelques difficultés :

However, the risk of moving equations to an appendix is that the main text then glosses over the fine details of the model's assumptions, which can have a big impact on how the predictions are interpreted (...). Authors should avoid this potential problem by clearly stating any assumptions in the main text.

Ici, le verbe *to gloss (over sth.)* signifie à l'évidence ce que le *Harrap's New Standard French and English Dictionary* rend ainsi dans son édition de 1980 : « fausser le sens (d'une observation) ; donner une explication spéceuse (d'une action) ». Bref, les mathématiques apparaissent en cela comme un *garde-fou*, mais comme un *garde-fou absent*. À propos de la « mise en annexe » contrôlée qui est ainsi préconisée, les auteurs, qui ont étudié tous les articles publiés par trois revues clés du domaine de l'écologie et de l'évolution dans leur volume de l'année 1998, ajoutent un développement des plus significatifs :

Our study focused on the use of equations in printed material, because in 1998, electronic (online) appendixes were very rare. Today, most academic journals publish appendixes and other supplementary material exclusively as separate electronic files. Our suspicion is that equations presented in an electronic appendix would be even less off-putting to readers who are not mathematically inclined, because they are effectively hidden from view unless the reader actively chooses to download the associated file.

L'aveu est de taille : « Our suspicion is... » Cachons ces mathématiques que tant d'honnêtes gens ne sauraient voir ! Cela bien sûr a un prix aux yeux de ces auteurs. Observant que « it has become standard to publish appendixes as supplementary electronic files » (leur propre article comporte un tel fichier de quelque 20 Mo), ils soulignent que de tels documents « require more effort or interested readers to access, compared with appendixes published directly after the main text in a printed article ». Ils notent que, en conséquence, leur

étude devrait être reprise « in a few years' time », non sans conclure pourtant de la façon suivante :

To maximize the scientific impact of their work, biologists should consider reducing the equation density in the main text of their theoretical articles. We expect that this approach will facilitate the communication of theory to a broad audience and lead to faster progress in evolutionary biology and in other fields that rely on strong connections between theoretical and empirical work.

Nous retrouvons là, je le note en passant, ce fait que l'adjectif *mathematical* est lui-même caché par ces auteurs derrière le qualificatif *theoretical*, comme si l'on ne pouvait pas même mentionner ce qui fait fuir le lecteur !

c) Je soulignerai en ce point combien les résultats de ces chercheurs semblent confirmer l'idée selon laquelle un type de tâches clé dans la formation du futur citoyen – notamment dans le cadre du séminaire codisciplinaire évoqué plus haut – est le fait de s'attacher à « lire un texte avec de (petits) morceaux de mathématiques dedans », comme par exemple l'équation

$$\hat{H} = 1 - \frac{1}{1 + 2n\mu}.$$

De cela le citoyen herbartien, procognitif, exotérique à venir devrait devenir capable.

## 2. Exemple et contre-exemple

a) L'horreur des « équations » semble ubiquitaire. Le philosophe Alain Badiou, lui, aime les formalismes logiques : voyez par exemple sa *Logique des mondes* (Seuil, 2006). Lisant un texte qu'il consacra jadis (1991) à son maître Louis Althusser (*Petit panthéon portatif*, La Fabrique, 2008, pp. 57-87), je tombe sur un commentaire révélateur à propos de l'affirmation suivante de l'auteur de *Pour Marx* : « La pratique scientifique ou théorique est elle-même divisible en plusieurs branches (les différentes sciences, les mathématiques, la philosophie). » Voici donc ce commentaire (c'est moi qui souligne) :

Trois branches principales, donc. On notera que les mathématiques sont distinguées des sciences proprement dites, et par là même situées dans l'intervalle théorique entre sciences et philosophie. Althusser n'hésite d'ailleurs pas à mentionner les mathématiques et la philosophie comme relevant de ce qu'il appelle « la théorie en ses formes les plus "pures" ». Notons les guillemets qui affectent la pureté.

Ce voisinage de la mathématique et de la philosophie est paradoxal, puisque, plus tard, *Althusser stigmatisera le formalisme comme une déviation moderne typique en philosophie*. Il m'a souvent reproché ce qu'il appelait mon « pythagorisme », soit l'incise, à ses yeux tout à fait excessive, de la mathématicité dans mon propos philosophique.

Comme il arrive souvent aux injonctions du Maître quand le disciple est têtue, je n'ai fait depuis qu'aggraver mon cas. Disons qu'en 1965, le voisinage fait métaphore de ce que la philosophie, dans l'abri d'une parenthèse, est pour lui un lieu de pensée « homogène » aux sciences, quoique sous une forme où l'objet réel est aussi absenté qu'il l'est en mathématique pure.

Toute cette construction sera, on le sait, autocritiquée par Althusser comme représentative d'une déviation « théoriciste ».

Je suis porté à voir en cela, par delà les profonds débats philosophiques où il fait résurgence, *un fait des plus banals* – le malaise que suscite dans la plus haute culture l'apparition des symbolismes de type logico-mathématique, et cela hors de leur sanctuaire propre, les mathématiques « elles-mêmes ».

b) Voilà donc pour l'exemple ; je passe au contre-exemple annoncé. En 1979 paraît en traduction française, chez Economica, un ouvrage intitulé *Introduction empirique à la statistique. Statlab*, signé de J. L. Hodges, David Krech et Richard S. Crutchfield – le premier est statisticien, les deux autres psychologues. La traduction française est due à Maurice Desplas (1937-2012), alors professeur à l'université Paris 10, qui a une double formation, en physique théorique d'abord, en sciences économiques ensuite (voir <http://www.idref.fr/02682809X#730>). Une « note bibliographique », signée de Jacques Fontanel, un autre économiste, paraît dès 1980 dans la *Revue économique* (vol. 33, 4, pp. 782-783) ; je la reproduis ci-après *in extenso* (à nouveau, c'est moi qui souligne) :

Si l'analyse statistique vous rebute, on ne peut que vous conseiller de lire cette introduction empirique à la statistique. Cet ouvrage présente plusieurs caractéristiques qui améliorent considérablement, à notre sens, la qualité pédagogique des manuels traditionnels de statistique :

– d'une part, il est construit autour d'une population appelée STATLAB. Tous les exemples et tous les exercices portent sur cette population réelle (ou plutôt sur l'échantillon tiré de cette population par chaque étudiant). Cette caractéristique conduit le lecteur à apprendre à maîtriser concrètement l'analyse des informations statistiques ;

– d'autre part, le livre comprend cinq parties : le fichier du recensement STATLAB, les unités de travail (c'est-à-dire les thèmes et outils abordés), les feuilles de travail (qui facilitent la présentation et la réalisation des calculs et

graphiques), les questionnaires (qui permettent de faire une vérification itérative de la qualité du travail effectué) et enfin la Banque des données (destinée à conserver les informations numériques accumulées dans chaque unité et à les retrouver facilement pour les utilisations ultérieures). Cette présentation originale de l'ouvrage, même si elle surprend de prime abord, nous paraît toutefois bien adaptée au schéma pédagogique développé par les auteurs.

– enfin, *la volonté des auteurs de ne pas construire un ouvrage de théorie statistique, mais de présenter plutôt une méthode empirique d'analyse des informations statistiques*, nous paraît excellente, car elle comble partiellement une lacune. Généralement, *les manuels de statistique développent de nombreuses démonstrations dont l'aridité et la difficulté découragent parfois l'étudiant de sciences sociales. Or, les auteurs n'ont pas cherché à faire de leurs lecteurs de futurs théoriciens de la science statistique.* Ils exposent plutôt, de manière très simple, une palette de méthodes et d'outils statistiques utilisables par l'économiste, le sociologue ou le médecin ; ils apportent en outre une connaissance critique de la statistique propre à éviter les risques d'une utilisation mal adaptée des instruments présentés. Deux des auteurs sont des psychologues. Il en résulte une démarche pragmatique qui doit susciter l'intérêt du lecteur soucieux de comprendre et d'utiliser les informations quantitatives des sciences sociales.

Les thèmes abordés sont les suivants : vue d'ensemble de la population, tirage au hasard d'un échantillon ; mesures et arrondis ; distributions de fréquence ; représentations graphiques ; médiane ; moyenne arithmétique ; mesures de dispersion ; distribution normale ; théorème central limite ; erreurs-types ; induction bayésienne ; tests d'hypothèses statistiques ; test t, test du signe, test de Wilcoxon, test du chi deux ; distributions bidimensionnelles et corrélation ; tests d'indépendance dans les distributions bidimensionnelles ; régression.

Cet ouvrage s'adresse essentiellement aux étudiants et chercheurs qui veulent trouver dans les statistiques des outils analytiques intéressants. *Il ne peut donc pas être reproché aux auteurs d'avoir sacrifié la « théorie » statistique* (qui suscite la publication de nombreux ouvrages de bonne qualité) au détriment d'une réflexion empirique et pragmatique des techniques statistiques. Ce livre peut servir de lien fondamental entre un cours et des travaux dirigés.

Nous sommes convaincus en outre qu'un ouvrage intitulé *Introduction empirique à l'économétrie* fondé sur les mêmes principes que le livre sous revue, connaîtrait un grand succès auprès de ceux que désespèrent les difficultés inhérentes à l'analyse quantitative de l'économie, mais la discipline scientifique des auteurs ne nous laisse sur ce point aucun espoir. Notons enfin que le texte est admirablement servi par la traduction de Maurice Desplas.

À suivre ce compte rendu, le rôle des mathématiques dans la construction des outils statistiques semblerait ne pas être le fort de cet ouvrage. En vérité, le thème principal – ce livre serait louable notamment parce qu’il ne met pas en avant les mathématiques de la statistique – constitue un *invariant* sur lequel bien des variations sont possibles. Le degré de « mise en avant » ou de « mise en retrait » regardé comme convenable varie en effet d’une époque à l’autre. Et on va voir que, pour ce qui est du livre de Hodges, Krech et Crutchfield, les traces de mathématiques, et avec elles l’ambition de donner à l’exposé proposé au lecteur une intelligibilité non abusive, se situent à un niveau devenu aujourd’hui bien rare !

c) J’ouvre le livre à l’Unité 22, intitulée *Le test du chi-deux*. Nous suivrons rapidement, de façon volontairement lacunaire, les étapes de la construction réalisée par les auteurs. Commençons par cet extrait :

Pour présenter le test du chi-deux, formulons le problème de façon tout à fait générale tout en conservant nos données de groupes sanguins comme illustration. Supposons que la population ait été classée en  $C$  catégories, numérotées de 1 à  $C$  dans n’importe quel ordre. (Dans notre illustration  $C = 4$ .) Supposons que l’hypothèse à tester exprime qu’une proportion donnée  $p_1$  de la population tombe dans la catégorie 1, qu’une proportion  $p_2$  tombe dans la catégorie 2 et ainsi de suite jusqu’à la proportion  $p_C$  dans la catégorie  $C$ . (Dans notre illustration, rappelez-vous que  $p_1 = 0.454$ ,  $p_2 = 0.395$ , etc.)

Nous tirons maintenant de cette population un échantillon de taille  $n$  ( $n = 80$  dans notre illustration) et nous trions les items de l’échantillon en les classant dans les  $C$  catégories. Nous déterminons la proportion  $f_{n_1}$  dans la catégorie 1, la proportion  $f_{n_2}$  dans la catégorie 2 et ainsi de suite. (Dans notre illustration  $f_{n_1} = 0.437$ ,  $f_{n_2} = 0.300$ , etc.) La question est alors la suivante : les proportions  $f_n$  de l’échantillon sont-elles raisonnablement en accord avec les proportions  $p$  hypothétiques de la population ?

Pour répondre à cette question, les auteurs vont partir des résultats obtenus dans l’unité 19, intitulée *Nouveaux exemples de tests et nouveaux concepts sur les tests*. Voici la première étape de ce travail :

Nous avons vu dans l’Unité 19 comment traiter ce problème lorsqu’il y a seulement  $C = 2$  catégories – à l’aide du test du score- $z$  d’une proportion. Essayons d’utiliser les idées employées alors. Nous pouvons considérer l’écart entre les proportions  $f_{n_1}$  de l’échantillon et  $p_1$  de la population ; la Formule 29 exprime cet écart en unités standards et donne le score- $z$  pour la catégorie 1

$$z_1 = \frac{f_{n_1} - p_1}{\sqrt{p_1 q_1 / n}}$$

Si  $z_1$  est trop grand dans le sens positif ou dans le sens négatif nous considérerons comme suspecte l'hypothèse à tester – hypothèse qui affirme que notre échantillon provient d'une population où la proportion d'items de la catégorie 1 est vraiment égale à  $p_1$ . Puisque les écarts importants, *quel qu'en soit le signe*, sont pertinents, nous simplifierons les choses en élevant au carré : comme vous le savez si  $z_1$  est grand positif ou grand négatif, alors  $z_1^2$  sera grand positif de sorte que les valeurs importantes de  $z_1^2$  sont celles qui sont pertinentes pour rejeter l'hypothèse.

Une deuxième étape consiste ensuite à « simplifier » la formule précédente par élévation au carré et à « interpréter » certains éléments de la formule que l'on obtient alors :

Il sera ici commode d'effectuer quelques simplifications algébriques. En élevant  $z_1$  au carré, on obtient :

$$z_1^2 = \frac{(f_{n_1} - p_1)^2}{p_1 q_1 / n}$$

et en multipliant par  $n^2$  le numérateur et le dénominateur on obtient

$$z_1^2 = \frac{n^2(f_{n_1} - p_1)^2}{np_1 q_1} = \frac{(nf_{n_1} - np_1)^2}{np_1 q_1}$$

Ici  $nf_{n_1}$  a une signification simple : c'est le nombre d'items de l'échantillon qui tombent dans la catégorie 1. Appelons cela le nombre *observé* [Note de bas de page 1. On peut le noter  $O_i$ , de même qu'on peut noter  $O_i = nf_{n_i}$  le nombre *observé* d'items de l'échantillon qui tombent dans la catégorie  $i$ ] On peut donner à  $np_1$  une interprétation semblable : c'est le nombre d'items de l'échantillon que vous pourriez vous attendre à voir tomber en moyenne dans la catégorie 1 si l'hypothèse est correcte. Nous appellerons donc  $np_1$  le nombre *attendu* ou *calculé* dans la catégorie 1 [Note de bas de page 2. On peut le noter  $C_1$ , de même qu'on peut noter  $C_i = np_i$  le nombre *calculé* (ou *attendu*) d'items de l'échantillon tombant dans la catégorie  $i$ ].

Troisième étape : ce travail, effectué pour la catégorie 1, est repris pour les autres catégories (2, ..., C) :

Passons maintenant à la catégorie 2. On pourrait aussi bien suspecter l'hypothèse à tester si la deuxième catégorie montrait un écart important entre  $f_{n_2}$  et  $p_2$ , que cet écart soit positif ou négatif, c'est-à-dire si

$$z_2^2 = \frac{(nf_{n_2} - np_2)^2}{np_2 q_2}$$

avait une valeur importante. Le même raisonnement s'applique à toutes les autres catégories.

La quatrième étape est alors lancée :

Comment pourrions-nous combiner toutes ces suspicions séparées en une mesure unique du doute ? La façon simple et évidente consiste à ajouter tous les  $z^2$  obtenant ainsi :

$$z_1^2 + z_2^2 + \dots + z_c^2$$

Si l'accord entre les  $f_n$  et les  $p$  est bon dans toutes les catégories, chaque  $z^2$  sera petit. Si l'accord est mauvais dans une catégorie ou dans plusieurs, alors un ou plusieurs  $z^2$  seront importants et leur somme sera importante. Ou encore autrement, si beaucoup de  $z^2$  sont à peine suspects, leur somme peut être tellement importante qu'elle impliquera un sérieux doute sur la validité de l'hypothèse, d'après l'adage : *Les petits ruisseaux font les grandes rivières*. Dans chaque cas les valeurs importantes de la somme des  $z^2$  sont les valeurs pertinentes, c'est-à-dire celles qui nous pousseront à rejeter l'hypothèse à tester.

Nous arrivons là à un point crucial. Laissons la parole aux auteurs :

Jusqu'ici tout va assez simplement vers le but poursuivi : mais arrive maintenant le trait de génie. En 1900 le statisticien anglais Karl Pearson (père de la statistique et aussi de E. S. Pearson déjà cité dans l'Unité 19) vit que, par une légère modification dans l'expression des  $z^2$ , il pouvait obtenir des valeurs- $P$  précises pour le test que nous construisons. La modification consiste à éliminer les facteurs  $q$  dans la succession des

$$\frac{(nf_{n_1} - np_1)^2}{np_1q_1} + \frac{(nf_{n_2} - np_2)^2}{np_2q_2} + \dots + \frac{(nf_{n_c} - npc)^2}{npcq_c}$$

Au lieu d'arriver à la somme des  $z^2$  ci-dessus, nous arriverons à ce que Pearson a appelé un chi-deux ( $\chi$  est la minuscule grecque chi) :

$$\frac{(nf_{n_1} - np_1)^2}{np_1} + \frac{(nf_{n_2} - np_2)^2}{np_2} + \dots + \frac{(nf_{n_c} - npc)^2}{npc}$$

En ce point du texte des auteurs, une première note de bas de page a pour but de faire remarquer au lecteur que, du fait que l'on peut écrire

$$\frac{(nf_{n_i} - np_i)^2}{np_i} = \frac{(O_i - C_i)^2}{C_i}$$

on a finalement :

$$\chi^2 = \sum \frac{(\text{observé} - \text{calculé})^2}{\text{calculé}}$$

Une seconde note de bas de page s'efforce de justifier le choix du  $\chi^2$  par Pearson : elle présente un assez long calcul que je renonce à reproduire mais qu'on ne retrouverait pas aujourd'hui, semble-t-il, dans un ouvrage qui ne se veut nullement de statistique « mathématique ». Mais il y a plus. Après avoir montré à leur lecteur comment l'on calcule la valeur du  $\chi^2$  (on arrive, dans le cas pris pour exemple, à  $\chi^2 = 8,51$ ), les auteurs précisent en quoi la décision de Karl Pearson a constitué un « trait de génie » :

Mais quel est le degré de signification statistique du  $\chi^2$  – c'est-à-dire quelle est la valeur- $P$  associée à  $\chi^2 = 8.51$  ? C'est ici que l'ingéniosité de Pearson est payante. De par la façon dont il a défini sa statistique, la valeur- $P$  correspondant à une valeur donnée de  $\chi^2$  *ne dépend que du nombre  $C$  de catégories*, comme on peut le montrer – au moins avec un degré suffisant d'approximation. (Si nous avions utilisé notre statistique d'origine  $z_1^2 + z_2^2 + \dots + z_c^2$  la valeur- $P$  de cette somme aurait dépendu des valeurs  $p_1, p_2, \dots, p_c$  des proportions hypothétiques dans la population). Grâce à cette simplification il est possible de présenter sur un diagramme (...) ou sur une table de la loi du  $\chi^2$  toutes les valeurs- $P$  qui peuvent s'avérer nécessaires quand on effectue en pratique un test du chi-deux.

Voilà un point qui, si évident soit-il pour un statisticien mathématicien, est bien rarement évoqué ! Bien entendu, tout utilisateur du test du  $\chi^2$ , qui « sait » en pratique que celui-ci ne dépend *que* d'un paramètre, le nombre de degrés de liberté, « sait » par cela même qu'il *ne dépend pas* des distributions de fréquences supposées dans la population parente. L'exemple de ce livre témoigne pourtant que la frilosité à l'endroit des mathématiques *ne s'est pas toujours située au même niveau* et nous convainc que la situation *pourrait un jour changer* – en dépit de la tendance actuelle vers l'élimination des traces des mathématiques dans le travail scientifique. Ainsi se termine le séminaire TAD/IDD de l'année 2011-2012. Bonnes vacances à tous !

*That's all, folks!*