UMR ADEF

JOURNAL DU SEMINAIRE TAD/IDD

Théorie Anthropologique du Didactique
& Ingénierie Didactique du Développement

Ceux qui prennent le port en long au lieu de le prendre en travers.
Marcel Pagnol (1895-1974)
Le lendemain, Aymery prit la ville. Victor Hugo (1802-1885)

Le séminaire TAD & IDD, animé par Yves Chevallard, a une double ambition solidaire : d'une part, il vise à mettre en débat des recherches (achevées, en cours ou en projet) touchant à la TAD ou, dans ce cadre, à des problèmes d'ingénierie didactique du développement, quel qu'en soit le cadre institutionnel ; d'autre part, il vise à faire émerger les problèmes de tous ordres touchant au développement didactique des institutions, et notamment des professions de professeur, de formateur et de chercheur en didactique. Deux domaines de recherche sont au cœur du séminaire : un domaine en émergence, la didactique de l'enquête codisciplinaire ; un domaine en devenir, la didactique des praxéologies mathématiques.

La conduite des séances et leur suivi se fixent notamment pour objectif d'aider les participants à étendre et à approfondir leur connaissance théorique et leur maîtrise pratique de la TAD et des outils de divers ordres que cette théorie apporte ou permet d'élaborer. Sauf exception, les séances se déroulent le vendredi après-midi, de 14 h à 16 h puis de 16 h 30 à 18 h 30, cette seconde partie pouvant être suivie à distance par visioconférence.

➔ Séance 5 – Vendredi 23 mars 2012

SUR LE RAPPORT AUX MATHÉMATIQUES

1. La conférence du 13 mars 2012

a) Lors de la séance précédente de ce séminaire, j'ai évoqué mon intervention, le 16 janvier dernier, devant le comité scientifique de la Conférence nationale sur l'enseignement des mathématiques. Cette conférence s'est tenue le 13 mars 2012 à Lyon. Je reproduis ci-après le texte de l'intervention, d'une durée de 15 minutes, qu'il m'avait été demandé d'y faire, à laquelle j'ai donné pour titre *Éléments pour une instruction publique nouvelle* :

> **1**. Que faire devant la situation actuelle des mathématiques dans l'enseignement scolaire ? Pour répondre, il faudrait se mettre d'accord sur une analyse de cette situation. Ce n'est pas possible encore : une longue route

nous reste à faire. Je parlerai donc pour moi, à partir de mes travaux et de quelques autres, ce qui ne me donne certes aucune prérogative en matière de *pouvoir*, exactement comme le pouvoir ne donne aucun privilège en matière de savoir, de lucidité, d'opérationnalité.

2. Mon analyse de la situation me conduit à conclure de façon pessimiste : en dépit des inventions didactiques de tous ordres, le curriculum actuel est moribond. L'acharnement pédagogico-didactique peut prolonger encore un peu la vie du malade, mais celui-ci n'en a plus pour très longtemps. Hier, je dénonçais le monumentalisme triomphant, dans lequel l'enseignement devient une suite de visites de monuments dont souvent on ignore les *raisons d'être*, alors que l'école devrait les enseigner ! Bientôt, on pique-niquera dans les ruines de ces monuments, en attendant la fin de la visite. Je vois en tout cela les prémisses d'un *effondrement de l'ordre didactique scolaire*.

3. Il nous faut donc passer à une *nouvelle civilisation didactique*, à un *nouveau paradigme scolaire*. Comment cela ? Pour y voir clair, il faut *déplacer le problème*. Notre culture a été façonnée dans des sociétés où il y a un âge pour apprendre, qui se termine tôt, et au-delà duquel on n'apprend plus, parce qu'on sait, parce qu'on devrait savoir, ou parce qu'on n'a pas à savoir. Or c'est à cette vision des choses devenue presque naturelle qu'il nous faut dire adieu.

4. Oublions les enfants et adolescents un instant. Le problème à poser est celui de ce que savent et peuvent apprendre les *citoyens* ; c'est celui de la *composante mathématique de l'équipement mental, intellectuel, pratique*, c'est-à-dire de l'*équipement praxéologique*, des citoyens, quels qu'ils soient. Et la question qui surgit alors est : que peut apporter la scolarité obligatoire à la « fabrication », à la maintenance, au développement de l'équipement mathématique des citoyens ? Il y a là un problème d'instruction publique global, que la tradition limite abusivement à l'enfance et à l'adolescence.

5. Le constat de départ est accablant. Une étude récente du Credoc révèle ainsi que « seule une personne sur deux sait que 100 € placés à 2 % par an conduisent à un capital de 102 € » (Bigot, Croutte & Muller, 2011, p. 6). On peut être très haut placé dans notre société et rester coi devant ce problème de proportionnalité : « Sachant que 4 stylos valent 2,42 euros, combien valent 14 stylos ? » Et de même devant cet autre : « Dix objets identiques coûtent 22 euros. Combien coûtent quinze de ces objets ? » Tel haut responsable de la vie publique répond que 7 fois 9, c'est 76 ; telle autre personnalité regimbe devant l'idée de calculer le produit 8×9. Bien des adultes cultivés, *normaux*, ne maîtrisent pas le socle. Cela pèse indirectement mais durement sur ce que peuvent apprendre les enfants et sur ce que savent leurs éducateurs. Car, sauf exception, ceux-ci sont des adultes quasi *normaux* et ceux-là aspirent à devenir des adultes *normaux* dans la société où ils vivent. Or la culture des adultes cultivés est devenue résolument étrangère, voire hostile, à tout commerce personnel avec tout ce qui peut apparaître comme mathématique.

6. Devant ce tableau désolant, on doit s'étonner de voir tant de gens se préoccuper – et de quel droit ? – de façonner avec tant d'énergie, d'empressement, de raffinement, d'acharnement même, le destin scolaire des enfants et adolescents, et de voir si peu de monde se soucier du sort cognitif du citoyen. Une telle défection est troublante et fait douter du sens même de la ferveur puéro-centrée, qui apparaît alors comme un cache-misère, même si elle ne se veut pas telle, évidemment.

7. Voici le test clé pour une nouvelle instruction citoyenne. Prenez un texte ; faites-le lire à un adulte cultivé *normal*, qui ignore et veut ignorer les plus simples choses mathématiques. Supposez que ce texte exhibe en un certain point la formule [1]

$$\hat{H} = 1 - \frac{1}{1 + 2n\mu}$$

qui donne la diversité génétique $\hat{H}$ d'une population comportant n gènes et ayant un taux de mutation μ. Le citoyen que l'école doit former devrait être capable de conclure par exemple que, si le taux de mutation est faible, en sorte que $2n\mu$ est petit, alors $\hat{H}$ est proche de zéro : la diversité génétique est quasi nulle. Et que, si μ est « grand », alors… Or le lecteur *normal* d'aujourd'hui sautera ladite formule, ou se récriera, ou renoncera à comprendre, et protestera même, au motif que, parmi les droits de l'homme et du citoyen *mis à jour*, il est désormais un droit inaliénable, celui de ne jamais faire, une fois le bac passé, de rencontre non désirée avec rien qui soit « mathématique ». Or c'est, tout au contraire, à contribuer puissamment à ce que la culture « normale » de demain assume comme allant de soi de telles rencontres mathématiques que l'enseignement scolaire, selon moi, doit viser.

8. Je tracerai maintenant le portrait du citoyen que doit former cette école nouvelle. Je le ferai avec trois qualificatifs a priori opaques : le citoyen – et l'élève qui le précède – doit devenir *herbartien*, *procognitif*, *exotérique* ; tout cela à la fois.

9. Ce citoyen doit être *herbartien* – du nom de Johann Friedrich Herbart (1778-1841), philosophe et pédagogue allemand. Devant la formule inopinément rencontrée ci-dessus, le citoyen herbartien s'attaquera à une série de *questions*, au lieu de chercher à les fuir. Il se proposera ainsi d'étudier la question « Pourquoi, lorsque le produit $n\mu$ est petit, la diversité génétique $\hat{H}$ est-elle proche de zéro ? » ; et aussi, question plus ambitieuse : « D'où vient cette formule donnant $\hat{H}$ en fonction de n et de μ ? »

10. Le fait de ne pas être herbartien dérive souvent du fait de ne pas être *procognitif*, c'est-à-dire, en vérité, d'être *rétrocognitif*, tel que l'école d'hier et d'aujourd'hui nous a voulus. Pour se poser les questions précédentes, il serait pratiquement nécessaire, nous a-t-on fait accroire, d'en connaître la réponse *par avance*. Si j'ignore ce qui se passe quand le produit $n\mu$ augmente ou diminue, par exemple, il est *trop tard* : j'aurais dû l'apprendre *avant*.

11. Dans le paradigme scolaire classique, ainsi, on « sait vers l'arrière ». Dans le paradigme scolaire à construire, comme dans la vie scientifique, on sait

« vers l'avant ». Ce que j'ignore, ou ce que j'ai su un jour mais que j'ai oublié aujourd'hui, je l'apprendrai *hic et nunc*. Mon passé ne scelle pas mon présent. L'étude du monde, l'enquête sur le monde se poursuivent indéfiniment.

12. Dans l'équipement mental du citoyen, il doit donc y avoir ceci : entre les deux cul-de-sac du « Je sais d'avant, je sais d'avance » et du « Je ne sais pas et donc ne saurai jamais », il y a l'échappée belle du « Je peux étudier, apprendre, savoir, ici et maintenant ». Tout citoyen doit ainsi se regarder non comme qui devrait être un « ésotérique », éternel grand familier de tout savoir, mais, indéfiniment, comme un *exotérique*, pour qui les connaissances adéquates sont toujours à conquérir, ou à contrôler. (Tout citoyen doit savoir qu'il n'existe d'ésotérique que dans le fantasme des institutions.)

13. Comment alors organiser l'instruction ? Pour répondre, j'utilise un petit scénario didactique. L'étude d'une question engendre des questions ; toute question a ainsi un certain *pouvoir générateur*. Voici alors un premier élément du scénario : les élèves suivent un *séminaire codisciplinaire* où ils étudient des questions que je dis *ombilicales* parce qu'elles nous lient essentiellement au monde, et qui ont en règle générale un fort pouvoir générateur. (Bien entendu, un tel « séminaire » est une instance abstraite, qui se concrétise de façon adaptée aux différents niveaux d'instruction.)

14. On peut imaginer qu'une telle question ombilicale engendre, à un niveau adéquat, la question « Comment varie la diversité génétique $\hat{H}$ avec le taux de mutation μ ? » Car une telle question est, comme toute question, une *œuvre*, c'est-à-dire une production humaine délibérée et finalisée, et toute œuvre a une ou plusieurs *raisons d'être*. (Les autres types d'œuvres – théoriques, expérimentales, pratiques, etc. – que l'étude d'une question conduit à rencontrer et à étudier pour en tirer profit seront dites de même engendrées par l'étude de la question.) En l'espèce, la question génératrice devrait-elle être inscrite au répertoire scolaire des questions ombilicales à étudier et, si oui, à quels niveaux ? Il y a là une question cruciale en matière d'instruction publique, à laquelle je répondrai ici par un principe emprunté à un historien et pédagogue américain, Paul Gagnon (1925-2005). Dans un article paru en 1995, Gagnon définit (pp. 71-72) le noyau essentiel d'instruction (*the essential core of learning*) comme devant être constitué de ces connaissances que « tous les élèves dans une démocratie moderne ont le droit qu'on leur interdise de ne pas rencontrer » (*that all students in a modern democracy have the right not to be allowed to avoid*). Ce sont ces connaissances qu'il convient de repérer.

15. Je laisse pourtant cette grande question ouverte. D'une façon générale, le répertoire national des questions et des œuvres évoluera en permanence de façon quasi expérimentale grâce au fonctionnement des séminaires codisciplinaires et de leurs dépendances didactiques : partant d'un répertoire initial, ces dispositifs permettront d'affiner et d'améliorer les choix utiles aux futurs citoyens, par ajouts progressifs et mises en sommeil sans éliminations brutales.

16. Je poursuis mon scénario didactique. Les questions et les autres œuvres dont l'étude est engendrée par l'étude des questions ombilicales examinées dans le séminaire codisciplinaire seront étudiées, pour autant qu'elles en relèvent, dans les *ateliers disciplinaires* (qui, au collège, sont à peu près nos classes actuelles de mathématiques, d'histoire, etc.), où l'on mettra au point les outils (mathématiques, historiques, etc.) de l'étude. Cette mise au point appellerait nombre de précisions. Je n'en citerai qu'une, qui me semble trop souvent perdue de vue : il faudra y combiner la *qualité praxéologique* et le *niveau utile de maîtrise théorique et pratique* des outils ainsi « fabriqués ».

17. Je voudrais pour terminer ce propos liminaire attirer l'attention sur trois motifs d'inclure telle question ou tel outil dans le nouveau curriculum ou de l'en exclure, qui sont selon moi *des motifs à rejeter*. Le premier d'entre eux, parfois subrepticement présent, est que telle œuvre serait utile à une certaine élite scolaire. Le problème pluriel de la formation des élites « fonctionnelles » (je ne parle pas des élites sociales) est réel et doit être à chaque génération résolu à nouveaux frais. Mais le noyau d'instruction citoyenne auquel nous nous référons ici ne saurait s'arrêter à la satisfaction de besoins qui devront d'abord se faire reconnaître, ce qui adviendra en temps utile – n'oubliez pas que nous nous situons dans une culture didactique de la procognitivité.

18. Pour la même raison essentiellement, on n'usera pas d'un deuxième motif, à savoir l'argument passe-partout de la supposée « valeur formatrice » de l'étude de telle ou telle œuvre. En un sens, toute œuvre a une « valeur formatrice » potentielle. Faire état de la valeur formatrice de ceci ou de cela a donc une valeur argumentative *nulle* si, comme il en va souvent, on ne précise pas dans quelles enquêtes (codisciplinaires ou disciplinaires) cette œuvre pourrait se révéler utile au citoyen « non spécialisé ».

19. Le troisième motif annoncé, qui est un motif de rejeter, et non d'inclure, est celui de la prétendue « difficulté pour les élèves ». En fait, il est possible de faire apparaître toute chose comme « difficile » : de là que le collège ait fonctionné depuis trente ans comme un triangle des Bermudes, d'où disparaît ce qui, tout à coup, est jugé « conceptuellement » trop difficile. (Cela ne vaut pas que pour les mathématiques, certes.) Mais la difficulté d'une œuvre n'a rien d'intrinsèque. Elle bouge en fonction de la transposition didactique qu'on fait de cette œuvre, transposition qui est toujours nécessaire mais qui peut se faire plus ou moins adéquatement.

20. J'ajoute un ultime argument, à mes yeux fondamental dans l'école de la République. Les citoyens, le corps social, le corps politique ont des besoins de connaissance. L'existence de ces besoins – qu'il faut identifier − est le critère premier pour constituer le « noyau essentiel d'instruction ». Il ne faut pas avoir peur des choses difficiles : dès lors qu'elles sont vécues comme indispensables, elles deviennent, moyennant un travail transpositif adéquat, pratiquement enseignables. C'est à ce prix que l'on fait société.

Références

Bigot, R., Croutte, P. & Muller, J. (2011). *La culture financière des Français*. Paris : Crédoc.
http://www.latribune.fr/static/pdf/La_culture_financiere_des_Francais_2011.pdf
David, P. et Samadi, S. (2011). *La théorie de l'évolution. Une logique pour la biologie*. Paris : Flammarion.
Gagnon, P. (1995, décembre). What Should Children Learn? *The Atlantic Monthly, 276*(6), 65-78.
http://www.theatlantic.com/past/docs/issues/95dec/chilearn/chilearn.htm

---

1. On la trouve à la page 80 du livre de Patrice David et Sarah Samadi (2011) intitulé *La théorie de l'évolution. Une logique pour la biologie*.

b) Je propose dans la suite de cette séance quelques commentaires, illustrations ou prolongements de ce texte. Je commence par le « geste » qui consisterait à « déplacer le problème », à examiner les adultes et à « oublier » un instant les enfants et les adolescents. C'est qu'on a oublié, précisément, les raisons d'être de l'éducation scolaire : dans un monde où l'âge d'adulte dure longtemps, l'école doit contribuer à la formation des adultes – c'est-à-dire des *citoyens* –, adultes que je souhaite, un peu plus loin dans l'exposé (dans les points 8 à 12), tout à la fois « herbartiens », « procognitifs » et « exotériques ».

c) Deux faits sont à cet égard frappants. D'une part, les thèmes de l'équipement praxéologique des adultes (et en particulier de l'équipement *mathématique* des adultes) et de la part de cet équipement qui résulte de l'éducation scolaire, ces thèmes sont en règle générale absents de l'échange public dans la noosphère de l'enseignement des mathématiques. D'autre part, ce qui frappe lorsqu'on effectue une plongée dans cette noosphère, comme le permet la lecture des contributions écrites préparatoires à la conférence du 13 mars (qu'on trouvera à l'adresse http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/dossier-manifestations/conference-nationale/contributions), c'est la débauche d'attention, qui semblerait typique des travaux de didactique si elle n'était pas, maintenant, ancienne (*The century of the child* de la suédoise Ellen Key a paru en anglais en 1909), à l'endroit des élèves enfants et adolescents, à propos desquels on se questionne sans jamais douter, en apparence au moins, de la légitimité d'un tel questionnement et des prescriptions ou proscriptions qui ne manquent pas d'en découler, comme si les enfants et adolescents constituaient une matière livrée sans façon aux considérations noosphériques. De ce point de vue le contraste est saisissant. Tout d'abord, on n'ose pas faire de même à propos des adultes (en envisageant des situations didactiques susceptibles de leur donner l'intelligence de telle ou telle notion), et cela sans doute parce que, dans nos

sociétés, il n'existe pas d'institution injonctive qui assumerait l'éducation continuée des adultes. Pour saisir tout le curieux de la chose, on peut imaginer ici une société dans laquelle la médecine se vouerait ardemment à soigner les enfants et eux seuls, et se désintéresserait très largement des adultes… Mais ce qui est peut-être plus frappant encore, c'est que, se référant à l'enfant, on le considère *dans l'instant seulement*, comme s'il était *semblable à lui-même pour l'éternité* – l'enfant éternisé, en soi et pour soi –, sans rapporter le *hic et nunc* de l'éducation scolaire à la condition d'adulte qui, sauf exceptions tragiques, sera la sienne si longuement, dès après l'école. Une certaine idéologie scolaire dominante vise en effet en l'enfant non l'adulte nécessairement imparfait qu'il deviendra mais « l'enfant merveilleux », indéfiniment renaissant, qu'évoquait naguère le psychanalyste Serge Leclaire (1924-1994) dans son livre *On tue un enfant* (Seuil, 1975, p. 11).

d) Bien entendu, dans le texte reproduit ci-dessus, je regarde l'école des enfants et adolescents comme inscrivant son action dans le long terme de la vie des humains : l'enfant doit être rapporté à ce qu'il est *en même temps qu'à l'adulte qu'il sera*. Je note que, du même coup, l'adulte ne doit pas se couper de l'enfant qu'il a été, surtout quand il prétend se préoccuper de didactique et d'éducation ! Mais il est un autre thème naturellement lié à la fiction de l'enfant merveilleux et éternel. La « pédagogie » associée à un tel fantasme s'affaire pour lui donner à vivre des situations qui ne soient que pour lui. Elle appelle la fabrication d'œuvres *ad hoc*, spécifiques de l'enfant auquel on s'adresse. Ces productions à visée didactique enferme alors l'enfant, sinon dans un monde enchanté, du moins dans un univers d'opérette. Par contraste, la *pédagogie de l'enquête*, à laquelle nous travaillons, s'efforce de provoquer – dans le « séminaire codisciplinaire » et dans les « ateliers disciplinaires » – la rencontre fonctionnelle de l'élève avec des œuvres existantes, sans écarter – mais sans rechercher particulièrement – celles qui prétendraient être adressées de préférence à des enfants. La transposition didactique, qui, dans la tradition scolaire, ne saurait être du ressort de l'élève, s'introduit ici comme *une composante du travail scolaire*, par le biais notamment du *choix* des documents exploités dans l'enquête et, bien entendu, par le *traitement* qu'on en fait. Cela noté, je développerai maintenant, toujours en relation avec le texte, des thèmes qui nous sont familiers.

2. Évitement, ressentiment, péjoration

a) La grande affaire, donc, c'est l'*équipement mathématique* et le *rapport aux mathématiques* de chacun – enfant, adolescent, adulte. C'est aussi, c'est surtout *leur dynamique* et, si je puis dire, leur *énergétique* – l'énergie sociale,

institutionnelle, personnelle nécessaire pour créer les conditions engendrant telle ou telle dynamique praxéologique et cognitive.

b) Ce qui est présent dans le rapport commun aux mathématiques, c'est fondamentalement un réflexe d'*évitement*, et c'est un certain *rejet* (marqué souvent par une dose de *ressentiment* : « Des mathématiques, ah non ! ») à l'encontre de tout ce qui mettrait inopinément en présence de « mathématiques », telle la formule du point 7 de l'exposé de Lyon. Au point que cela définit une certaine « normalité » adulte, qui s'oppose en l'espèce au statut ambivalent de *monstre* reconnu *ipso facto* à quiconque s'entendrait sans façon au commerce avec les mathématiques même les plus élémentaires. (Quelle surprise si Xavier Darcos avait su résoudre, sans coup férir, le problème qui lui avait été proposé : « Sachant que 4 stylos valent 2,42 euros, combien valent 14 stylos ? »)

c) La conduite d'évitement évoquée n'est pas une règle universelle. On peut déjà *imaginer* une culture dont un tel évitement serait absent ou dans laquelle il serait sensiblement atténué. J'illustrerai cela avec un extrait de l'ouvrage de Stephen Holzner intitulé *Physics Essentials for Dummies* (Wiley, 2010), c'est-à-dire « Les bases de la physique pour les Nuls ». J'ai choisi volontairement un passage des plus simples qui comporte pourtant plusieurs aspects dignes d'intérêt (pp. 23-24) :

> The question wants to know the angle the hotel is at from your present location and how far away it is. In other words, looking at Figure 2-7, the problem asks, "What's *h* and what's θ?"

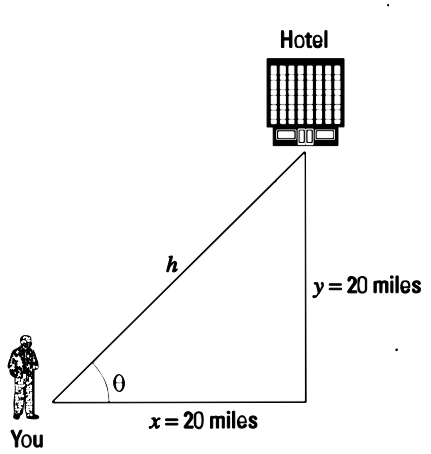


Figure 2-7: Using the angle created by a vector to get to a hotel.

> Finding *h* isn't so hard because you can use the Pythagorean theorem:
>
> $h = \sqrt{x^2 + y^2}$
>
> Plugging in the numbers gives you

$h = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(20\text{ mi})^2 + (20\text{ mi})^2} = 28.3\text{ mi}$

The hotel is 28.3 miles away. What about the angle θ? Because of your superior knowledge of trigonometry, you know that

$y = h \sin \theta$

In other words, you know that

$y / h = \sin \theta$

Now all you have to do is take the inverse sine:

$\theta = \sin^{-1} (y / h) = \sin^{-1} [(20\text{ mi})/(20\text{ mi})] = 45°$

You now know all there is to know. The hotel is 28.3 miles away, at an angle of 45°. Another physics triumph!

Par rapport à la culture mathématique scolaire française actuelle, on aura noté d'abord le maintien des unités dans les calculs (ce qu'on n'ose pas faire encore au collège, en France) ainsi que l'usage du sinus inverse, noté $\sin^{-1}$. Ce calcul, qui, n'était les unités, relèverait des mathématiques (aux yeux des professeurs de mathématiques français), est présenté ici comme « un triomphe de la physique » (bien qu'il faille pour le conduire le secours de cette science auxiliaire qu'est la trigonométrie). Il y a là une stratégie usuelle pour intégrer les mathématiques nécessaires : ce ne sont pas des mathématiques, dit-on implicitement, mais quelques-uns des outils de travail du physicien. On notera enfin que la technique relative au cas général est présentée ici sur un cas particulier que d'aucuns seraient tentés de « traiter » par une technique *ad hoc* : l'angle est de 45° puisque, dans le cas particulier considéré, c'est un angle à la base d'un triangle rectangle isocèle (dont les angles à la base sont égaux à $\frac{180° - 90°}{2} = \frac{90°}{2} = 45°$) ; et l'on peut savoir, de même, que la distance, c'est-à-dire l'hypoténuse du triangle rectangle isocèle, est donnée par $20\text{ mi} \times \sqrt{2} \approx 20\text{ mi} \times 1{,}414 = 28{,}28\text{ mi} \approx 28{,}3\text{ mi}$. Bien entendu, si l'on avait eu $x = 20$ mi et $y = 25$ mi (par exemple), c'est à la technique présentée par l'auteur qu'il aurait fallu recourir ; on aurait eu en l'espèce : $h = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(20\text{ mi})^2 + (25\text{ mi})^2} = \sqrt{400 + 625}\text{ mi} = 31{,}015\ldots\text{ mi} \approx 31\text{ mi}$; et $\sin^{-1} (y / h) = \sin^{-1} (25\text{ mi} / 31{,}015\ldots\text{ mi}) \approx 51{,}34°$.

d) Les conduites d'évitement s'accompagnent *par ailleurs* de discours de rejet des mathématiques axés sur leur *péjoration*. Je suivrai ici un ouvrage publié il y a quelques années par Vincent Jullien sous le titre *Sciences agents doubles* (Stock, 2002), dont le chapitre 2 est intitulé « Le rejet des sciences ». La deuxième section de ce chapitre s'arrête sur le rejet des sciences « par tant de "gens connus" ». Le tableau nous est en vérité familier, mais j'en montrerai ici quelques détails parmi d'autres. Voici d'abord les mathématiques au miroir des « gens bien » (pp. 47-49) :

Éric-Emmanuel Schmitt est un des auteurs de théâtre les plus en vue en France depuis plusieurs années. « Il convient, disait-il il y a quelques semaines à la télévision, de se poser les vraies questions, *qu'en est-il de la liberté, de Dieu, de la conscience, etc.* ; et de se détourner des questions oiseuses et sans intérêt comme *que font deux plus deux.* » Cet homme, réputé « de grande culture », exclut ainsi la pensée mathématique de l'univers des vraies questions, c'est-à-dire de la culture. Sans doute n'y connaît-il rien, mais mesure-t-il l'effet de telles déclarations ? Michel Quint, qui a récemment écrit un petit roman excellent, devenu best-seller, *Effroyables jardins*, y montre de même son dégoût des sciences, des mathématiques en particulier : « Plus que tout, j'ai détesté les Augustes. Plus que l'huile de foie de morue, les bises aux vieilles parentes moustachues et le calcul mental, plus que n'importe quelle torture d'enfance » ; à la page suivante, après avoir donc associé le calcul à un infâme remède, il noue ensemble, pour les valoriser, « une règle de grammaire et le repas du soir [1] ». C'est aussi le message du *Vieux qui lisait des romans d'amour* de Luis Sepúlveda : « En parcourant les textes de géométrie, il se demandait si cela valait vraiment la peine de savoir lire, et il ne conserva de ces livres qu'une seule longue phrase qu'il sortait dans ses moments de mauvaise humeur, *Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit*, phrase qui, par la suite, devait produire un effet de stupeur chez les habitants d'El Idilio, qui la recevaient comme une charade absurde ou une franche obscénité [2]. » Une revue politique publiait récemment la photo d'une chambre d'exécution du Texas : « Tout, dans cette photo, respire la mort, [...] univers géométrique et technique... [3] » On l'aura compris, la géométrie et la technique sont du côté de la mort. Que répliquer ? Peut-être suggérer à l'auteur une visite aux jardins de l'Alhambra de Grenade ; ses préjugés devraient s'évanouir dans cette espèce de paradis de beauté, de nature et de géométrie. La rentrée 2001 livre encore ses perles ; dans le *Monde des livres,* un long article consacré à l'écrivain Christophe Donner nous rappelle les racines de ses révoltes : « Chronique au vitriol [...] des abus d'un grand-père expert en gifles et injures, ex-prof de maths, tyran à la retraite en chaussons... [4] », belle association d'attributs dont on ne sait si c'est l'auteur du livre lui-même ou le journaliste qu'il faut ici fustiger.

---

1. Michel Quint, *Effroyables jardins,* Paris, Joëlle Losfeld, 2000, p. 10 et 11.

2. Luis Sepúlveda, *Le Vieux qui lisait des romans d'amour*, traduit par François Maspero, Paris, Seuil, p. 65.

3. *Politis,* été 2001.

4. *Le Monde,* 7 septembre 2001.

Bien entendu, tout cela n'est pas l'apanage des personnes dont on se fait quelquefois une haute idée, qui, plus que simplement « normales », se

pensent comme supérieures à la normale. Voici donc une seconde série de détails (pp. 49-50) :

> Moins agressive mais combien répandue est l'idée qu'un funeste destin – un gène, sans doute ! –, auquel on ne peut rien, nous a privés d'un certain don : on serait inapte pour les sciences comme on aurait pu naître sourd. José Garcia, acteur montant, déclare ainsi dans une interview récente : « Pendant quinze ans de ma vie, j'ai cru que j'étais un imbécile, un abruti, un cancre. Tout ça parce que je n'étais pas doué en maths. » Le message destructeur est également répandu dans la littérature pour la jeunesse et les journaux de bonne tenue n'y échappent pas. Mentionnons les mésaventures de la jeune Gaëlle, héroïne de « La journée poubelle », histoire parue dans *J'aime lire* [1]. Elle a trois raisons de penser que la journée sera vraiment « poubelle », la première étant un contrôle de calcul, matière dans laquelle elle se déclare « nulle », en toute simplicité et bonne foi ; on sent même poindre une certaine fierté. La « clef » de son histoire est une perle : par bonheur, le péril est écarté et tout finit bien lorsque l'héroïne découvre que, en lieu et place de l'épreuve redoutée de mathématiques, elle devra faire une rédaction : « C'était un contrôle de rédaction ! Pas de calcul ! Je l'aurais embrassé, [celui] qui me sauvait du contrôle de calcul. »

1. *J'aime lire*, n° 218, p. 7 *sq.*

La même péjoration de haute volée prévaut dans le monde académique, comme le montre cet autre extrait encore (p. 50) :

> Il est de bon ton d'être imperméable à la culture scientifique ; il est possible, dans les cercles cultivés, de n'y rien connaître tout en passant pour un bon historien, un fin lettré, un artiste ou un penseur. L'inverse est évidemment incongru : aussi savant en physique, biologie ou mathématiques que vous soyez, une ignorance équivalente en lettres, musique, histoire, peinture ou cinéma vous priverait à coup sûr de la qualité d'homme cultivé… et ce n'est que justice. Certains des meilleurs esprits contribuent à cet état de fait : dans l'*Histoire de France* dirigée par Georges Duby, on trouve une galerie de portraits des grands esprits de l'âge classique, La Fontaine, Corneille, Racine, etc., mais aucun des grands savants du XVII^e^ n'y a place, que ce soit Galilée, Huygens, Cassini, Gassendi, Fermat ou Roberval. Même observation à propos de *L'Histoire de France* de Marc Ferro, dont *l'index nominum*, pourtant copieux, ne mentionne même pas Fermat ou Gassendi.

Terminons avec cet exemple éclatant de péjoration sans fard (pp. 50-51) :

Dans son ouvrage sur *Diderot ou le matérialisme enchanté*, Élisabeth de Fontenay, philosophe, mène la charge en louant « la fantaisie, l'imagination et la sensibilité [qui], quand elles collaborent avec la raison, constituent le plus rigoureux antidote au délire des systèmes théologiques, métaphysiques et mathématiques [1]. De la même eau, ce projet prêté à Diderot : « S'il importait de briser le carcan rhétorique du récit, c'était parce que sa linéarité était solidaire de la linéarité discursive qui conduit la métaphysique à imiter les mathématiques, à ressasser des tautologies, à s'effaroucher de la contingence et à tisser sa triste toile, pour mieux méconnaître la grande chaîne qui lie toute chose et autorise toutes les digressions [2]. » Et ceci enfin (puisqu'il faut choisir dans ce copieux florilège) : « Plus tard, la révolution mathématique de Galilée et Descartes a désenchanté les rivières et les bois, privé la nature de ses forces, de sa vie, de son pouvoir illimité de traduire, les uns dans les autres, les différents ordres, divin, humain, animal, végétal, minéral [3]. » Outre qu'il y a là une lecture gravement unilatérale de Diderot, la teneur de l'argumentation est toute psychologique et la diatribe fait souvent office de raisonnement.

1. Élisabeth de Fontenay, *Diderot ou le matérialisme enchanté,* Paris, Grasset, 1981, p. 20.
2. *Ibid.*, p. 57.
3. *Ibid.*, p. 246.

Il faut se rendre au fait : la subtile et profonde commentatrice du *De rerum natura* de Lucrèce (Les Belles Lettres, 2009) traite ici avec une suffisance quasi haineuse un pan immense de la culture humaine.

3. Mettre un nez rouge et autres fariboles

a) Contre la péjoration commune des mathématiques, qui traverse de part en part la société, d'aucuns se mobilisent pour essayer d'imaginer et de mettre en œuvre divers moyens de « vendre » les mathématiques – pour parler ici comme Denis Guedj (1940-2010) lors d'un entretien avec Élizabeth Martichoux (qu'on trouvera en ligne à l'adresse suivante : http://www.youtube.com/watch?feature=related&hl=en&v=_d20M2ur-OU&gl=US) – à des publics dubitatifs, réticents ou hostiles. De là que l'on mette en avant divers arguments pour, espère-t-on, contrebattre les idées fausses qui courent la campagne et la ville : selon ces thuriféraires empressés, les maths, donc, seraient passionnantes, ludiques, etc. On connaît le refrain ! Les mathématiques doivent mettre un nez rouge, se « dépoussiérer », s'efforcer de plaire.

c) Dans un texte récent intitulé « Contre l'innumérisme » (à l'adresse http://www.academie-sciences.fr/presse/communique/avis_enseign181211.pdf), le Comité sur l'enseignement des sciences de l'Académie des sciences a rassemblé dans un tableau de son cru quelques considérations typiques :

> Il faut d'abord rappeler que l'apprentissage des mathématiques est une discipline de l'esprit, à tous les niveaux, et que c'est à ce titre – plus encore qu'en vue d'applications pratiques – qu'il est utile à tout le monde.
> Pour l'élève, les mathématiques sont d'abord un dépaysement, et il est souhaitable que ce dépaysement soit agréable. Il peut tout à fait en être ainsi, comme en témoigne le succès des jeux mathématiques. Au delà de leur attrait pour les jeux, on doit garder l'ambition que le plus grand nombre possible d'élèves soient sensibles à la puissance et à la beauté de ce qu'ils peuvent découvrir dans l'ensemble du « paysage mathématique ». Quand Georges Snyders parlait de la « joie à l'école » comme d'un objectif pédagogique, il mentionnait comme objet de joie un théorème mathématique, allant ainsi bien au-delà de l'exemple précédent des jeux. C'est une ambition légitime, et raisonnable, que de faire accéder tous les élèves à cette sorte de joie.
> Cela n'implique pas que l'enseignement des mathématiques soit pour autant coupé du monde. Les nombres, les figures, les opérations, les constructions, les équations et les formules se rattachent à des pratiques de la vie courante et à des connaissances enseignées dans les autres sciences ; les occasions de mettre ces rapports en évidence sont nombreuses, et il faut donc bien évidemment s'en saisir. Enfin, comme dans toutes les sciences, la mise en situation historique est aussi une manière d'humaniser l'enseignement.
> Il faut, dans l'intérêt de l'humanité dans son ensemble et de notre pays en particulier, que chaque jeune dispose – pour sa culture et son avenir professionnel – des outils intellectuels qui lui permettront ensuite d'aborder la multiplicité des savoirs ; certes, toutes les sciences apportent de tels outils, mais les mathématiques apportent des outils généraux d'une telle portée que leur place dans l'enseignement doit être confortée mieux qu'à présent.
> Tout ceci implique de penser désormais différemment l'évolution des contenus enseignés, en évitant d'abord l'erreur trop commune de sous-estimer les capacités des élèves. Ainsi, certaines connaissances mathématiques fondamentales doivent être acquises suffisamment tôt. Puis, au cours de toute la scolarité, elles doivent être entretenues et enrichies en mettant en œuvre des synergies d'apprentissage avec les autres disciplines. Malgré les difficultés du temps présent nous devons faire confiance aux capacités des élèves et à celles de leurs professeurs. C'est la condition d'un enseignement scientifique efficace et ambitieux.

À peu près tout dans cet argumentaire mériterait un commentaire critique (et défavorable). On y retrouve d'emblée l'argument ancien de la prééminence

de la formation « de l'esprit » sur tout autre objectif ; le souci d'être « agréable » et de donner de la « joie » ; mais aussi un regard oblique, que l'occasion seule alimente, sur les usages concrets des mathématiques ; l'attention à l'inscription des mathématiques dans l'histoire, qui permettrait d'« humaniser l'enseignement » – enseignants inhumains, avez-vous donc une âme ? Tout cela occupe ici la place qui devrait revenir, selon moi, aux *besoins de connaissances* mathématiques – et autres –, dont il ne reste plus que des traces, constituées en « occasions » – estimées « nombreuses » (?) – de mettre en rapport les mathématiques et les autres sciences, occasions dont, « bien évidemment », il conviendrait de se « saisir ». C'est là à peu près tout le contraire de ce que j'avance dans mon exposé de Lyon.

d) Un point cependant semble rejoindre l'analyse que j'ai donnée dans cet exposé, aux points 19 et 20 notamment : les auteurs dénoncent en effet « l'erreur trop commune de sous-estimer les capacités des élèves ». Mais il faut noter que, ici, seul *l'individu* – bien davantage capable qu'on ne croirait ! – est visé, et que semble oublié l'entraînement essentiel d'un collectif uni par un pacte d'instruction. Encore l'abord de choses difficiles ne semble-t-il motivé que parce que les connaissances en cause seraient « fondamentales » et devraient se « construire » de longue main – pour servir plus tard *peut-être*. On notera enfin que, dans ce texte, les connaissances mathématiques apparaissent en quelque sorte comme génétiquement (et donc scolairement) premières – avec, même, invocation de « l'intérêt de l'humanité » –, au lieu d'être *engendrées* par les besoins propres de l'activité humaine – en particulier dans les « autres sciences », dont le commerce improbable devrait seulement, selon le texte de l'Académie, permettre à ces connaissances d'être « entretenues » et « enrichies ».

4. Mathématiques dangereuses ?

a) Il existe d'autres discours sur les mathématiques, qui disent essentiellement ceci : « Les mathématiques sont une chose excellente entre les mains des mathématiciens, mais elles sont dangereuses à peu près partout ailleurs ! » Autrement dit : les profanes, ceux notamment qui les évite comme le haut mal, doivent se méfier des rencontres mathématiques qui se font hors de ces lieux où, de toute façon, ils n'ont pas accès – les cénacles de mathématiciens.

b) Ce type de discours est bien illustré par un opuscule publié il y a peu (2011) chez L'Harmattan par Marc Delepouve (agrégé de mathématiques, enseignant à l'université de Lille) sous le titre *Une société intoxiquée par les chiffres*. Je ne reproduis ici qu'une partie de la quatrième de couverture :

La crise globale a des racines multiples. Certaines, malgré leur importance, restent peu étudiées et n'occupent qu'une place très secondaire dans le débat public. C'est le cas du langage des mathématiques qui envahit, sans grande résistance, de nombreux domaines où il ne repose sur aucune légitimité, ce qui détériore la capacité à penser le réel et affecte la nature des relations sociales. Cette dérive, doublée d'instrumentalisations et de manipulations des données chiffrées, est une des causes d'une certaine passivité des citoyens, de la défaillance du politique et in fine de la crise globale – environnementale, sociale, économique et financière. L'auteur invite le lecteur à explorer cette thèse. Il convoque pour se faire différents sujets, l'**organisation du travail**, les **retraites**, les **services publics**, la **recherche** ou encore le **réchauffement climatique**, avec une étude inédite des scénarios du Groupe d'experts intergouvernementaux sur l'évolution du climat (GIEC).
Le système néolibéral porte une responsabilité première dans cette situation. Une crise du savoir et une forme inédite d'obscurantisme se développent. Leur analyse éclaire des mécanismes d'endormissement des consciences et de relégation de l'humain au second plan, derrière les chiffres, et au service des intérêts des plus riches.

On a là une attitude de type élitiste et conservateur, qui réserve les mathématiques aux vrais initiés et dénonce à l'envi leurs mésusages profanes, supposés trompeurs. Nous avions déjà vu cela, toujours associé à une posture gauchiste-sérieuse, sous la plume de Denis Guedj (voir la séance 2 du séminaire TAD/IDD de l'année 2008-2009). De tels discours isolationnistes tentent de faire accréditer une forme de compromis qui, en droit, annule le problème de « l'équipement mathématique du citoyen ». Laissez donc les mathématiques aux mathématiciens, nous dit-on ; et refusez du même mouvement de vous laisser tyranniser par les « mathématiques » d'usurpateurs véreux et sans scrupules ! Les ruses de l'histoire sont innombrables.

HERBARTIEN, PROCOGNITIF, EXOTÉRIQUE

1. L'ancien, le nouveau et le sort des professeurs

a) Dans son livre cité plus haut, et plus précisément dans la section du chapitre 2 (« Rejet des sciences ») qui s'arrête sur le rejet des sciences « dans l'enseignement », Vincent Jullien note en particulier ceci, qui rejoint le point 5 de mon exposé de Lyon : « La majorité des instituteurs et professeurs des écoles est elle-même allergique et peu cultivée en sciences, et les enfants le sentent intensément. » L'antimathématisme ambiant engendre un antimathématisme *scolaire* porté par les professeurs, les parents, les élèves. Il est difficile d'initier des enfants à l'hygiène quand on manifeste,

furtivement peut-être, mais clairement, un inépuisable dédain à son endroit ; mais il est sans doute plus difficile encore de le faire quand on apparaît soi-même comme en permanence crapoteux. Il devrait être clair qu'un des devoirs de l'éducateur *est de soigner sa propre éducation*.

b) Dans cette perspective, j'ai proposé trois sésames : il faut viser à être, personnellement et institutionnellement, *herbartien*, *procognitif*, *exotérique*. Afin d'illustrer la chose, je voudrais présenter deux exemples du contraire, je veux dire de certains effets qui résultent du fait de ne pas l'être ou de ne pas *pouvoir* l'être (du fait de diverses contraintes). Dans un document intitulé « Sécurité routière : les effets de l'alcool sur l'organisme » (http://www.ac-besancon.fr/IMG/pdf/Banque_Interdisciplinaire_Quatrieme_Securite-routiere-biologie.pdf), on propose aux professeurs de SVT intervenant en 4e un scénario dont le point de départ est la petite fiction suivante :

> Au cours d'une conférence de sensibilisation sur les dangers de l'alcool au volant, un collégien prend la parole car il veut comprendre *pourquoi la loi considère comme illégale et donc répréhensible une alcoolémie* (= taux d'alcool dans le sang exprimé en $g \cdot L^{-1}$) *supérieure ou égale à 0,5* $g \cdot l^{-1}$*, ce qui ne correspond qu'à une consommation de deux verres de vin*. Il précise aussi qu'*il arrive fréquemment à son père, lors du déjeuner du dimanche, de consommer un apéritif et deux ou trois verres de vin avant de prendre la voiture pour aller encourager l'équipe de football du village lorsqu'elle a un match à l'extérieur.* Il indique aussi que son *père ne montre jamais un comportement qui pourrait laisser supposer qu'il est ivre et donc se demande quelle est l'action de cette consommation d'alcool sur son organisme au point qu'on puisse le considérer comme un danger public s'il conduit.*

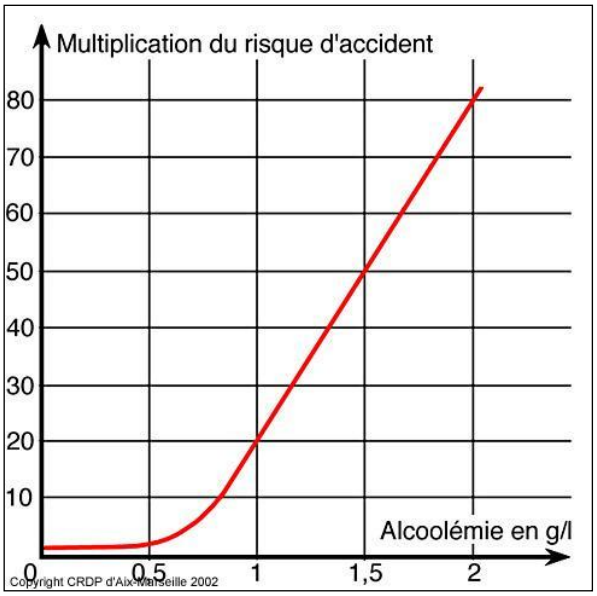
L'activité scénarisée vise à permettre aux élèves de réaliser la tâche précisée dans cette consigne :

> À l'aide de l'ensemble des documents mis à disposition et des connaissances sur la commande du mouvement, rédiger un texte exposant les arguments à utiliser par le conférencier pour justifier l'alcoolémie maximale autorisée par la loi.

Le document examiné propose une suite de quelques pièces que les élèves pourront utiliser pour concevoir et nourrir leur défense et illustration de la limite de $0{,}5\ g \cdot l^{-1}$. La première consiste en un simple graphique, reproduit ci-après. Je ne discuterai pas ce qu'on peut déduire de ce graphique : il semble clair que, au-delà de $0{,}5\ g \cdot L^{-1}$, la « multiplication du nombre d'accidents » croît très vite et il y a ainsi environ 10 fois plus d'accidents

lorsque l'alcoolémie est d'un gramme par litre que lorsqu'elle est de $0{,}5\ g \cdot L^{-1}$.

1. Alcoolémie et accidents de la route (d'après CRDP Aix-Marseille).



Mais supposons maintenant qu'un élève s'enquière de l'origine de ces données, de leur fiabilité, etc. La réponse du professeur ne peut tenir simplement dans le fait que ce graphique aurait pour source le CRDP d'Aix-Marseille, média pour lequel des milieux adéquats devraient être recherchés et consultés. Le professeur d'aujourd'hui, là-dessus, sera en difficulté, sauf à se prévaloir de cet argument à la fois régulier et indispensable : il convient de faire *comme si* le graphique était « juste ». L'argument qu'on tirera de ce graphique sera en effet nécessairement *conditionnel* : « Si ce graphique est juste, alors on doit conclure que… » Bien entendu, cela n'annule pas une demande légitime et même nécessaire : que sont les données permettant d'établir ce graphique, comme les a-t-on rassemblées, quelle est leur validité, leur généralisabilité, etc. Le professeur « classique » est ici pris au dépourvu : l'étude de cette question est si peu envisagée que les documents pour le professeur ne lui fournissent même aucun élément de réponse. Par contraste, dans la pédagogie de l'enquête, le professeur, la classe, les élèves sont – ou visent à être – herbartiens, procognitifs, exotériques. Dès lors, le problème se ramène à ceci : la classe peut alors décider d'enquêter sur la question soulevée, maintenant ou plus tard, ou de la laisser ouverte, faute de temps et de moyens par exemple.

c) Le caractère non herbartien de la figure du professeur classique est la source de nombreux déboires et pour le professeur et pour au moins certains de ses élèves. Je voudrais donner de cela un exemple dramatique que rapporte Elias Canetti dans son livre *La langue sauvée. Histoire d'une jeunesse (1905-1921)*, un auteur et un livre que j'ai déjà cités lors de la séance précédente de ce séminaire. L'auteur a alors pour professeur de calligraphie un certain Karl Schoch, homme encore jeune mais terriblement introverti. Or ce professeur est appelé brutalement à succéder au professeur de géographie, un spécialiste sévère, auteur du manuel de géographie utilisé dans la classe. Voici le passage où le drame du calligraphe et professeur de géographie improvisé se noue :

> Nous étions arrivés à l'Amérique du Sud et la grande carte était accrochée derrière lui ; il nous fit avancer un à un et lire à haute voix les noms des fleuves qui y figuraient. Quand ce fut mon tour, je tombai sur un *Rio Desaguadero*. Je prononçai bien le nom, ce qui n'avait rien d'extraordinaire : *agua* faisait partie des nombreux mots espagnols que j'avais appris dès la prime enfance à force de les entendre répéter. Il me corrigea, déclarant qu'il fallait dire Rio Desagadero, que le *u*, en l'occurrence, ne se prononçait pas. Je ne voulus pas entendre raison et persistai à dire que l'on prononçait *agua*. Et qu'est-ce qui me permettait d'être si affirmatif ? Je ne me laissai pas clouer le bec et répondis que j'étais bien placé pour le savoir ; après tout, l'espagnol était quasiment ma langue maternelle. Nous nous tenions face à face devant toute la classe ; aucun des deux ne voulait céder et, pour ma part, j'enrageais de le voir contester mes accointances avec l'espagnol. Le visage figé, vide de toute expression, il répéta sur un ton plus décidé que jamais qu'il fallait prononcer Rio *Desagadero*. On se lança plusieurs fois à la tête les deux prononciations, sa physionomie se glaça davantage et je crois qu'il m'aurait frappé s'il avait eu à la main la baguette avec laquelle on désignait ce qu'on lisait. Il lui vint alors une idée salvatrice et il me congédia par ces mots : « En Amérique du Sud, on prononce autrement. » (p. 354)

On reconnaîtra là une scène typique, et stupide, où l'enseignant qui fait visiter les monuments du savoir – au lieu de faire enquêter à leur sujet – en vient à se laisser coincer – en fait, la langue maternelle du jeune Élias Canetti est le judéo-espagnol. Les élèves de la classe, en général, malmenaient ce professeur, qu'ils saluaient à son entrée en classe comme à son départ de la classe par un gazouillis collectif moqueur censé imiter le chant du canari. La suite de l'histoire fut on ne peut plus douloureuse :

> Je ne crois pas que j'aurais poussé les choses aussi loin avec un autre professeur. Je n'éprouvais pas la moindre pitié pour lui et, pourtant, il en aurait eu grand besoin, car il était réellement en fâcheuse posture. Il y eut

encore quelques heures de cours avec lui, puis, un beau jour, alors qu'on s'était déjà mis à gazouiller en l'attendant, ce fut un autre professeur qui entra, déclarant tout de go : « Herr Schoch ne viendra plus. » On se dit qu'il était malade mais la vérité était tout autre et nous ne devions pas tarder à l'apprendre. Il était mort. Il s'était ouvert les veines et avait perdu tout son sang. (pp. 354-355)

Beaucoup de professeurs à l'ancienne, de « maîtres », comme on dit significativement des professeurs des écoles, ont ainsi pâti de pratiquer la pédagogie enseignante et non la pédagogie de l'enquête, qui veut, elle, que la vérité vienne d'ailleurs que du seul professeur – la classe aurait pu, au-delà même de l'apport du jeune Élias, enquêter sur le mot *desaguadero* et sur sa prononciation par exemple. Être tenu pour le maître, devoir assumer le rôle d'ésotérique, n'est pas toujours drôle. C'est parfois douloureux et même tragique.

2. Une question d'enquête

a) Permettez-moi de reproduire le point 7 de l'exposé de Lyon :

7. Voici le test clé pour une nouvelle instruction citoyenne. Prenez un texte ; faites-le lire à un adulte cultivé *normal*, qui ignore et veut ignorer les plus simples choses mathématiques. Supposez que ce texte exhibe en un certain point la formule [1]

$$\hat{H} = 1 - \frac{1}{1 + 2n\mu}$$

qui donne la diversité génétique $\hat{H}$ d'une population comportant n gènes et ayant un taux de mutation μ. Le citoyen que l'école doit former devrait être capable de conclure par exemple que, si le taux de mutation est faible, en sorte que $2n\mu$ est petit, alors $\hat{H}$ est proche de zéro : la diversité génétique est quasi nulle. Et que, si μ est « grand », alors… Or le lecteur *normal* d'aujourd'hui sautera ladite formule, ou se récriera, ou renoncera à comprendre, et protestera même, au motif que, parmi les droits de l'homme et du citoyen *mis à jour*, il est désormais un droit inaliénable, celui de ne jamais faire, une fois le bac passé, de rencontre non désirée avec rien qui soit « mathématique ». Or c'est, tout au contraire, à contribuer puissamment à ce que la culture « normale » de demain assume comme allant de soi de telles rencontres mathématiques que l'enseignement scolaire, selon moi, doit viser.

Le point 9 comporte encore ce passage :

Devant la formule inopinément rencontrée ci-dessus, le citoyen herbartien s'attaquera à une série de *questions*, au lieu de chercher à les fuir. Il se proposera ainsi d'étudier la question « Pourquoi, lorsque le produit $n\mu$ est

petit, la diversité génétique $\hat{H}$ est-elle proche de zéro ? » ; et aussi, question plus ambitieuse : « D'où vient cette formule donnant $\hat{H}$ en fonction de n et de μ ? »

Je voudrais m'arrêter un instant sur la formule donnant $\hat{H}$ et sur son origine : d'où sort-elle donc ?

b) Avant toute tentative de recherche d'une réponse, je voudrais souligner une différence déjà notée entre pédagogie enseignante et pédagogie de l'enquête. Cette différence se manifeste clairement dans la structure de l'échelle des niveaux de codétermination didactique. Dans le paradigme de la visite des œuvres, l'étudiant n'arrive à une œuvre que guidé par quelque cicérone à travers une discipline, un domaine au sein de cette discipline, etc.

Humanité
↓↑
Civilisation
↓↑
Société
↓↑
Paradigme de la visite des œuvres
↓↑
École
↓↑
Pédagogie
↓↑
Discipline ↔ Domaine ↔ Secteur ↔ Thème ↔ Sujet
↓↑
Œuvre

Par contraste, dans le paradigme du *questionnement du monde*, on rencontre *d'abord* l'œuvre qui constitue l'enjeu didactique et l'on doit *alors* chercher – dans la mesure où la chose importe à l'enquête – la discipline, le domaine, etc., dont relève éventuellement l'œuvre à étudier.

Humanité
↓↑
Civilisation
↓↑
Société
↓↑
Paradigme du questionnement du monde
↓↑
École
↓↑
Pédagogie
↓↑
Œuvre

↓↑
Discipline ↔ Domaine ↔ Secteur ↔ Thème ↔ Sujet

C'est a priori cela qui se produit dans le cas de l'enquête sur l'origine de la formule $\hat{H} = 1 - \frac{1}{1 + 2n\mu}$: d'où sort-elle donc ?

c) Bien entendu, pour qui a fait des études appropriées, cette formule aura été rencontrée dans le parcours « normal » des œuvres institué par l'institution didactique organisatrice dudit parcours – ce qui laisse de côté la grande masse de ceux qui pourraient un jour vouloir s'y intéresser. Dans le cas qui nous occupe, au contraire, la formule apparaît comme un OCNI, un objet culturel non identifié, qu'il nous faut identifier. Le plus simple sans doute, pour démarrer, est de tenter d'interroger l'ouvrage où la formule a été rencontrée : *La théorie de l'évolution. Une logique pour la biologie*, de Patrice David et Sarah Samadi (Flammarion, 2011). Pour cela, retenons d'abord les précisions apportées par les premières lignes de l'article « Allèle » de *Wikipédia* :

> On appelle **allèles** les différentes versions d'un même gène. Un allèle se différencie d'un autre par une ou plusieurs différences de la séquence de nucléotides. Ces différences apparaissent par mutation au cours de l'histoire de l'espèce, ou par recombinaison génétique. Tous les allèles d'un gène occupent le même locus (emplacement) sur un même chromosome.

Ajoutons-y le paragraphe suivant, qui fournit un exemple :

> Dans le cas du gène déterminant le groupe sanguin ABO, situé sur le chromosome 9 humain (en 9q34.1-q34.2), l'un des allèles, *A*, code la présence de substance A, un autre, *B*, la présence de substance B, et un troisième allèle *O*, ne codant pas d'enzyme actif, détermine, chez l'homozygote *O*/*O*, le groupe O.

Avec cela, nous devrions être prêts pour prendre connaissance du passage où les auteurs font apparaître la formule sur laquelle nous enquêtons :

> … commençons par trouver un moyen de quantifier le polymorphisme, c'est-à-dire la diversité des allèles présents à un moment donné dans une population. La manière la plus simple est d'imaginer que nous tirons au hasard deux gènes dans la population et de regarder s'ils sont identiques ou différents. Si, dans 90 % des cas, on obtient deux gènes différents, alors la diversité est grande, si cela n'arrive que dans 5 % des cas, elle est faible. La *probabilité de tirer deux gènes différents dans la population*, notée *H*, sera donc une mesure de la *diversité génétique* dans la population. On peut démontrer, en utilisant

> les calculs théoriques de la dérive génétique, que dans une population de n gènes, qui mutent à chaque génération avec un très faible taux de mutation μ, la diversité génétique moyenne approche au cours du temps une limite donnée par :
>
> $$\hat{H} = 1 - \frac{1}{1 + 2n\mu}.$$
>
> Que nous apprend cette formule ? Elle montre que l'on ne doit pas observer de polymorphisme quand $2n\mu << 1$ (auquel cas $\hat{H}$ est proche de zéro). En revanche, dès lors que l'ordre de grandeur de $2n\mu$ est… (pp. 78-80)

Nous en savons ainsi un peu plus quant à la nature de $\hat{H}$: en sollicitant un peu le texte des auteurs (qui, sans doute, démathématisent fortement l'œuvre mathématique qu'ils évoquent), $\hat{H}$ serait la limite – sous certaines conditions – de H quand le nombre de générations devient « assez grand ». Cette œuvre mathématique, en outre, est désignée par les auteurs à travers l'expression « les calculs théoriques de la dérive génétique » : nous n'en savons pas plus ! Pour poursuivre l'enquête, l'expression « dérive génétique » serait sans doute une clé possible. Mais c'est là que je m'arrêterai aujourd'hui là-dessus, en vous laissant la liberté de chercher par vous-mêmes.

3. Rencontrer les œuvres de la société

a) D'aucuns ont pu être surpris que, devant le comité scientifique de la Conférence nationale sur l'enseignement des mathématiques, j'aille jusqu'à proposer une structure didactique « concrète » : le « séminaire codisciplinaire ». À Lyon, j'ai un peu retouché ma formulation pour présenter cette structure comme « une instance abstraite, qui se concrétise de façon adaptée aux différents niveaux d'instruction » (point 13). Vous le savez, les gens sont si superficiels ! « Un "séminaire" en GS ? Ou même au lycée ? Ce n'est pas adapté, voyons !… », s'exclameront-ils. Or il y a, à ma proposition, une raison essentielle : ce « séminaire » (de *semen* « semence ») est là pour qu'on y rencontre des *questions* et, plus généralement, des *œuvres*, quelconques mais ayant quelque motif d'être étudiées, et cela selon l'ordre fonctionnel des raisons d'être, et non selon le plan préétabli d'un parcours touristique.

b) Le qualificatif « codisciplinaire » est ici fragile : il tient compte du fait que le monde dans lequel il s'agit d'introduire le paradigme du questionnement du monde est « tenu » par les séparations disciplinaires établies, regardées comme premières dans l'abord d'une œuvre, alors que, bien entendu, dans le nouveau paradigme, on ne sait pas a priori vers quelles « disciplines » il faudra se tourner au cours d'une enquête.

c) Je reviens un instant sur le cas, laissé ouvert plus haut, de la formule relative à la diversité génétique. Ce cas, en effet, permet de souligner que, dans une enquête, on va rencontrer non seulement des *œuvres* mais aussi *une organisation praxéologique et une distribution sociale* de ces œuvres. Dans l'enquête sur la formule, ainsi, on découvrira le cas échéant que

– soit il est relativement facile d'accéder, dans des formes abordables (grâce à du travail transpositif réalisé plus ou moins récemment dans la société), aux « calculs théoriques de la dérive génétique » évoqués par les auteurs ;

– soit, au contraire, cette œuvre mathématique « mixte » n'habite encore que les sommets de la science, où il est difficile, voire impossible, de se hisser pour l'exotérique que nous sommes.

L'enquête nous fait donc non seulement rencontrer des œuvres mais des arrangements d'œuvres et un état de l'écologie sociale de ces œuvres, tous éléments concourant à une connaissance davantage « lestée » de ces œuvres.

4. Un exemple : le test du khi-deux (1)

a) Je voudrais m'arrêter ici sur l'exemple extrêmement riche du test du χ^2. Quel est le problème ? Il se trouve qu'il s'agit d'un test statistique très utilisé dans les SHS et en particulier en sciences de l'éducation. Il apparaît en même temps qu'il constitue en règle générale un point faible de l'équipement praxéologique de ces domaines de recherche et de leurs acteurs. L'obstacle essentiel, vous l'imaginez peut-être, est que la base mathématique sur laquelle repose ce test reste pour l'essentiel « de l'autre côté de la frontière ». On voit donc régulièrement des efforts faits pour aider à une maîtrise adéquate de cette œuvre mathématico-statistique mais cela *sans mathématique* (ou presque) – et quelques mauvais esprits seront tentés d'ajouter : *sans statistique non plus*.

b) Un bon exemple de ces efforts louables mais, je crois, par force inaboutis est relativement récent (il est daté du 26 janvier 2011). C'est un document de 38 pages dû à Julien Barnier (ENS de Lyon), du groupe de recherche sur la socialisation (CNRS - UMR 5040), dont le titre est humoristiquement significatif : « Tout ce que vous n'avez jamais voulu savoir sur le χ^2 sans jamais avoir eu envie de le demander » (on trouvera ce texte en ligne à l'adresse http://alea.fr.eu.org/git/doc_khi2.git/blob_plain/HEAD:/khi2.pdf). Je n'entrerai pas ici dans l'analyse de cet exposé dont je crois, pour l'avoir rapidement parcouru, qu'il est très certainement digne d'intérêt pour les étudiants et les chercheurs en SHS – et pour les didacticiens du test du χ^2 ! Mais je voudrais *poser* ici, très partiellement sans doute, le problème de la « remontée mathématique » à partir des exposés démathématisés que l'on rencontre ainsi en SHS. Je partirai pour cela d'un ouvrage de statistique

mathématique publié par Michel Lejeune sous le titre *Statistique. La théorie et les applications* (Springer, Paris, 2004). Je n'en reproduis que ce très court passage (p. 254) :

> **10.1.2 Test du khi-deux de Pearson**
>
> Ce test est historiquement le premier à avoir été proposé bien avant le développement formel de la théorie des tests par Jerzy Neyman et par Egon Pearson à partir de 1930. Il a été mis au point vers 1900 par Karl Pearson, le père d'Egon, afin de vérifier sur des données biologiques certaines hypothèses tenant aux facteurs d'hérédité.
>
> En utilisant des approximations gaussiennes Karl Pearson a montré que la statistique de test
>
> $$Q = \sum_{j=1}^{c} \frac{(N_j - np_{0j})^2}{np_{0j}}$$
>
> admet, sous H_0, une loi asymptotique $\chi^2(c-1)$. C'est pourquoi Q est couramment appelée *statistique du khi-deux* (ou *statistique de Pearson*).

Ce passage, on l'aura noté, se trouve à la page 254 de l'ouvrage : beaucoup de travail a été fait avant qu'on y arrive ! En particulier, l'auteur a étudié la « loi asymptotique $\chi^2(c-1)$ », c'est-à-dire la loi du khi-deux à $c-1$ degrés de liberté, introduite dès la page 72 de l'ouvrage. C'est donc sur cette base mathématiquement et statistiquement substantielle que l'introduction du test du χ^2 se réalise ici.

c) Sans aller plus loin dans l'examen du livre de Michel Lejeune, je passe maintenant à un autre ouvrage de statistique mathématique, le traité classique de Marek Fisz intitulé *Probability Theory and Mathematical Statistics* (Wiley, New York, 1963). La structure de l'ouvrage est typique : d'abord, un peu plus de trois-cents pages de théorie des probabilités ; ensuite, de la statistique mathématique sur un peu moins de trois-cents pages. Ce qui nous intéresse se trouve dans le chapitre 12 de l'ouvrage, le quatrième de la partie consacrée à la statistique mathématique : « Significance tests ». Sa quatrième section est elle-même intitulée « The χ^2 test ». En voici le début (pp. 436-437 ; contrairement à Lejeune, qui utilise la fonction de densité, l'auteur y utilise la fonction de distribution F, qu'il définit par l'égalité $F(x) = P(X < x)$:

> **12.4 THE χ^2 TEST**
>
> **A** Let $F(x)$ be the unknown distribution function of the random variable x.
>
> A hypothesis which refers to the form of an unknown distribution function is called a *nonparametric hypothesis.*

A procedure of testing a nonparametric hypothesis is called a *nonparametric test.*

The procedure of testing a nonparametric hypothesis can be described as follows. We want to test a hypothesis H_0 which specifies the unknown distribution function $F(x)$ of the characteristic X of a population. We draw a sample of size n from the population and observe the values of the characteristic X of the sample elements. We proceed then as in parametric testing, namely, we construct a statistic U and we determine a value u_0 such that if H_0 is true, $P(|U| \geq u_0) \leq \alpha$, where α is the significance level. If the value $|u|$ observed from our sample is not smaller than u_0, we reject H_0; if, however, $|u| < u_0$, we have no reason to reject H_0 and further investigations should decide whether or not it can be accepted.

B A commonly used nonparametric test is based on the χ^2 statistic, given by K. Pearson [5]. We recall that a statistic of the same name was discussed in Section 9.4. As we shall see, the distribution of these statistics are closely related; we should not, however, forget that they are defined in completely different ways.

We now define Pearson's χ^2 statistic. Let $F(x)$ be a given distribution function of the random variable x. Let us split the x-axis into r disjoint sets S_k and let π_k ($k = 1, 2, \ldots, r$) be the probability that X takes on a value from S_k. If we take the interval $[a_k, a_{k+1})$ as the set S_k, then

$$\pi_k = F(a_{k+1}) - F(a_k). \tag{12.4.1}$$

The numbers π_k are called the *theoretical frequencies*. Let us imagine that we have n independent observations of the random variable X, $x_1, x_2, \ldots, x_n$. We split these observations into r groups including in the kth group those observations which belong to the set S_k. Denote the number of observations which belong to S_k by n_k ($k = 1, 2, \ldots, r$). In different samples of size n the n_k, of course, vary. That is, for a given k, n_k is a random variable with the binomial distribution. The statistic

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^{r} \frac{(n_k - n\pi_{kj})^2}{n\pi_k} \tag{12.4.2}$$

is called *Pearson's χ^2 statistic.*

Theorem 12.4.1. *Suppose that the theoretical frequencies π_k are given. Then the sequence $\{F_n(z)\}$ of distribution functions of the statistic χ^2 defined by* (12.4.2) *satisfies the relation*

(12.4.3)

$$\lim_{n \to \infty} F_n(z) = \begin{cases} \dfrac{1}{2^{(r-1)/2}\Gamma(\frac{1}{2}(r-1))} \displaystyle\int_0^z z^{(r-3)/2} e^{-z/2}\, dz & \text{for } z > 0 \\ 0 & \text{for } z \leq 0 \end{cases}$$

Expression (12.4.3) is the distribution function of the random variable χ^2 discussed in Section 9.4 with $r - 1$ degrees of freedom.

Proof. If the assumptions of our theorem are satisfied, then the probability that…

Là encore, bien entendu, l'auteur utilise des résultats antérieurs. Même avec très peu de connaissances mathématiques, mais avec une tolérance à la rencontre avec des énoncés mathématiques clairement supérieure à la moyenne actuelle, on peut voir ceci : la distribution F_n de la statistique $\chi^2 = \sum_{k=1}^{r} \frac{(n_k - n\pi_{kj})^2}{n\pi_k}$ n'est pas égale à la loi limite indiquée ci-dessus : elle *tend* vers elle quand « n tend vers l'infini ». À partir de quand, alors, pouvons-nous considérer que la fonction de distribution F_n est suffisamment proche de la fonction limite (où n n'apparaît plus) pour qu'on puisse faire comme si l'on avait affaire à cette loi ? C'est là une question classique, que Fisz aborde dans les termes suivants (pp. 439-440) :

> In applying the χ^2 test, one should remember that it is based upon a limit theorem. Therefore, the numbers n_k which appear in this test cannot be too small. One can give some sort of rule, namely that the observations should be split into such groups that $n\pi_k \geq 10$, that is, that the expected number of observations in each group is not smaller than ten. Some authors accept the rule that the number of observations in each group should not be smaller than five. A deeper investigation on the number of groups into which the observations should be split is contained in the paper of Mann and Wald [1]. In this paper Mann and Wald advise the splitting of the x-axis into intervals with the same theoretical frequencies; hence if the number of intervals equals r, then $\pi_k = 1/r$ ($k = 1, 2, \ldots, r$). In connection with the paper of Mann and Wald, Williams [1] gives numerical data concerning the number and lengths of these intervals. An extensive discussion of the use of the χ^2 test is given in Cochran's [2] paper. It is worthwhile to mention that Vessereau [1], comparing, for $\pi_k = 1/r$ and small n (about 15 to 20), the exact distribution of χ^2 defined by (12.4.2) with the limit distribution χ^2 with $r - 1$ degrees of freedom, established that without fear of making a big mistake one can apply the limit χ^2 distribution for the χ^2 test, at the significance level $\alpha = 0.05$ or $\alpha = 0.01$, even if $n_k = 1$ ($k = 1, 2, \ldots, r$).

Je laisse au lecteur le soin de comparer le souci de précision de Fisz avec les consignes jamais référencées que donnent usuellement les exposés démathématisés courants en SHS.

d) On peut diminuer encore la teneur mathématique d'un exposé sur le test du χ^2 en en conservant toutefois certains avantages. Je prendrai un ultime exemple en empruntant à l'ouvrage de Michael C. Gemignani, *Calculus and*

Statistics (1970, Addison-Wesley ; 2006, Dover). Voici donc ce qu'on peut y lire (pp. 225-226) :

> Suppose that we are considering n events E_1, …, E_n, and that each E_i has expected frequency e_i and actually observed frequency of o_i. One measure of the discrepancy between the observed and expected frequencies is given by the *statistic**
>
> (23) $$\chi^2 = \frac{(o_1 - e_1)^2}{e_1} + \ldots + \frac{(o_n - e_n)^2}{e_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i}.$$
>
> The larger χ^2 is, the greater the discrepancy between the observed and theoretical frequencies; $\chi^2 = 0$ if and only if the observed and predicted frequencies are the same.
> The statistic χ^2 is a random variable whose density function is described in the following proposition.
>
> ***Proposition 9.*** *The density function of χ^2 as defined in (23) is approximately*
>
> (24) $$g(\chi^2) = c(\chi^2)^{1/2(f-2)}e^{-\chi^2/2} = c\chi^{f-2}e^{-\chi^2/2},$$
>
> *where f is an integer as determined below and c is a constant which makes the area under the graph of g from* 0 *to* ∞ (χ^2 *cannot be negative*) *equal to* 1. *The approximation becomes better as the expected frequencies become larger; for reasonable accuracy, each of the observed frequencies should be at least* 5. *The number f, called the number of* ***degrees of freedom****, is given by*
> i) $f = n - 1$ *if we can compute the expected frequencies without having to estimate any population parameters from the sample, or*
> ii) $f = n - 1 - k$ *if we can compute the expected frequencies only by estimating k population parameters from the sample.*
>
> Since we wish to find the probability that the measure χ^2 of discrepancy between observed and expected values will be at least as large as some number, say N, we will generally want to find
>
> (25) $$\int_N^\infty g(x)\,dx$$
>
> The evaluation of (25) is best carried out by means of tables.

On comprendra que l'auteur se réfère à l'usage de tables : la première édition de son ouvrage est de 1970. On aura observé aussi l'appel de note au mot *statistic*, mot qu'il explique ainsi dans une note de bas de page : « A *statistic* is a numerical quantity which can be calculated from a sample. The sample mean and sample standard deviation are statistics. » Cela dit, soulignons que nous aurons fait, des trois textes reproduits jusqu'ici, une lecture implicitement et simplement *inventoriante*. Celle-ci permet déjà de faire apparaître une démathématisation progressive : alors que Fisz démontre ses

théorèmes, Gemignani donne ses « propositions » sans démonstration. En outre, ce dernier auteur parle d'*approximation* là où le premier évoque une suite de fonctions tendant vers une fonction limite. D'une façon générale, dans une enquête véritable, ces textes devraient à la fois être la source de *questions* et se voir retourner ces questions – que sont par exemple les « population parameters » estimés à partir de l'échantillon et qui réduiraient le nombre de degrés de liberté, dont parle Gemignani ? Mais je m'arrêterai là à ce propos.

5. Un exemple : le test du khi-deux (2)

a) Le déficit d'une offre praxéologique appropriée ne tient pas seulement à une offre mathématiquement inadéquate – ce qui peut altérer fortement, il est vrai, l'intelligence technologico-théorique du test (et de l'idée même de test). On rencontre constamment aujourd'hui des « manques » technologiques au plus près des techniques concrètes que l'étudiant ou le chercheur peuvent être amenés à employer. J'en donnerai ci-après un exemple simple.

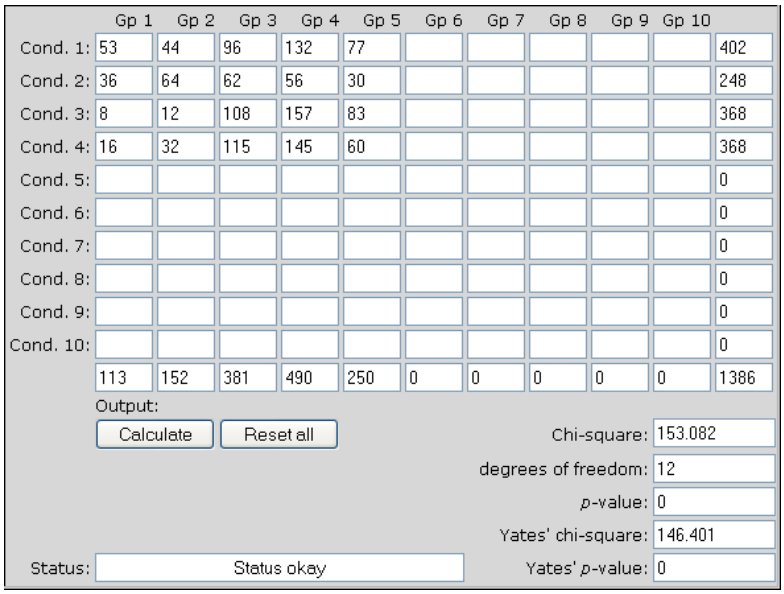
b) Utilisons le test du χ^2 pour tester l'indépendance de deux variables nominales (ou ordinales) à partir d'informations apportées par un tableau de contingence. Pour traiter ce cas, par exemple, Gemignani avance la proposition que voici (p. 229) :

> ***Proposition 10.*** *If the contingency table is* $h \times k$, $h > 1$ *and* $k > 1$, *then* χ^2 *has the density function* (24) *with* $f = (h - 1)(k - 1)$ *if we can compute the expected frequencies without estimating any population parameters from the recorded observations, and* $f = (h - 1)(k -) - m$ *if we must estimate* m *population parameters from the observed frequencies in order to compute the expected frequencies.*

J'emprunte alors ce qui suit à un document en ligne (http://www.suristat.org/document/documentArticle/chi_deux_partiels.pdf) qui nous éclairera sur certains aspects des résultats affichés par le logiciel Sphinx. Voici un premier tableau :

Nationalité x Revenus						
	Moins de 500 €	500-1000 €	1000-2000 €	2000-4000 €	Plus de 4000 €	**Total**
Française	**53**	**44**	**96**	**132**	**77**	**402**
Allemande	**36**	**64**	**62**	**56**	**30**	**248**
Italienne	**8**	**12**	**108**	**157**	**83**	**368**
Espagnole	**16**	**32**	**115**	**145**	**60**	**368**
Total	**113**	**152**	**381**	**490**	**250**	**1 386**
p = **0,1** % ; chi2 = **153,08** ; ddl = **12** (**TS**)						

Ici, rien de bien surprenant ! Un calculateur utilisable en ligne (http://www.quantpsy.org/chisq/chisq.htm) confirme au reste les résultats affichés par Sphinx (voir ci-dessous), à ceci près que Sphinx donne p = 0,1 % là où d'autres moyens de calcul donnent p = 0 :



	Gp 1	Gp 2	Gp 3	Gp 4	Gp 5	Gp 6	Gp 7	Gp 8	Gp 9	Gp 10	
Cond. 1:	53	44	96	132	77						402
Cond. 2:	36	64	62	56	30						248
Cond. 3:	8	12	108	157	83						368
Cond. 4:	16	32	115	145	60						368
Cond. 5:											0
Cond. 6:											0
Cond. 7:											0
Cond. 8:											0
Cond. 9:											0
Cond. 10:											0
	113	152	381	490	250	0	0	0	0	0	1386

Output:

Calculate | Reset all

Chi-square: 153.082
degrees of freedom: 12
p-value: 0
Yates' chi-square: 146.401
Yates' *p*-value: 0
Status: Status okay

Mais voici maintenant un autre tableau, calculé à partir des mêmes données empiriques initiales :

Nationalité x Revenus

	Moins de 500 €	500-1000 €	1000-2000 €	2000-4000 €	Plus de 4000 €
Française	**12,48**	**<0,01**	**1,90**	**0,72**	**0,28**
Allemande	**12,32**	**49,80**	**0,56**	**11,44**	**4,85**
Italienne	**16,14**	**19,93**	**0,46**	**5,56**	**4,16**
Espagnole	**6,54**	**1,73**	**1,89**	**1,71**	**0,61**

De quoi s'agit-il ? Les connaisseurs répondront : « Des χ^2.partiels. » Que sont-ils et pourquoi sont-ils affichés ? Ce serait là l'objet d'une petite enquête auxiliaire. Revenons alors au tableau de départ, mais avec cette fois un affichage en couleur qui semble vouloir nous dire quelque chose de plus :

Nationalité x Revenus

	Moins de 500 €	500-1000 €	1000-2000 €	2000-4000 €	Plus de 4000 €
Française	**53**	**44**	**96**	**132**	**77**
Allemande	**36**	**64**	**62**	**56**	**30**
Italienne	**8**	**12**	**108**	**157**	**83**
Espagnole	**16**	**32**	**115**	**145**	**60**

Pourquoi seuls certains effectifs sont-ils soulignés et mis en couleur ? L'usager pourra s'interroger longtemps sur cet apparent mystère, dont vous trouverez la clé dans le document auquel j'emprunte ces tableaux. Mais il y a là un exemple d'un problème général de diffusion praxéologique sur lequel je voudrais maintenant conclure.

c) Pour des raisons sans doute diverses, chaque utilisateur en puissance des « produits » (matériels ou immatériels) disponibles doit en passer par un bricolage praxéologique souvent éperdument individuel, réalisé en information incomplète, et donc fréquemment de qualité incertaine. Quelques-uns cependant connaissent le « secret » ; mais ils le gardent pour eux. Pour cela, il y a persistance d'une idéologie archaïque qui n'a pas disparu (même dans les cercles réputés éclairés de l'enseignement) et qui s'oppose à la diffusion démocratique des connaissances. On retrouve ainsi l'antique phénomène de rétention des connaissances, soit par une institution – une « corporation »–, soit, localement, par un « individu ». Et on peut alors vouloir identifier des conditions qui permettraient de lever de telles barrières à la libre circulation des connaissances.

d) Appliquons cela à un exemple qu'on aura peut-être remarqué : plus haut, le calculateur utilisé affiche le « Yates' chi square » et la « Yates' *p*-value », que je n'ai pas commenté. De quoi donc s'agit-il ? Voici un élément de réponse emprunté au livre de Gemignani (p. 230) :

> The variate χ^2 is actually discrete, whereas the tables associated with χ^2 treat χ^2 as being continuous. As a result, some degree of accuracy is lost. For more than one degree of freedom, this loss of accuracy is generally negligible. However, where one degree of freedom occurs, it sometimes is desirable to use
>
> (26) $$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(|o_i - e_i| - \frac{1}{2})^2}{e_i}$$
>
> in place of (23). The correction for χ^2 given in (26) is called *Yates' correction for continuity*. In general, one prefers (26) to (23) to measure χ^2 only when (23) leads to some doubt as to whether or not a given hypothesis should be rejected.

Je laisserai le lecteur vérifier par lui-même – par exemple dans *Wikipedia* (en anglais) – le mot de *variate* employé ici.

That's all, folks!