UMR ADEF

JOURNAL DU SEMINAIRE TAD/IDD

Théorie Anthropologique du Didactique
& Ingénierie Didactique du Développement

Ceux qui prennent le port en long au lieu de le prendre en travers.
Marcel Pagnol (1895-1974)

Le lendemain, Aymery prit la ville. Victor Hugo (1802-1885)

Le séminaire TAD & IDD, animé par Yves Chevallard, a une double ambition solidaire : d'une part, il vise à mettre en débat des recherches (achevées, en cours ou en projet) touchant à la TAD ou, dans ce cadre, à des problèmes d'ingénierie didactique du développement, quel qu'en soit le cadre institutionnel ; d'autre part, il vise à faire émerger les problèmes de tous ordres touchant au développement didactique des institutions, et notamment des professions de professeur, de formateur et de chercheur en didactique. Deux domaines de recherche sont au cœur du séminaire : un domaine en émergence, la didactique de l'enquête codisciplinaire ; un domaine en devenir, la didactique des praxéologies mathématiques.

La conduite des séances et leur suivi se fixent notamment pour objectif d'aider les participants à étendre et à approfondir leur connaissance théorique et leur maîtrise pratique de la TAD et des outils de divers ordres que cette théorie apporte ou permet d'élaborer. Sauf exception, les séances se déroulent le vendredi après-midi, de 14 h à 16 h puis de 16 h 30 à 18 h 30, cette seconde partie pouvant être suivie à distance par visioconférence.

➔ Séance 3 – Vendredi 13 janvier 2012

QUID DES MATHÉMATIQUES ?

1. Évitements et exotérismes

a) Je reviens à la question de la diffusion sociale des connaissances mathématiques. Je rappelle d'abord la liste des différentes « études et recherches » (ER) actuellement ouvertes dans le cadre du travail de thèse de Sineae Kim :

ER_1. Les théories des mathématiques.
ER_2. Les praxéologies d'évitement et d'oubli des mathématiques.
ER_3. Les praxéologies de diffusion des mathématiques.
ER_4. L'offre praxéologique en mathématiques à l'adresse des étudiants en sciences humaines et sociales (*behavioral and social sciences*).

ER_5. La demande praxéologique en mathématiques des étudiants en sciences humaines et sociales (*behavioral and social sciences*).
ER_6. Les besoins praxéologiques en mathématiques des étudiants en sciences humaines et sociales (*behavioral and social sciences*).

b) J'ai illustré la dernière fois certaines techniques d'évitement des mathématiques. Un ouvrage qui me semble mériter d'être examiné à la lumière de cette problématique est le petit livre d'Olivier Martin intitulé *L'analyse de données quantitatives*, paru dans la collection « L'enquête et ses méthodes » dirigée par François de Singly chez Armand Colin, que je citerai ici dans sa 2e édition (2009). L'auteur est présenté sur la 4e de couverture de l'ouvrage par ces mots : « Olivier Martin, sociologue et statisticien, est professeur à l'Université Paris Descartes, chercheur au Cerlis (Centre de recherche sur les liens sociaux, CNRS) et directeur de l'école doctorale. » (Vous pourrez vous reporter à l'article qui lui est consacré sur *Wikipédia* : vous y lirez qu'Olivier Martin est « diplômé de l'École nationale de la statistique et de l'administration économique (ENSAE ParisTech), de l'EHESS et de l'IEP de Paris ».) Le repérage que je souhaiterais ébaucher dans ce texte est celui des écritures et autres « traces » mathématiques qui y apparaissent (hormis les pourcentages). Page 64, par exemple, on rencontre par exemple ceci :

$$\text{variance} = \frac{1}{n} \times \sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2$$

L'égalité est suivie de ce commentaire : « Cette formule est l'expression en langage formel de la définition de la variance comme "moyenne des carrés des écarts des valeurs à leur moyenne". » On retrouve ici, exemplairement, le dualisme ancien entre *formule* et *règle*, que j'avais pointé à la séance dernière dans le livre de Jessica M. Utts. J'ai insisté, dans mon *cours de didactique fondamentale* aux étudiants de licence de sciences de l'éducation (sur lequel je vais revenir), et plus précisément dans le passage reproduit ci-après du point 14 de la 6e des dix *leçons de didactique* qui le composent, sur les liens puissants existant entre la prépondérance de la *règle* et le rôle crucial dévolu à la *mémorisation* :

> On s'arrêtera un instant, dans ce qui suit, sur le cas des mathématiques pour y montrer comme la « mise en texte du savoir » – c'est-à-dire la rédaction d'exposés sur les praxéologies dont la transmission est visée – s'y trouve soumise elle-même au primat de la mémorisation. Voici par exemple des extraits d'un opuscule signé de J. F. Blanc et J. Soler, *L'algèbre à l'école primaire*, « conforme aux nouveaux programmes (cours supérieur) ». Il s'agit de la 3e édition de cet ouvrage, publiée par la Librairie Ferran à Marseille en 1933 (les passages ci-après se trouvent aux pages 4 et 6) :

Notions préliminaires

………………………………………………………………………………………………………

Exercices

1. – Quel nom donne-t-on à l'égalité $5x - 4 = 3x + 16$? – Que représente la lettre x ? – Quel est le 1er membre de cette équation ? le 2e membre ? – Qu'est-ce que résoudre cette équation ?

2. – Dans le terme algébrique $7a^2$ quel est 1° le coefficient et qu'indique-t-il 2° l'exposant et qu'indique-t-il ?

3. – Lire : $7 < 12$; $x < y$; $14 > 9$; $a > b$. – Dans les signes de comparaison > et < de quel côté tourne-t-on l'ouverture de l'angle ?

Transformations d'une équation

………………………………………………………………………………………………………

8. – **Règle.** *Deux quantités égales, augmentées d'un même nombre, continuent d'être égales.*

………………………………………………………………………………………………………

9. – **Règle.** *Deux quantités égales diminuées d'un même nombre, continuent d'être égales.*

………………………………………………………………………………………………………

10. – **Règle.** *Dans une équation, on peut faire passer un terme d'un membre de l'équation dans l'autre, à condition de lui donner le signe contraire.*

Ce document est extrait d'un ouvrage pour commençants : il suppose très peu de connaissances de la part des élèves dont la classe serait conduite à l'utiliser. On y voit exemplairement ce que peut être une *interrogation* en la matière : Quel nom donne-t-on à l'égalité $5x - 4 = 3x + 16$? Que représente la lettre x ? Quel est le 1er membre de cette équation ? Le 2e membre ? Qu'est-ce que résoudre cette équation ? Etc. Le même ouvrage scolaire, bien sûr, sollicite aussi l'apprentissage par cœur de ce qui se nomme traditionnellement des *règles* : dans la classe, *récitation et interrogation se conjugueront*. La règle est faite pour être sue par cœur et récitée (à autrui ou à soi-même). On la retrouve dans tous les textes d'enseignement d'autrefois. Ainsi en va-t-il dans ces extraits du *Cours abrégé d'arithmétique* d'un auteur déjà rencontré, Carlo Bourlet (Hachette, Paris, 1922).

RÈGLE. – *Pour faire la preuve par 9 d'une division, on calcule les restes de division par 9 du diviseur et du quotient. On en fait le produit on en prend le reste de division par 9. On ajoute ce premier reste au reste de division par 9 du reste de l'opération à vérifier, et on prend le reste de division par 9 de cette somme. Ce résultat doit être égal au reste de division par 9 du dividende.*

RÈGLE. – *Pour calculer la longueur d'un arc de cercle on calcule d'abord la longueur de la circonférence entière dont il fait partie ; on la divise par 360 et on multiplie le résultat par le nombre des degrés et fraction décimale de degré contenus dans l'arc.*
Il faut donc, au préalable, quand l'arc est donné en degrés, minutes et secondes, transformer ce nombre en degrés et *fraction décimale* de degré.

RÈGLE. – *Pour avoir, dans une règle de trois simple et directe, la valeur inconnue de la grandeur dont on ne connaît qu'une première valeur, on multiplie cette première valeur par le rapport de la seconde à la première valeur de l'autre grandeur.*

RÈGLE – *Pour partager un nombre en parties proportione1les à plusieurs autres, il suffit de calculer des nombres proportionnels aux nombres donnés dans le rapport du nombre à partager à la somme de ces nombres.*

La *règle* est au centre de toute l'arithmétique traditionnelle, où elle ne sera que très tardivement remplacée par la *formule*. Là où on utiliserait, aujourd'hui, la formule

$$\ell = \frac{2\pi R}{360°} \times a,$$

en obtenant ainsi, par exemple, lorsque le rayon du cercle est $R = 3$ cm et l'arc $a = 37{,}8°$, pour longueur ℓ de l'arc d'angle a le nombre

$$\ell = \frac{2\pi R}{360°} \times a = \frac{6 \text{ cm} \times \pi}{360°} \times 37{,}8° = \frac{6 \text{ cm} \times 37{,}8}{360} \times \pi = \frac{226{,}8 \text{ cm}}{360} \times \pi = 0{,}63 \text{ cm} \times \pi \approx 1{,}98 \text{ cm},$$

on doit ici, selon la règle, calculer « d'abord la longueur de la circonférence entière », soit $6 \times \pi$ cm, ou 18,84 cm à peu près (en prenant π égal à 3,14) ; ensuite diviser le résultat intermédiaire ainsi obtenu par 360, ce qui donne (approximativement) 0,05 cm/°, enfin multiplier (ici) par 37,8° : on obtient en l'espèce $\ell \approx 1{,}89$ cm. On aura noté que, à cause des approximations – traditionnelles – mais aussi *de l'ordre des opérations tel que le prescrit la règle*, la longueur de l'arc est sous-évaluée de presque un millimètre ! C'est que les règles sont des formules « mises en mots » et, par cela, *rigidifiées*. Cette rigidité propre à l'*arithmétique* disparaît heureusement avec l'*algèbre*, où l'on apprend à « manipuler » les formules, et par exemple à écrire des égalités telles que celles-ci :

$$\ell = \frac{2\pi R}{360°} \times a = \frac{2aR}{360°} \times \pi, \text{ etc.}$$

Alors que, dans l'extrait de *L'algèbre à l'école primaire* rencontré plus haut les règles énoncent des principes *technologiques* (elles précisent ce qui est *« faisable »*, non ce qui est *à faire*, ainsi que le ferait une règle *technique*), dans l'extrait de l'ouvrage de C. Bourlet les règles énoncent des prescriptions *techniques*, que l'on mettra ensuite à exécution *en se les remémorant* et, plus concrètement, *en se les récitant* (silencieusement ou non). On voit ainsi que, à un niveau certes élémentaire, une grande partie des connaissances mathématiques utiles est exprimée sous forme de discours, de textes, que l'on peut dès lors *apprendre par cœur* : il n'y a pas de bornes aisément assignables à l'empire *de l'apprendre et du savoir par cœur*. Par contraste, les *formules* resteront longtemps une affaire de « savants » ou de quasi-savants, comme on le saisira mieux en lisant ce qu'Émile Littré en dit dans son *Dictionnaire de la langue française*.

> **RÈGLE (extrait)**
> Opération d'arithmétique. L'addition, la soustraction, la multiplication et la division sont les quatre premières règles de l'arithmétique, dites, par antonomase, les quatre règles. Faire la règle du plus grand commun diviseur.
> *Vous ferez deux règles d'arithmétique, et vous copierez trois pages dans l'Imitation,* **GENLIS, *Théât. d'éduc. la Lingère, I, 6***.
> *Il faut se prémunir, en calcul de finance, contre toutes les idées qui ne sont pas très simples, parce que la science ne doit pas s'élever plus haut que celle des quatre règles de l'arithmétique,* **TOULONGEON, *Instit. Mém. sc. mor. et pol. t. IV, p. 445***.
> Règle de trois, question où, trois termes d'une proportion étant donnés, il faut chercher le quatrième.
> Règle de fausse position, règle dans laquelle, ayant à découvrir un ou plusieurs nombres inconnus, on prend faussement, à la place d'un d'entre eux, un nombre connu quelconque, avec lequel on calcule les autres ; ce qui en fait connaître les rapports et par suite la valeur véritable.
> *Il y a des problèmes que l'on ne résout commodément que par la règle de fausse position,* **CORDIER, *Instit. Mém. scienc. t. VII, p. 537***.
> **FORMULE (extrait)**
> Terme de mathématique. Ensemble de termes algébriques contenant l'expression générale d'un calcul ou son résultat. Formule algébrique. Formule différentielle. Formule intégrale.
> *Il [König] fit, l'année passée, le voyage de la Haye à Berlin, uniquement pour aller conférer avec Maupertuis sur une formule d'algèbre et sur une loi de la nature dont vous ne vous souciez guère,* **VOLT. *Lett. Mme Denis, 24 juill. 1752***.

c) Je reviens au livre d'Olivier Martin. La première occurrence d'une écriture mathématique se trouve, sauf erreur, à la page 32, que je reproduis ci-après :

> Pour chacun de ces types d'échantillon, il est possible de calculer la part [1] des personnes ayant regardé la télévision : cette part est l'*estimation* de la part des individus ayant regardé la TV parmi toute la population *(cf.* deuxième colonne de notre tableau). Il est également possible de calculer la part des échantillons de ce type parmi tous les échantillons possibles c'est-à-dire la probabilité d'obtenir un échantillon de ce type (« d'être tombé sur un échantillon de ce type »). Considérons, par exemple, le type d'échantillon pour lequel tous les individus ont répondu « Oui » à notre question (première ligne du tableau 1.1).

> Pour obtenir un tel échantillon, il faut choisir, parmi les membres de la population, 10 fois un individu ayant regardé la TV. Puisqu'il y a 65 % de personnes ayant regardé la TV dans notre population, à chaque fois que nous choisissons un individu nous avons 65 chances sur 100 d'obtenir quelqu'un ayant regardé la TV (soit 0,65). La probabilité d'avoir 10 fois de suite cette chance est donc :
>
> $0{,}65 \times 0{,}65 \times 0{,}65 \times 0{,}65 \times 0{,}65 \times 0{,}65 \times 0{,}65 \times 0{,}65 \times 0{,}65 \times 0{,}65 = (0{,}65)^{10} = 0{,}013462743\ldots \approx 0{,}0135$
>
> À l'opposé, on peut calculer la probabilité d'obtenir un échantillon où personne n'a regardé la TV la veille. Il faut, lors de la désignation de chacun des 10 individus composant notre échantillon, que le hasard désigne une des personnes n'ayant pas regardé la TV : puisque 35 % de la population n'a pas regardé la TV, la probabilité d'obtenir une telle personne est de 0,35. La probabilité d'obtenir un échantillon de 10 personnes de ce type est donc :
>
> $0{,}35 \times 0{,}35 \times 0{,}35 \times 0{,}35 \times 0{,}35 \times 0{,}35 \times 0{,}35 \times 0{,}35 \times 0{,}35 \times 0{,}35 = (0{,}35)^{10} = 0{,}00002758547$ [*sic*] $\approx 0{,}000028$
>
> La probabilité d'obtenir 10 réponses « Non » est donc beaucoup plus faible que celle d'obtenir 10 réponses « Oui ». Cela résulte du fait qu'il y a beaucoup plus de personnes ayant regardé la TV que ne l'ayant pas fait dans notre population (65 % contre 35 %).
>
> Pour chacun des types d'échantillon, il est possible de calculer cette probabilité – même si le calcul est un peu plus complexe car il nécessite le recours à des ca1culs de dénombrement.
>
> ---
>
> 1. Il existe deux manières courantes d'exprimer une « part » : soit sous la forme d'un pourcentage ; soit sous la forme d'une fraction (un nombre compris entre 0 et 1). Ainsi, 65 % s'expriment aussi 0,65 : « 65 personnes parmi 100 » ou « 0,65 personne pour une ». Cette remarque vaut également pour les probabilités : une probabilité de 0,33 peut s'exprimer comme une probabilité (ou chance) de 33 %.

On a reproduit ci-après le tableau évoqué dans le passage précédent. On aperçoit là une autre technique d'évitement des mathématiques utiles. Le calcul « un peu plus complexe », qui « nécessite le recours à des ca1culs de dénombrement », est celui qui permet d'obtenir la loi de probabilité binomiale, qui s'écrit « formellement » (ici)

$$\mathrm{P}(X = k) = \mathrm{C}_{10}^{k}\, p^{k}(1 - p)^{10-k}$$

où X est le nombre de fois que la réponse « Oui » est obtenue dans un échantillon de taille 10, p la probabilité d'obtenir la réponse « Oui » dans la population parente : $\mathrm{P}(X = k)$ est alors la probabilité d'obtenir k fois la réponse « Oui » en interrogeant un échantillon de 10 personnes. Pour p = 0,65 et k = 10, on a ainsi

$$\mathrm{P}(X = 10) = \mathrm{C}_{10}^{10} \times 0{,}65^{10} \times 0{,}35^{0} = 0{,}65^{10} = 0{,}0134627433446289\ldots \approx 0{,}0135.$$

Tableau 1.1. Les types d'échantillon

Type d'échantillon	Part des personnes ayant regardé la TV pour ce type d'échantillon	Probabilité d'obtenir un échantillon de ce type
10 individus répondent « Oui » Personne ne répond « Non »	100 %	≈ 0,0135
9 « Oui » et 1 « Non »	90 %	≈ 0,0725
8 « Oui » et 2 « Non »	80 %	≈ 0,1756
7 « Oui » et 3 « Non »	70 %	≈ 0,2522
6 « Oui » et 4 « Non »	60 %	≈ 0,2377
5 « Oui » et 5 « Non »	50 %	≈ 0,1536
4 « Oui » et 6 « Non »	40 %	≈ 0,0689
3 « Oui » et 7 « Non »	30 %	≈ 0,0212
2 « Oui » et 8 « Non »	20 %	≈ 0,0043
1 « Oui » et 9 « Non »	10 %	≈ 0,00051
Personne ne répond « Oui » 10 individus répondent « Non »	0 %	≈ 0,000028

De la même façon, pour, disons $k = 7$ (on obtient 7 « oui » et 3 « non »), on obtient : $P(X = 7) = C_{10}^{7} \times 0{,}65^7 \times 0{,}35^3 = 120 \times 0{,}65^7 \times 0{,}35^3 = 0{,}25221962497\ldots \approx 0{,}2522$.

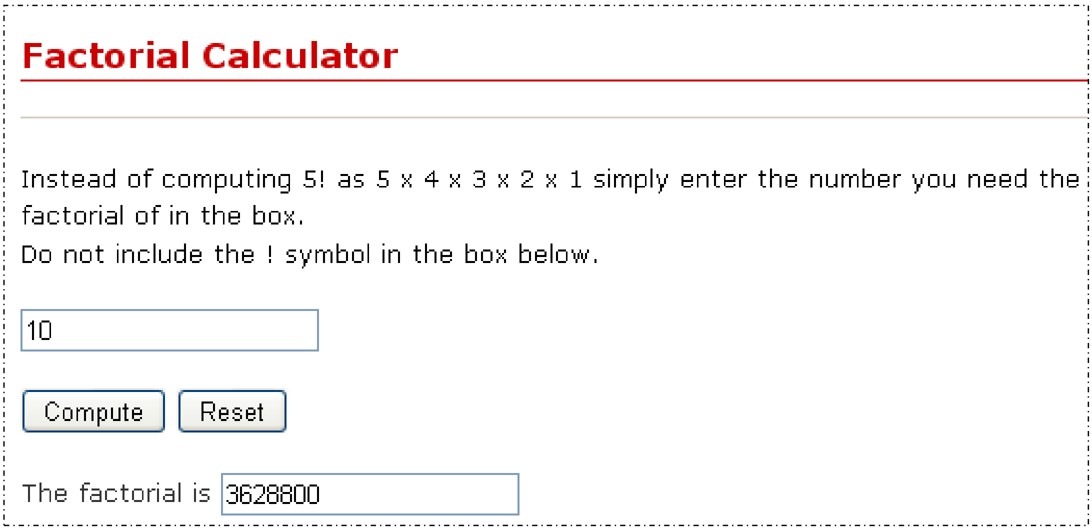
d) Ce qu'on observe ici, c'est le surgissement d'une frontière que je nommerai frontière *exotérique/ésotérique*, que le lecteur ne reçoit pas les moyens de franchir. Ainsi n'a-t-il pas les moyens de calculer les valeurs données dans le tableau. Les deux calculs explicités par l'auteur – les deux cas extrêmes, où toutes les réponses sont identiques – sont fondés sur une praxéologie mathématique qui, par deux fois, est évoquée mais reste évidemment allusive :

> Puisqu'il y a 65 % de personnes ayant regardé la TV dans notre population, à chaque fois que nous choisissons un individu nous avons 65 chances sur 100 d'obtenir quelqu'un ayant regardé la TV (soit 0,65). La probabilité d'avoir 10 fois de suite cette chance est donc : …

Imaginons *a contrario* que le lecteur soit invité à rencontrer les trois « formules » suivantes (dont chacune est nécessitée par la précédente) ainsi que ce que le philosophe Alain appelait les « mots du savoir » (« loi binomiale », « coefficient du binôme », « factorielle ») :

$$P(X = k) = C_n^k\, p^k(1-p)^{n-k}\ ;\ C_n^k = \frac{n!}{p!(n-p)!}\ ;\ m! = 1 \times 2 \times \ldots \times (m-1) \times m.$$

Ce lecteur peut alors utiliser des calculateurs en ligne. Ainsi, pour calculer $C_{10}^{7} = \frac{10!}{7!3!}$ sans tenter de simplifier cette expression (ce qui représenterait un niveau supérieur d'activité mathématique), il peut calculer à la main que l'on a $3! = 1 \times 2 \times 3 = 6$ puis passer à l'utilisation d'un calculateur en ligne pour calculer 10! (http://math.about.com/library/blcalcfactorial.htm) :



Il obtiendra de même $7! = 5040$. Une calculatrice ordinaire donne alors la valeur de l'expression $\frac{10!}{7!3!}$. On peut aussi procéder plus directement (http://web2.0calc.com/):

On peut aussi calculer *directement* le coefficient binomial à l'aide d'un logiciel approprié (http://www.danielsoper.com/statcalc3/calc.aspx?id=72) :

This calculator will compute the value of a binomial coefficient $\binom{n}{k}$, given values of the first nonnegative integer n, and the second nonnegative integer k.

Please supply the necessary parameter values, and then click 'Calculate'.

First integer (n):	10
Second integer (k):	7
	Calculate!
Binomial coefficient:	**120.0**

Le même lecteur pourra aussi calculer *directement* la probabilité elle-même (http://stattrek.com/tables/binomial.aspx) :

Binomial Distribution Calculator

Use the Binomial Calculator to compute individual and cumulative binomial probabilities. For help in using the calculator, read the Frequently-Asked Questions or review the Sample Problems.

To learn more about the binomial distribution, go to Stat Trek's tutorial on the binomial distribution.

- Enter a value in each of the first three text boxes (the unshaded boxes).
- Click the **Calculate** button.
- The Calculator will compute Binomial and Cumulative Probabilities.

Probability of success on a single trial	0.65
Number of trials	10
Number of successes (x)	7
Binomial Probability: $P(X = 7)$	0.252219624972656
Cumulative Probability: $P(X < 7)$	0.486172983644141
Cumulative Probability: $P(X \leq 7)$	0.738392608616797
Cumulative Probability: $P(X > 7)$	0.261607391383203
Cumulative Probability: $P(X \geq 7)$	0.513827016355859

Calculate

- Enter a value in each of the first three text boxes (the unshaded boxes).
- Click the **Calculate** button.
- The Calculator will compute Binomial and Cumulative Probabilities.

Probability of success on a single trial	0.65
Number of trials	10
Number of successes (x)	4
Binomial Probability: $P(X = 4)$	0.0689097996767578
Cumulative Probability: $P(X < 4)$	0.0260242804964843
Cumulative Probability: $P(X \leq 4)$	0.0949340801732421
Cumulative Probability: $P(X > 4)$	0.905065919826758
Cumulative Probability: $P(X \geq 4)$	0.973975719503516

Calculate

e) On aura noté que le calculateur de la distribution binomiale propose d'autres probabilités que celle recherchée : on voit ainsi, par exemple, que la probabilité de recueillir plus de 4 « oui » (dans un échantillon de taille 10 tiré d'une population où le « oui » est à 65 %) dépasse 90 %. En utilisant ainsi des œuvres de la société – les calculateurs en question –, on rencontre d'autres œuvres, que l'on peut décider d'explorer plus ou moins. Par contraste, dans le texte d'Olivier Martin examiné, on voit des œuvres (mathématiques) qui ont été avec soin *exotérisées*. Par contraste, le travail accompli ici enclenche en sens inverse un processus de *désexotérisation*, qui est simplement un processus – toujours incomplet – de connaissance des œuvres de la culture.

2. La notion de « remontée mathématique »

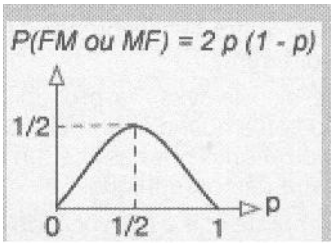
a) À la fin de la séance 2 de ce séminaire, j'ai abordé rapidement la question examinée ici, et j'ai cru pouvoir conclure par cette suggestion :

> … les mathématiques pourraient rentrer dans la culture si, au lieu de fuir follement toute formule, tout calcul, nous les approchions « procognitivement », comme des *œuvres* – des œuvres « d'art » en un sens à préciser – *encore à connaître*, *à étudier*, *à comprendre*.

Je reviens un instant là-dessus en faisant un détour par un nouvel exemple rencontré, je dois dire, sans le chercher, et, surtout, que je ne m'attendais pas à rencontrer ! Je lisais en effet tranquillement le livre d'Alain Pavé intitulé *La course de la gazelle*, sous-titré *Biologie et écologie à l'épreuve du hasard* (EDP Sciences, Paris, 2011) quand je suis tombé sur un imprévu de prime abord désagréable. Commençons par le commencement. À la page 44 de son livre, l'auteur écrit ceci :

> Mais revenons au sujet lui-même. D'abord dans tout le vivant, pourquoi deux sexes, pas trois, pas quatre, etc. ? En effet, plus de sexes correspondrait à une augmentation du potentiel de diversification avec le brassage génétique qu'autoriserait une telle situation. Mais la reproduction nécessite la rencontre des sexes. Or la probabilité d'une telle rencontre diminue rapidement avec le nombre de sexes et par là même limite la démographie. Le risque d'extinction spontanée augmenterait d'autant. En effet, la probabilité de rencontre est maximale pour une équirépartition des sexes, donc de 50 % de mâles et de 50 % de femelles dans les populations bisexuées. Dans le cas de rencontres au hasard, cette probabilité tend rapidement vers 0 quand le nombre de sexes augmente, c'est-à-dire vers une démographie nulle. Pour quelques détails de plus, on pourra se reporter à l'encadré « Trop de sexes tue le sexe ».

Je me reporte alors audit encadré, qui commence sur la page de droite. Au milieu de la page, j'aperçois cette figure d'allure familière (un arc de parabole autour du sommet, et comme de juste assez mal dessiné) :



J'entreprends alors de lire le texte de l'encadré. C'est là que la vilaine surprise se produit ; ce texte commence en effet par ces mots :

> Avertissement important : l'auteur souhaitant ne pas porter la responsabilité de troubles de santé, les lecteurs allergiques aux mathématiques, mêmes élémentaires, peuvent se reporter directement à la conclusion. Pourquoi deux sexes et pas plus ? Nous en avons énoncé la raison, nous en esquissons ici la démonstration.

Un tel exorde se passe de commentaire. La seule vue de quelque chose de « mathématique » pourrait rendre malade, peut-être susciter de graves troubles neurologiques… On ne saurait rêver mieux !

b) Supposons pourtant que le lecteur ne prenne pas la fuite. Que découvre-t-il alors ? Le texte suivant :

> La règle du jeu est simple. Pour qu'il y ait reproduction, il faut que des individus de sexes différents se rencontrent à un moment donné. Cette condition est nécessaire mais pas suffisante : toutes les rencontres ne vont pas conduire à la fécondation et à 1a fabrication de descendants. Cela étant, la probabilité de rencontre permet déjà de se faire des idées. Pour simplifier, supposons que les rencontres se font au hasard.
> Commençons par deux sexes. Pour qu'il y ait croisement, il faut que deux individus de sexes différents se rencontrent. Simulons la situation par le fameux modèle de l'urne, très utilisé en calcul des probabilités. L'urne contient des boules mâles et des boules femelles et nous effectuons des tirages au hasard de deux boules. Un tirage sera fécond si l'on obtient une boule mâle et une boule femelle. Soit p la probabilité de tirer une boule mâle (M) et $q = 1 - p$ la probabilité de tirer une boule femelle (F). Un simple dénombrement permet de trouver quatre tirages possibles : MM, MF, FM, FF.
> En appliquant les règles simples du calcul des probabilités, on peut obtenir la probabilité du cas de figure favorable : « FM ou MF », comme l'ordre importe

peu, alors P(FM ou MF) = $2pq$ = $2p(1 - p)$. Une première remarque : cette probabilité est maximale pour $p = q = 1/2$. C'est-à-dire pour une population où le sex-ratio est de 1/2, c'est-à-dire qui comprend autant de mâles que de femelles. En effet, $f(p) = 2p(1 - p)$ est une parabole à concavité négative coupant l'axe des abscisses aux points de valeurs $p = 0$ et $p = 1$. Cette courbe est symétrique, son maximum correspond à l'abscisse $p = 1/2$ et la valeur de ce maximum $f(1/2)$ est aussi égale à 1/2. Une autre manière de trouver le résultat est de calcu1er la dérivée $f'(p)$ et de trouver p tel que $f'(p) = 0$. On a $f'(p) = 1 - 2p$. Elle s'annule bien pour $p = 1/2$. Le changement de signe de sa dérivée (positif avant et négatif après) montre qu'il s'agit bien d'un maximum. Pour cette fonction, le passage par le calcul de la dérivée ne se justifie pas car on connaît ses propriétés. En revanche, pour des fonctions un peu plus compliquées, ce type de calcul est nécessaire (bien sûr pour des fonctions dérivables) ou du moins très commode dans le cadre de l'étude de ces fonctions. C'est ce qui est enseigné à nos élèves de terminale. (p. 45)

L'événement dont on doit évaluer la probabilité est celui de la rencontre d'un mâle et d'une femelle. On analyse la rencontre comme la succession de deux tirages indépendants, avec remise, dans une urne contenant des boules F et des boules M. On suppose que la probabilité du choix de M est p, celle du choix de F étant donc $q = 1 - p$. On doit calculer alors la probabilité de l'événement (F et M) ou (M et F) ; on a : P((F et M) ou (M et F)) = P(F et M) + P(M et F) = P(F)P(M) + P(M)P(F) = $qp + pq = 2pq = 2p(1 - p)$. Pour trouver la valeur de $p \in [0, 1]$, si elle existe, qui rend l'expression $2p(1 - p)$ maximale, on peut utiliser une vieille technique, qui, nous allons le voir, se généralise au cas de n sexes et est fondée sur le théorème technologique suivant, dit *théorème du produit maximal* :

Étant donné un réel $a \in \mathbb{R}_+^*$, quels que soient les réels $x_i \in \mathbb{R}_+^*$ ($i = 1, 2, \ldots, n$) tels que $\sum_{i=1}^{n} x_i = a$, on a $\prod_{i=1}^{n} x_i \leq \left(\frac{a}{n}\right)^n$, l'égalité étant réalisée si et seulement si $x_i = \frac{a}{n}$ pour tout $i = 1, 2, \ldots, n$.

Ici, on doit déterminer le maximum du produit $2p(1 - p)$; ce produit est maximal en même temps que le produit moitié, $p(1 - p)$, qui s'écrit x_1x_2 avec $x_1 = p$ et $x_2 = 1 - p$, où $x_1 + x_2 = 1$. Le maximum est donc réalisé quand $p = 1 - p = \frac{1}{2}$ et il vaut alors $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$, ce qui donne bien pour maximum de la probabilité $2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$. Je note ici que le théorème du produit maximal a été utilisé longtemps au lycée, au XIX^e siècle, comme substitut au calcul différentiel (celui-ci étant alors indisponible). La démonstration classique à ce niveau contenait une erreur « subtile », dont je ne parlerai pas plus ici.

c) Ce qui précède montre que, dans le cas où il existe deux sexes, les chances de reproduction (et donc de non-disparition de l'espèce) sont maximales quand les proportions de mâles et de femelles sont égales : $p = q = 1/2$. À cet égard, l'évolution semble avoir fait son travail. Mais considérons maintenant, avec Alain Pavé toujours, le cas hypothétiques de trois sexes ou plus :

> Avec trois sexes (mâle, femelle et gamelle) et en introduisant l'hypothèse de la rencontre simultanées des trois sexes pour aboutir à une fécondation, le dénombrement direct peut encore se faire. On trouve qu'il y a $3^3 = 27$ tirages possibles dont 6 (c'est-à-dire $1 \times 2 \times 3 = 3!$) tirages avec trois sexes différents, quel que soit l'ordre d'occurrence. Si p, q et r sont les probabilités respectives de tirage de M, F et G, avec $p + q + r = 1$, la probabilité de tirer trois sexes différents est donc $P = 6pqr$ ou $P = 6pq(1 - p - q)$. Nous sommes dans un cas de figure un peu plus compliqué puisque cette fonction $f(p, q) = 6pq(1 - p - q)$ a deux variables. Nous sortons du cadre du programme de terminale. Pour le lecteur non familiarisé avec ce type d'exercice, il suffit de savoir que la notion de dérivée se généralise à ce type fonction. On trouve le maximum quand la dérivée par rapport à p et celle par rapport a q s'annulent simultanément, c'est-à-dire pour $p = q = 1/3$, donc pour $r = 1/3$. Alors $p = 6(1/3^3) = 2/9 = 0{,}222...$ inférieur à la valeur 1/2 obtenue pour deux sexes. On peut généraliser, et un raisonnement par récurrence nous donne, pour n sexes, la probabilité $P = n!/n^n$. Comme n^n croît plus vite que $n!$, cette probabilité tend donc vers 0.
>
> En augmentant le nombre de sexes la probabilité de rencontre diminuera d'autant et rendra donc plus difficile les croisements aléatoires. Il faudrait alors que des processus compensant la diminution de cette probabilité apparaissent et soient sélectionnés, ce qui complique la situation. Par exemple, on peut imaginer des processus de rencontres non aléatoires ou avec des distributions non uniformes favorisant les rencontres simultanées de plusieurs sexes tous différents.
>
> Donc trop de sexes tue bien le sexe : la probabilité de reproduction des « troupes » devient trop faible quand le nombre de sexes augmente. Deux sexes est donc un bon compromis pour assurer un bon brassage génétique tout en évitant un désastre démographique.
>
> Bien sûr ce modèle est simpliste et n'a pas vocation à représenter une réalité précise, mais seulement à « aider à réfléchir ». On sait que dans le comportement reproducteur le hasard ne compte que pour une part. Certains signaux chimiques jouent un rôle attractif, à très faible concentration chez les animaux, même chez l'homme et la femme, sans oublier les « signaux visuels » ! (p. 46)

On aura noté la référence aux programmes enseignés en terminale et, plus vaguement, au-delà. Reprenons rapidement les calculs. Soit p_1, p_2, …, p_n les proportions d'individus de sexe S_1, S_2, …, S_n dans la population considérée. L'événement S qui nous intéresse est l'union de l'événement (S_1 et S_2 et … et S_n) et de ceux qui s'en déduisent par permutation des indices 1, 2, …, n (ils sont au nombre de $n! - 1$). On a $P(S_1$ et S_2 et … et $S_n) = P(S_1)P(S_2)\ldots P(S_n) = p_1p_2\ldots p_n$ et donc $P(S) = n!p_1p_2\ldots p_n$. Comme $p_1 + p_2 + \ldots + p_n = 1$, le produit $p_1p_2\ldots p_n$ est maximal quand $p_1 = p_2 = \ldots = p_n = \frac{1}{n}$ et le maximum vaut alors $\left(\frac{1}{n}\right)^n = \frac{1}{n^n}$. La valeur maximale de $P(S)$, atteinte quand $p_1 = p_2 = \ldots = p_n = \frac{1}{n}$, est donc $\frac{n!}{n^n}$. C'est ainsi que, dans une espèce où la reproduction supposerait la rencontre de *cinq* sexes, la probabilité d'une telle rencontre « au hasard » serait de $\frac{5!}{5^5} = 3{,}84\ \%$ (voir ci-après) : alors que cette probabilité est de 50 % pour deux sexes, elle tombe ici à moins de 4 %.

On voit ainsi que, si l'accroissement du nombre de sexes accroîtrait la variabilité génétique, elle diminuerait fortement les chances de survie de l'espèce.

d) Ce qui nous intéresse ici, je le rappelle, ce sont les stratégies d'exotérisation et les techniques de désexotérisation des mathématiques. On voit par exemple que, dans le cas général, l'auteur propose *in fine* une formule donnant le maximum de la probabilité de rencontre de n sexes, $P_n = \frac{n!}{n^n}$. Cette formule permet de calculer ladite probabilité de « rencontre sexuelle ». Le fait qu'elle diminue et semble tendre vers 0 quand n croît peut être vérifié (mais non démontré) à l'aide d'un tableur, comme ci-après :

-papiers | Police | Alignement

B20 | f_x =FACT(A20)/PUISSANCE(A20;A20)

A	B	C	D	E	F
1	1				
2	0,5				
3	0,22222222				
4	0,09375				
5	0,0384				
6	0,0154321				
7	0,0061199				
8	0,00240326				
9	0,00093666				
10	0,00036288				
11	0,00013991				
12	5,3723E-05				
13	2,056E-05				
14	7,8454E-06				
15	2,9863E-06				
16	1,1342E-06				
17	4,2997E-07				
18	1,6272E-07				
19	6,1486E-08				
20	2,3202E-08				

B140

A	B
116	1,131E-49
117	4,1787E-50
118	1,5438E-50
119	5,7033E-51
120	2,1069E-51
121	7,783E-52
122	2,875E-52
123	1,062E-52
124	3,9226E-53
125	1,4489E-53
126	5,3513E-54
127	1,9764E-54
128	7,2993E-55
129	2,6957E-55
130	9,9554E-56
131	3,6764E-56
132	1,3576E-56
133	5,0133E-57
134	1,8512E-57
135	6,8355E-58
136	2,5239E-58
137	9,319E-59
138	3,4408E-59
139	1,2704E-59
140	4,6901E-60

On peut aussi, par exemple, vouloir vérifier le dernier résultat calculé, qui se trouve être, d'après le tableur, inférieur à $5 \cdot 10^{-60}$. Le *Big online calculator* confirme l'affichage du tableur :

factorial(140)/140^140

- Small precision - 512 bits mantissa, 64 bits exponent
- Medium precision - 1024 bits mantissa, 128 bits exponent
- Big precision - 2048 bits mantissa, 256 bits exponent

calculate

The result is:
4.690131222299002112291678203517969918703513115218109907053
93171170104577924172333916736996774365178446729150155916220
36949931051181468591469072266335141797294063179844915195123962
32271640473018540182968628815098755074451618216255483893248 8
29956891546431060074329671995745751452219514442859677840803 6
14760975664666119497177566083122693658439335644336654918745 6
25321870080611944292856256520043409246156544097118242583094 3
80405381496496278802607488634232608102272775529362210592039 5
55091248081564095703802594718883017476006283501008360090238 4
43479108609753920819834102169943617951148475602195963415921 0
4091125339183552e-60

e) Nous sommes là *en utilisation* de la formule donnée – « en descente », si l'on peut dire. La désexotérisation, la remontée mathématique est implicite dans ce qui précède. Pour $n = 2$ et $n = 3$, on peut par exemple, et comme l'auteur le suggère, retrouver les formules $P = \frac{2!}{2^2} = \frac{1}{2} = 0{,}5$ et $P = \frac{2}{9} \approx 0{,}222$. La montée au cas général supposerait un travail plus complexe, qui porte notamment sur la signification du nombre $n!$ (nombre de permutations de n objets). La considération de la suite d'événements $S_{\sigma(1)}, S_{\sigma(2)}, \ldots, S_{\sigma(n)}$ (où σ est une permutation des entiers de 1 à n) est alors cruciale. Ce qui doit ici devenir « transparent », dans la remontée mathématique, c'est la formule $P_n = n!/n^n = n!(1/n)^n$: le facteur $1/n$ est la probabilité de $P(S_i)$ au maximum (quel que soit $i = 1, 2, \ldots, n$) ; la puissance $(1/n)^n$ est la probabilité $P(S_{\sigma(1)}$ et $S_{\sigma(2)}$ et … et $S_{\sigma(n)})$, quelle que soit la permutation σ ; le facteur $n!$ est le nombre de permutations σ distinctes et donc le nombre d'événements ($S_{\sigma(1)}$ et $S_{\sigma(2)}$ et … et $S_{\sigma(n)}$) qui réalisent l'événement S ; enfin $P_n = n!(1/n)^n$ est le produit $\prod_\sigma P(S_{\sigma(1)}$ et $S_{\sigma(2)}$ et … et $S_{\sigma(n)})$.

f) On a là un exemple de travail de « désexotérisation » ou de « remontée mathématique ». Un point essentiel à noter est que, si les règles du calcul des probabilités, qui permettent d'écrire par exemple que l'on a $P(\text{FM ou MF}) = P(\text{FM}) + P(\text{MF}) = P(\text{F})P(\text{M}) + P(\text{M})P(\text{F})$, sont presque à portée de la main, leur origine fréquentiste et le fondement de la notion même de probabilité *ne le sont pas*. Cela doit rappeler que, en toute remontée mathématique, il y a un moment où l'on s'arrête – qui est souvent un « plafond de verre ». Au-delà règne l'*ésotérique* – provisoirement ou durablement.

3. Quel rapport aux mathématiques ?

a) Je voudrais travailler ici sur une immense question, déjà évoquée la dernière fois : que faire, à l'école et ailleurs, à propos des mathématiques ? La réponse à une telle question dépend de la réponse à une autre question, que je formulerai ainsi : quel *rapport aux mathématiques* cherche-t-on à promouvoir à l'école ? Pour le chercheur, cela se traduit d'abord par le questionnement suivant : quel est le rapport aux mathématiques pour lequel tenter de préciser un ensemble de conditions de possibilité ? Ce rapport est ce qu'on pourrait appeler le rapport *profane* aux mathématiques, ou plutôt, comme je dirai, le rapport *exotérique* aux mathématiques. C'est sur ce rapport que je m'arrêterai maintenant.

b) On peut distinguer, très grossièrement sans doute, plusieurs grands types de rapports aux mathématiques. Premier type : le rapport *mathématicien* aux mathématiques, dont un élément clé semble être le fait qu'on y regarde les mathématiques d'abord comme un ensemble de problèmes *ouverts*, en attente de résolution. À titre d'illustration, voici un extrait d'un entretien avec Marie-France Vignéras, née en 1946, aujourd'hui professeure émérite à l'université Paris 7, paru dans un ouvrage signé d'Isabelle Boccon-Gibod, intitulé *Fors intérieurs* et sous-titré *Rendez-vous avec des mathématiciens* (2011, Léo Scheer, Paris). L'entretien commence au moment où Marie-France Vignéras lit le début d'une de ses publications, intitulée « À propos d'une conjecture de Langlands modulaire » (1994/1997), en disant espérer ne pas y rencontrer d'erreurs. (On pourra trouver cet article sur le site de l'auteure, à l'adresse http://www.math.jussieu.fr/~vigneras/luminy.pdf.) Un peu plus loin, elle explique alors ceci, où le rapport aux mathématiques comme ensemble de problèmes ouverts semble des plus clairs :

> À quarante ans, j'étais très malade et j'ai cru que je ne ferais plus jamais de mathématiques alors j'ai cherché un sujet sur lequel personne n'était encore, pour y travailler seule, tranquille, à mon rythme. J'ai pensé à ces conjectures que les gens essayaient de démontrer dans le cas complexe (elles avaient été formulées dans le cas complexe) et je me suis proposé de les démontrer dans le cas *modulo l*. J'allais être en avance sur tout le monde, m'amuser beaucoup, tout découvrir sans compétition et, un jour, ça servirait. J'en avais la certitude. Cet article fait partie de ce travail. Un monde apparaissait que personne n'avait regardé à travers un tel cadre. J'ai poursuivi ce travail longtemps, pendant quinze ans. Lorsque la conjecture a été démontrée dans le cas complexe, j'avais la machine entière pour le cas *modulo l*. C'était la fin d'un long travail formidable.

Le rapport mathématicien aux mathématiques semble en vérité peu familier à la plupart des acteurs de la noosphère de l'enseignement des mathématiques, qui ont au mieux l'expérience du deuxième type de rapport, le rapport *taupinal* aux mathématiques, lequel est en moyenne celui des taupins, de leurs professeurs ainsi que des préparateurs aux concours du CAPES ou de l'agrégation. Dans le rapport taupinal aux mathématiques, les mathématiques sont regardées comme un ensemble à évolution lente de problèmes *résolus* – l'apparition d'un problème *ouvert* constituant un événement désagréable qui mobilise au plus vite les forces nécessaires pour ramener l'inconnu dans le champ du connu et bientôt du bien connu. Ce rapport m'a été rappelé récemment par la rencontre avec un *Dictionnaire de mathématiques* (Paris, 2011, H&K) dû à un professeur de Spéciales du lycée du Parc de Lyon, Walter Appel. Le contenu de l'ouvrage m'a frappé doublement par sa richesse apparente et son aspect de jardin à la française, où tout est sagement rangé, pour ne pas dire statufié. Vous les aviez perdus de vue ? Ouvrez ce dictionnaire ; vous les retrouverez, ils sont tous là, à leur place, ils n'ont pas changé ! Voici par exemple une entrée parmi les plus élémentaires :

IRRATIONNEL
Nombre réel qui n'est pas rationnel. ◆ Étant donnés deux réels $a < b$, on peut toujours trouver un irrationnel i tel que $a < i < b$. ◆ L'ensemble $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ des irrationnels est un ensemble non dénombrable, dense dans $\mathbb{R}$.
Exemples : $\sqrt{2}$, π et e sont des nombres irrationnels. ◆ Si $p \in \mathbb{N}$ n'est pas le carré d'un entier, alors $\sqrt{p}$ est irrationnel.
☞ ALGEBRIQUE, RATIONNEL, TRANSCENDANT. (p. 168)

Le corpus est délimité au cordeau. La quatrième de couverture indique que « ce dictionnaire couvre le programme des classes préparatoires aussi bien scientifiques qu'économiques » ; mais, en dépit de cette référence aux sciences économiques, et quoique l'on trouve une entrée « Dérivée logarithmique » (f'/f), on ne trouve pas par exemple d'entrée « Élasticité ». (L'élasticité d'une fonction dérivable f au point x s'écrit $\frac{x}{f(x)}f'(x)$ ou $x\frac{f'(x)}{f(x)}$: voir par exemple l'article « Elasticity of a function » de *Wikipedia*.) Le troisième type de rapport est le rapport *professoral* aux mathématiques, celui des professeurs de mathématiques du secondaire, qui est un dérivé du rapport taupinal : le corpus mathématique n'est pas le même, mais, là encore, les mathématiques sont un ensemble de problèmes *résolus*, dont il faut apprendre et connaître les solutions. Le quatrième type de rapport aux mathématiques est le rapport *de vulgarisation* ; ce rapport traite les mathématiques comme un ensemble lentement mais spectaculairement évolutif de problèmes *éternels*, promis à conserver indéfiniment leur statut d'*énigmes* et, par suite, de *curiosités* pour les profanes. L'ouvrage intitulé *Petite philosophie des mathématiques vagabondes* de Luc de Brabandere et Christophe Ridess (Eyrolles, 2011), que j'ai mentionné (et « exploité ») la dernière fois, relève, me semble-t-il, de ce type de rapport. À titre d'illustration, j'indique ici simplement le sommaire de ce livre :

Avant-propos // CQFD // 1. Nombre d'or // 2. Pi // 3. Nombre imaginaire // 4. Infini // 5. Preuve // 6. Polyèdre // 7. Tangente // 8. Projection // 9. Binôme // 10. Progression géométrique // 11. Trochoïde // 12. Aléatoire // 13. Topologie // 14. Information // 15. Dilemme // 16. Binaire // 17. Fractal // 18. Attracteur // 19. Chaos // 20. Arrondi // 21. Tiers exclu // 22. Induction // 23. Point de vue // 24. Analogie // 25. Conjecture // CQFM // Bibliographie (pp. 7-8)

Comme toujours, on trouve là, au gré des auteurs, un mélange changeant de curiosités anciennes (« Infini », par exemple) et modernes '(« Chaos », surtout), banales ou plus relevées.

c) Il y aurait encore à citer, bien sûr, le rapport *didacticien* aux mathématiques, dont l'élaboration continuée est à mes yeux l'un des grands problèmes de la profession de chercheur en didactique, rapport dans lequel les mathématiques sont un ensemble de problèmes *à rouvrir*. Mais j'en arrive à ce qui est au cœur de la présente étude : le problème de ce que pourrait être un rapport « commun » aux mathématiques qui ne soit pas un rapport *d'effroi et de fuite*. On pourrait parler, je l'ai noté, de rapport *profane*. En latin, *profanus* désigne ce qui n'est pas consacré, ce qui n'est pas sacré ; par extension, bien sûr, l'adjectif signifie « impie, non initié ». Nous y sommes. Mais je voudrais en fait employer un autre adjectif que nous avons déjà rencontré : ce rapport commun qu'il s'agirait de préciser, je l'appellerai le rapport *exotérique* aux mathématiques. Je me réfère en cela à une remarque contenue dans l'article « Ésotérisme » de *Wikipédia*

> En anglais, « esoteric » apparaît en 1701, comme nom, dans l'*History of Philosophy* de Thomas Stanley, à propos des disciples de Pythagore : « *The Auditors of Pythagoras (...) were of two sorts : Exoterick and Esoterick* ». Stanley a bien remarqué que les « exotériques » ne sont pas des profanes mais des disciples du premier degré, débutants.

L'idée que l'on poursuit ici d'une certaine éducation mathématique s'incarne dans le projet de transformer le *profane* en *exotérique*. Mais que serait-ce donc qu'un exotérique en mathématiques ? Telle est la grande question.

4. Un rapport exotérique ?

a) Je signale tout de suite que, au plan du lexique, il y a un jeu assez subtil entre *ésotérique*, *exotérique* et *désexotérique*. Les ésotériques exotérisent les mathématiques – parfois jusqu'à la disparition de tout signe, de toute trace de mathématiques. Par contraste, dans le schéma que j'entends ébaucher, les *exotériques… désexotérisent* les mathématiques, et cela en s'efforçant d'accomplir ce que j'ai appelé plus haut des *remontées mathématiques*.

b) Le rapport exotérique doit d'abord s'opposer au rapport d'effroi et de fuite, qui est l'autre rapport commun nommé plus haut. Désignant par ξ un exotérique supposé, je dirai donc que ξ ne doit pas fuir devant les signes d'une présence mathématique – il ne doit pas fuir, par exemple, s'il voit paraître dans le texte qu'il lit la formule $P = n!/n^n$, même et surtout si celle-ci est pour lui partiellement ou totalement illisible. Une « pédagogie » – et une « autopédagogie » – exotérique des mathématiques met ainsi au premier plan la présence de mathématiques, c'est-à-dire d'œuvres et de « signes » mathématiques dans le monde qui nous entoure.

c) Pour me prémunir de questions mal motivées, je vais supposer maintenant que ξ n'est pas un petit élève de collège (par exemple) mais un adulte – un *jeune* adulte, pour ne pas dramatiser à l'excès. Imaginons en outre que ce jeune adulte ait reçu à l'école, au collège et au lycée la nouvelle éducation que j'esquisse ici et que celle-ci a fait de lui un parfait exotérique (en mathématiques, et ailleurs). Dans un article qu'il est amené à lire pour un certain travail, il rencontre pour la première fois, pense-t-il, le mot d'*élasticité* appliqué à un bien. Il fait une recherche sur Internet et tombe sur l'article « Élasticité (économie) » de *Wikipédia*, lequel commence ainsi :

> L'**élasticité** utilisée en économie, est le changement d'une variable y relativement à une autre variable x :
>
> $$\varepsilon(y, x) = \frac{\frac{\Delta(y)}{y}}{\frac{\Delta(x)}{x}} = \frac{x}{y} \cdot \frac{\Delta(y)}{\Delta(x)}.$$
>
> Par exemple : Le pourcentage de variation de la quantité vendue ($\frac{\Delta(y)}{y}$) est dû au pourcentage de la variation des prix ($\frac{\Delta(x)}{x}$).
>
> Une élasticité de -2 signifie qu'une augmentation des prix de 1 % diminue de 2 % la quantité vendue.

Au lieu de fuir, ξ entreprend d'abaisser le niveau de gris de ce passage, et cela en désexotérisant ce qui doit l'être. On peut imaginer par exemple que les notations $\Delta(x)$, etc., lui sont déjà connues (nous avons tous un passé mathématique…). De même, on peut imaginer qu'une reprise d'un petit savoir-faire calculatoire lui permet de s'assurer que l'on a bien :

$$\frac{\frac{\Delta(y)}{y}}{\frac{\Delta(x)}{x}} = \frac{\Delta(y)}{y} \times \frac{x}{\Delta(x)} = \frac{x}{y} \times \frac{\Delta(y)}{\Delta(x)}.$$

Il lui faudra peut-être travailler alors sur la signification des rapports $\frac{\Delta(x)}{x}$ et $\frac{\Delta(y)}{y}$, sur leur lien avec des pourcentages, etc. On notera aussi que l'expression en apparence la plus 'compliquée » de l'élasticité, à savoir le rapport de rapports

$$\varepsilon(y, x) = \frac{\frac{\Delta(y)}{y}}{\frac{\Delta(x)}{x}}$$

porte en elle la formulation « en mots » qui la suit, que ξ peut reprendre en la faisant varier – par exemple ainsi : si, autour d'une certaine valeur de x, on a $\varepsilon(y, x) \approx 2{,}5$ et si x augmente de 1,3 %, alors y augmentera d'environ

$$\varepsilon(y, x) \times \frac{\Delta(x)}{x} = 2{,}5 \times 1{,}3\ \% = 3{,}25\ \%.$$

Mais ξ poursuit alors sa lecture et rencontre ceci :

> **Caractéristiques générales**
> Le concept de l'élasticité peut être employé toutes les fois qu'il y a un rapport de cause et d'effet. Elle est souvent exprimée pour une variation de 1 % de *x*.
> **Dérivée**
> Si $y(x)$ est dérivable par rapport à x et non-nulle, on a
> $$\varepsilon(y, x) = \frac{x}{y} \cdot \frac{\partial y}{\partial x}.$$

Ici, il lui faut remonter encore dans les mathématiques et découvrir (ou se remémorer) que « $y(x)$ est dérivable » signifie que $\frac{\Delta(y)}{\Delta(x)}$ « tend vers une certaine limite » quand $\Delta(x)$ « tend vers 0 », cette limite étant notée (dans le cas général) $\frac{\partial y}{\partial x}$. (Il pourra aussi découvrir que, si y n'est fonction *que* de x, on a $\frac{\partial y}{\partial x} = y'(x)$, ce qui permet d'écrire l'élasticité au point considéré sous la forme $\frac{x}{y}\,y'$, soit $x\frac{y'}{y}$: il retrouvera ainsi la définition de l'élasticité évoquée plus haut.)

d) Il me semble que, lorsqu'un profane est confronté à des signes de mathématiques – des traces « qui font signe » –, il peut réagir de deux façons quasi opposées. La première façon de réagir a été évoquée : saisi d'effroi, il prend la fuite. Je voudrais évoquer ici une autre réaction, qui consiste non pas à fuir mais au contraire à *aller au contact*, à « essayer de comprendre », mais cela à partir des seules traces disponibles, sans replacer ces traces dans un contexte plus vaste, sans *milieu M* suffisamment riche – que le travail de désexotérisation devrait précisément reconstituer. Il y a là une voie en impasse qu'il est pénible de voir des profanes pourtant « désexotérisants » emprunter. L'école doit apprendre aux jeunes générations à concevoir et à effectuer le travail de désexotérisation indispensable. Quelles conditions conduiraient à cet objectif ? Grande question, sur laquelle je ne ferai ici que quelques remarques rapides.

e) La désexotérisation suppose un certain travail et donc un certain *temps* pris sur le reste des activités ; bref, elle suppose une *étude*. Pour souligner très simplement ce fait, je voudrais m'arrêter ici sur une situation limite, celle du *bourdinisme*, d'après Jean-Jacques Bourdin, journaliste star de RMC qui avait pris l'habitude de poser à ses invités « politiques » des questions d'arithmétique simple, suffisantes pourtant pour les désarçonner. C'est ainsi que Didier Migaud, président de la Cour des comptes, lui répond avec une assurance feinte que 7 fois 9, cela fait 76 (c'est-à-dire plus que 7 fois 10), tandis qu'Olivier Besancenot, lui, refuse tout net de répondre à la question analogue relative au produit 8×9. Pour le contraste, imaginons ce dialogue entre Bourdin (β) et un exotérique ξ :

β. – 7 fois 9 ?
ξ. – 7 fois 9 ? Eh bien 7 fois 10, c'est 70…
β. – Non, non, répondez tout de suite !
ξ. – Permettez ! Donc 7 fois 9, cela fait 70 moins 7, soit 63.
β. – C'est ça !
ξ. – Ou encore c'est 7 fois 3 fois 3 (parce que 3 fois 3, 9), c'est-à-dire 21 fois 3, ce qui fait 63. Ou bien, puisque je crois me rappeler que 7 fois 8, c'est 56, 7 fois 9 c'est 56 plus 7, c'est-à-dire 56 plus 6, 62, plus un, 63. Ou aussi, c'est égal encore à $(8 - 1)(8 + 1)$, soit $8^2 - 1$ (vous vous souvenez, β, $a^2 - b^2$!…), ou 64 moins 1, donc 63. Ou, bon… C'est aussi 9 fois 9, soit 81, moins deux fois 9, soit 18, c'est donc 81 moins 20 plus 2, soit 61 plus 2, donc 63. Oui, voilà ma réponse : 63. Enfin je crois !
β. – C'est bien ça !
ξ. – Mais vous, comment le savez-vous ?
β. – Je le sais ; 7 fois 9, 63.
ξ. – En êtes-vous sûr ? Est-ce que vous ne confondez pas, comme l'a fait Didier Migaud ? Est-ce que nous ne sommes pas en train de nous tromper tous les deux ? Voyons, recomptons en base 3, mon cher β ! En base 3, le nombre 7 s'écrit… 21 et 9 s'écrit… 100. Leur produit vaut donc 2100, c'est-à-dire $0 + 0 + 3^2 + 2 \times 3^3$, soit 9 plus deux fois 27, ou 9 plus 54, soit donc… 63. On n'en sort pas !
β. – Dites donc, vous en mettez du temps !
ξ. – C'est mieux que de se tromper, non ? Imaginez l'épicier qui vous demande 76 € pour 7 bouteilles à 9 € la pièce ?
β. – Ce n'est pas faux…
ξ. – Les mathématiques, mon cher β, cela mérite un peu de respect ; et les gens, pareil.
β. – Pareil, quoi ?
ξ. – Eh bien, les gens, cela mérite un peu de respect. Surtout dans leurs rapports avec les mathématiques. Vous ne croyez pas ?
β. Peut-être…

f) Je note ici que, alors que l'effroi et la fuite – « Je ne connais pas, je crois reconnaître, donc fuyons ! » – participent du vieux monde de la *rétrocognition*, la désexotérisation, qui est toujours *devant nous*, suppose un engagement *procognitif*, qui, sans négliger les acquis du passé, n'oublie pas leur fragilité et se tourne vers l'ici et maintenant. « Qu'est-ce que c'est *déjà* que ce rapport $\frac{\partial y}{\partial x}$? », dira l'un ; tandis qu'un autre, innocent de toute connaissance antécédente sur le sujet, hésitera déjà à reconnaître ce symbole étrange – ∂ – qu'il pense n'avoir jamais rencontré.

5. Que faire ? *(suite)*

a) Bien entendu, ce que devrait être le rapport exotérique aux mathématiques, ce que devrait être une (auto)pédagogie exotérique, tout cela reste largement à construire. Mais je voudrais quand même préciser, au moins à titre d'ébauche d'un modèle directeur, quelques aspects d'une configuration de l'étude qui semble plus conforme à ces notions en construction.

b) Soit donc une classe $[X, Y]$ de quelque niveau que ce soit – collège, lycée, master, élèves-ingénieurs, etc. – on pourra imaginer une classe du secondaire. Un premier aspect du type de configurations visé est que $[X, Y]$ y étudie *un ensemble* $\mathcal{Q}_0$ *de grandes questions* qui constituent ensemble le programme de référence des travaux de $[X, Y]$. On suppose donc établi un tel programme de questions.

c) Ces « grandes » questions $Q \in \mathcal{Q}_0$ sont étudiées dans le cadre d'un *séminaire codisciplinaire* de la classe $[X, Y]$ (où Y est au moins l'ensemble des professeurs de la classe), à raison de deux heures chaque semaine ouvrable par exemple. Ce séminaire fonctionne selon le *schéma herbartien*, avec, donc, recherche – sur Internet ou en bibliothèque – de réponses $R^\lozenge$ aux questions Q et étude de ces réponses ainsi que d'œuvres O qui apparaissent utiles ou indispensables à la déconstruction des réponses $R^\lozenge$ ou à la construction d'une réponse $R^\heartsuit$ propre à la classe $[X, Y]$.

d) Les réponses $R^\lozenge$ apparaissent dans des *exposés* (écrits) proposés par $X \cup Y$ et validés par Y, d'où elles doivent être *excrites*, tout cela dans le cadre du séminaire codisciplinaire. Celui-ci a une fonction essentielle de *forum disciplinaire* : le travail qui y est effectué soulève en effet des questions relevant de différentes disciplines (par exemple : « C'est quoi n! et comment on le calcule ? »). Lorsqu'une réponse appropriée ne peut leur être donnée de façon satisfaisante dans le séminaire même, leur étude se trouve renvoyée aux classes disciplinaires compétentes (classe de mathématiques, etc.).

e) Le travail du séminaire fait l'objet d'un *Journal* où est consignée la chronique des événements vécus dans le séminaire dont le souvenir paraît mériter d'être conservé et communiqué. Ce *Journal* recueille en particulier les questions apparues au cours du travail et précise celles qui sont « à l'étude » et où elles le sont. Le travail des classes se traduit notamment par la rédaction de *notices* dont l'ensemble constitue un *Dictionnaire*. Un tel dictionnaire doit évidemment être fait de façon à ce que les organisations praxéologiques étudiées y apparaissent explicitement (et non pas débitées en morceaux sans liens entre eux). Le principe de rangement alphabétique adopté permet d'envisager la rédaction de dictionnaires disciplinaires d'abord séparés (dictionnaire de mathématiques, etc.), qui seront réunis *in fine* en un dictionnaire de la classe. On se rappellera ici le *Larousse du Bac*, sous-titré *De A à Z, les notions essentielles pour réussir*, qui semble n'avoir eu une unique édition (en 1992). Je note aussi qu'il semble que le dictionnaire de W. Appel mentionné plus haut ait été fait dans cet esprit, puisque l'auteur écrit : « … je tiens à remercier mes élèves du lycée du Parc, pour qui j'ai commencé la rédaction de ce dictionnaire, notamment ceux des années 2009-2010 et 2010-2011. » (p. 3)

f) Les résultats établis dans le séminaire font l'objet d'une *synthèse*, les *Actes* du séminaire codisciplinaire, qui sont constitués au fur et à mesure de l'avancement de l'étude des questions et présentent les questions étudiées et les réponses apportées (avec mises à jour au fil de l'année si nécessaire). On aura donc ainsi : 1) le *Journal* du séminaire codisciplinaire de la classe ; 2) le *Dictionnaire* de la classe (par matières) ; 3) les *Actes* du séminaire de la classe. Ces textes représenteront ce qui aura été fait par la classe et, en même temps, ce qui devra être connu des élèves. Pour cela, on ajoutera un autre dispositif au séminaire, à raison de deux heures tous les quinze jours ouvrables par exemple, un *atelier de révision* permettant une mise au point didactique supplémentaire.

g) L'organisation proposée soulève bien évidemment de nombreux problèmes – dont certains ne sont sans doute guère identifiables à ce stade. Le séminaire doit assumer plusieurs fonctions cruciales. Tout d'abord, il doit assurer la *rencontre répétée, fréquente, des élèves avec des (traces de) mathématiques* (et d'autres disciplines) et son assomption dans la culture en construction : c'est là son objectif principal. Sans cela, le rapport commun aux mathématiques ne changera pas réellement et substantiellement, le rapport *exotérique* ne se formera pas. Ensuite, le séminaire doit faire l'objet d'une attention cruciale et d'un soin tout particulier dans la mesure où il s'agit d'une institution naissante. À cet égard, la situation actuelle porte en elle un obstacle essentiel : l'extrême exotérisation des mathématiques fait que les rencontres avec des mathématiques hors des « sanctuaires mathématiques » (dont la classe de mathématiques est le parangon scolaire) sont spontanément fort rares. Il est difficile de changer cet état de choses à court terme – à moins bien sûr de travailler sur des questions d'emblée *mathématique* –, en sorte qu'un effort décisif devra être fait à propos de ce qui s'annonce, dans la perspective ébauchée ici, comme un *problème clé de la profession*. Enfin, il convient que le travail du séminaire codisciplinaire alimente de façon satisfaisante (en qualité, en quantité et en « débit ») le travail des classes de mathématiques (et des autres classes disciplinaires concernées), en permettant notamment de couvrir largement le programme-noyau du cycle considéré. C'est là que je m'arrêterai aujourd'hui.

« DIDACTIQUE FONDAMENTALE »

1. Un cours en sciences de l'éducation

a) À la rentrée 2007, j'ai succédé à Samy Johsua en tant que responsable d'une UE de licence de sciences de l'éducation intitulée alors « Didactique pluridisciplinaire ». (L'intitulé en a été changé à partir de l'année suivante : à la rentrée 2008, elle est devenue, pour des raisons qui m'échappent, « Théorie de l'apprentissage et didactique pluridisciplinaire ».) Cette UE de quelque 66 heures comportait des interventions ponctuelles d'enseignants traitant de « didactiques disciplinaires » au sens classique de cette expression. Mais elle comportait aussi un cours que je donnais moi-même, d'une durée qui a un peu varié selon les années (il était de 29,5 heures cette année). Dès la première année, je dus choisir un nom pour mon enseignement afin qu'il soit clairement identifiable à côté des interventions diverses de « didactique de l'EPS », de « didactique du français et du FLE », de « didactique des LVE », etc. Je le désignai donc par l'intitulé de *didactique fondamentale*, qui me paraissait le plus adéquat. Bien qu'ayant évolué au fil des années (il y a eu une importante refonte à la rentrée 2009), le travail que j'ai réalisé dans ce cadre n'est pas, je crois, à ignorer. Je pense même qu'il s'agit d'une création précieuse, riche et utile ; mais c'est là bien sûr un sentiment naïf et tout personnel !

b) Le cours que j'ai ainsi bâti est le fruit de multiples contraintes. Il y a d'abord les contraintes touchant le temps et l'espace didactiques alloués : pour le temps, moins d'une trentaine d'heures, je l'ai dit ; pour l'espace, un unique dispositif, le « cours en amphi ». Dans ce qui s'est appelé ces trois dernières années le module des *Leçons de didactique* (le « cours de didactique fondamentale » comporte six « modules », concrétisés en six fichiers numérotés de 0 à 5 mis à jour en fonction de l'avancée de l'enseignement, les *Leçons* constituant le module 1), j'ai été amené à distinguer, pour des raisons historiques, quatre principaux types de dispositifs didactiques : le *cours* véritable, confié à un professeur ou faisant fonction ; la *conférence*, qui correspond à la fonction de « maître de conférences » ; les *travaux dirigés* (TD) et les *travaux pratiques* (TP). En ce qui concerne mon propre enseignement, les deux premiers dispositifs didactiques étaient réalisés dans le cadre même du « cours en amphi », dont une partie importante du temps a été occupée par des « conférences » ayant pour matière celles du module 3 (*Analyses didactiques*) et du module 4 (*Analyses praxéologiques*). Si l'on considère – avec un peu d'indulgence – que les travaux pratiques sont (ici) à la charge didactique des étudiants (opérant seuls ou bien en petits groupes), ce qui a manqué clairement, ce sont des séances de TD, où, par définition, une part essentielle de l'activité assumée par l'enseignant dans les « conférences » est dévolue à l'étudiant.

c) Les principales contraintes sur le contenu étaient liées au contexte de formation. D'une part, ce cours s'adressait aux étudiants de sciences de l'éducation, qui ont eu jusque-là une trajectoire universitaire passant essentiellement par les SHS (ou, parfois, les STAPS) et qui, par exemple, ne penchent guère du côté des mathématiques, de la physique et de la chimie ou de la biologie. D'autre part, il convenait que l'enseignement donné permette de former ces étudiants à des types de tâches donnant lieu à une évaluation finale raisonnable. C'est là un point clé, que j'ai déjà évoqué dans ce séminaire au cours des années passées et sur lequel j'aurai l'occasion de revenir. Mais je voudrais aujourd'hui m'arrêter sur un certain développement contenu dans les *Leçons de didactique*.

2. Un problème didactique fondamental

a) Les *Leçons de didactique*, qui totalisaient cette année 156 pages, comportent dix leçons dont voici les titres :

1. *Le didactique et la didactique*
2. *Refoulement du didactique et analyses didactiques*
3. *Un modèle didactique de référence : le schéma herbartien*
4. *Le modèle praxéologique : types de tâches et techniques*
5. *Le modèle praxéologique : technologies et théories*
6. *Configurations didactiques : observer, montrer, dire*
7. *Configurations didactiques : l'école, le manuel, le professeur*
8. *Configurations didactiques : structures intermédiaires*
9. *Configurations didactiques : évolutions contemporaines (1)*
10. *Configurations didactiques : évolutions contemporaines (2)*

Bien entendu, je vous invite à prendre connaissance de ces leçons : vous les trouverez sur mon site Web personnel, à l'adresse que vous savez : http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=174.)

b) Pour aller un peu au-delà des vœux pieux, j'ai choisi de vous proposer, ci-après, à titre d'exemple, le texte de la leçon 8, organisé en 8 sections successives, où j'ai tenté d'expliciter une exigence clé de tout projet didactique. (Pour les passages qui font allusion aux leçons précédentes, voyez ces leçons sur mon site.) Voici donc le texte de ce chapitre :

❶

> Dans un système didactique $S(X\,;\,Y\,;\,O)$, que peut faire Y pour aider X à étudier l'œuvre O ? La réponse la plus ancienne et la plus massive à cette question est connue : ce que Y peut faire, c'est fournir à X un *exposé sur O*. Ce que peut faire X, alors, c'est apprendre cet exposé *par cœur*, afin de pouvoir le ruminer, le méditer, le questionner, et peut-être en réorganiser le contenu « dans sa tête ». Notons ici un fait fondamental, celui de la disjonction – traditionnelle – entre ce que fait Y et ce que fait X, disjonction qui répond à un schéma simple : Y agit jusqu'à un certain point pour aider X, point au-delà duquel c'est à X de faire, et de faire ce qu'il trouvera à propos de faire. En ce sens, on peut dire tout à la fois que X bénéficie d'une certaine *aide didactique* de la part de Y et, du même mouvement, qu'il est laissé dans un certain *abandon didactique* ; ou, pour le dire autrement, qu'il est livré *volens nolens* à son *autonomie didactique*. À X de faire ! Tel semble être le critère d'arrêt de l'action de Y. En d'autres termes, X est, au-delà d'un certain seuil, l'acteur de systèmes de la forme $S(X\,;\,\varnothing\,;\,O)$, qui le voient s'aider lui-même. Malgré qu'il en ait, X se trouve ainsi renvoyé à une inévitable autodidaxie, celle par exemple de l'étude de l'œuvre par le truchement d'un ou de plusieurs exposés sur l'œuvre. De ce que fait X pour étudier O quand il est seul, peu de chose transpire : l'étude est ici comme un corps noir qui n'émet pas de lumière. On a là une nouvelle source de refoulement du didactique – en l'espèce de « l'autodidactique ». En fait, dans ce qui suit, nous nous intéressons à ce que Y peut faire pour aider X à étudier O, n'abordant le faire de X et les possibilités qui pourraient lui être ouvertes qu'en écho au faire de Y.

❷

> On a vu que, dans la pédagogie de régent, Y fournit à X un exposé sur O qui n'est pas de lui. Pour faire plus et mieux pour X à propos de O, Y peut alors vouloir *changer* de manuel, comme nous l'avons vu faire par l'instituteur Férard. Dans la pédagogie de professeur, de même, Y peut *refaire* son cours, activité estivale à laquelle sacrifient nombre de professeurs désireux de mieux faire. Dans tous les cas, et c'est là un point qu'il importe de souligner, cela

revient à incriminer *l'exposé sur l'œuvre* que *Y* met en jeu (que cet exposé soit ou non de *Y*), *et non le travail que Y aura impulsé en prenant appui sur cet exposé*. De fait, ce travail de *Y* demeurera longtemps un *dark continent*, une *terra incognita* que l'on tardera à cartographier. Ce que l'on verra maintenant, c'est comment l'économie de ce « continent » va être modifiée et enrichie au fil du temps. L'un des grands problèmes auxquels se heurte toute étude d'une œuvre a pour solution une forme appropriée de la *dialectique de la présence* in absentia *et de l'absence* in praesentia. Qu'entendre par là ? Lorsqu'une personne *x* souhaite étudier une œuvre *O*, elle peut aller « au contact » de *O*, là où cette œuvre est vivante : si *x* veut étudier le théâtre, ou le cubage des grumes, ou la langue anglaise, ou la cuisine moléculaire, *x* peut se rapprocher de quelque institution où l'on fait du théâtre, où l'on cube des grumes, où l'on parle l'anglais, où l'on fait de la cuisine moléculaire. Si l'institution en question accueille *x* et accepte de l'intégrer – tant bien que mal – au collectif de ses acteurs, on pourra dire que *x* « apprend *O* » *sur le tas*, ou, comme on dit aussi, *par frayage*. Mais, généralement, si la personne *x* est mise ainsi brutalement en présence de l'œuvre, celle-ci reste largement insaisissable, impénétrable, non appropriable par *x*. Pour *x*, l'œuvre *O* est en fait *absente*, bien qu'elle soit là, toute proche : ainsi est-elle absente malgré sa présence ; pour marquer la chose, nous dirons qu'elle est « absente *in praesentia* ». Un exposé sur l'œuvre *O* permet en revanche de « parler » de *O en l'absence même* de *O* : à travers un exposé sur *O*, cette œuvre devient présente en dépit de son absence réelle ; on dira qu'elle est « présente *in absentia* ». La présence réelle de l'œuvre *O*, on l'a dit, n'est nullement un gage que *x* pourra « apprendre » *O*. La mise à distance de *O* que provoque un exposé sur *O* a, par contraste, des vertus didactiques éminentes : elle permet de parler de *O*, de questionner *O* sans être en quelque sorte écrasé par *O*. Quand on commence à apprendre la langue anglaise (présente *in absentia* à travers un livre, un cédérom, etc.), on n'entend encore rien aux échanges *réels* que peuvent avoir des anglophones natifs par exemple ; et il faut bien pourtant commencer ! Mais, à l'inverse, on ne peut complètement apprendre le théâtre, le cubage des grumes, la langue anglaise, la cuisine moléculaire uniquement dans des exposés, si bien faits soient-ils : vient un moment où il faut, par exemple, faire du théâtre, cuber des grumes, parler l'anglais, faire de la cuisine moléculaire, respectivement, sur le plateau d'un théâtre, dans une scierie, au sein d'une famille anglaise, dans les cuisines d'un restaurant spécialisé. Ce sont les dangers de ces deux écueils, le Charybde de l'absence *in praesentia* de l'œuvre, le Scylla de sa présence *in absentia*, que la dialectique évoquée ici devrait permettre de dépasser.

❸

Nous partirons de cette situation de présence *in absentia* de l'œuvre à étudier que permet la disponibilité d'un exposé et, plus précisément, de l'exposé que procure le *cours magistral*. Deux types d'aides complémentaires doivent d'emblée être distingués. Les aides du premier type ont pour objectif de « faire comprendre le cours », c'est-à-dire le discours sur l'œuvre : du point de vue de la dialectique de la présence *in absentia* et de l'absence *in praesentia*, ces aides, en principe, ne changent rien. C'est une aide de ce type que sont ainsi censés apporter les *assistants* du professeur évoqués par René Zazzo dans la leçon précédente. Semblablement, en d'autres institutions de formation, au-delà du professeur qui « fait le cours », se tient un *répétiteur*, personnage que le dictionnaire d'Émile Littré croque en ces termes : « Dans les hautes écoles de sciences, par exemple, à l'école polytechnique, on nomme répétiteurs des professeurs qui interrogent les élèves sur ce qui leur a été enseigné dans le cours principal. » Le *Dictionnaire culturel en langue française* précise que l'on nomme répétiteur (ou répétitrice) la « personne qui explique à des élèves la leçon d'un professeur ». Ce dictionnaire signale en outre que, en italien, on trouve dès 1311 l'emploi de *repetitore* pour désigner un « enseignant qui explique les leçons du maître ». Le personnage du répétiteur est donc une figure ancienne entrant dans la composition de l'instance *Y* d'aide à l'étude et de direction d'étude. Son existence (de même que celle, comparativement récente, des assistants : voir l'article « Assistant de l'enseignement supérieur en France » de *Wikipédia*) nous fait retrouver cette loi fondamentale qui veut qu'un système didactique principal ne puisse exister qu'au sein d'une association de systèmes didactiques. On notera en outre que, avec le répétiteur (ou l'assistant), la disjonction entre *X* et *Y diminue un peu* ; mais la *distance à l'œuvre étudiée* reste en principe inchangée.

❹

Ainsi qu'on l'a annoncé, il est un autre type d'aides qui, lui, se loge au cœur de la dialectique de la présence *in absentia* et de l'absence *in praesentia*. Nous l'illustrerons d'abord à travers un souvenir du physicien Richard Feynman (1918-1988), qui recevra le prix Nobel de physique en 1965. En 1951, Feynman, jeune physicien déjà fameux, se trouve au Brésil, où il doit donner, dans une école d'ingénieurs, « une série de cours sur les méthodes mathématiques de la physique ». Il est alors confronté à une situation imprévue que, dans son livre *Vous voulez rire, Monsieur Feynman !* (1985, Paris, Interéditions), il raconte dans les termes suivants :

> J'ai été étonné de constater que sur les quatre-vingts étudiants qui assistaient au cours, il n'y en ait pas plus de huit qui m'aient rendu le premier devoir que je leur avais donné à faire. J'ai alors consacré tout un cours à expliquer qu'il fallait faire des exercices, s'entraîner, et qu'il ne suffisait pas d'être là à me regarder faire. À la fin de l'heure, les étudiants sont venus me trouver en délégation pour m'expliquer que je me méprenais totalement sur leur niveau, que compte tenu de leurs études antérieures ils étaient tout à fait capable de comprendre sans faire les exercices… (pp. 242-243)

Les étudiants dont parle Feynman prennent les problèmes qu'il leur donne à résoudre pour une aide du *premier* type : aussi ils déclarent qu'ils n'en ont pas besoin, car – selon eux – ils « comprennent » le cours. Or, pour Feynman, l'aide qu'il apporte par ces problèmes et exercices est du *second* type : elle a pour but de faire que ces étudiants rencontrent plus concrètement l'œuvre qu'il leur expose dans ses cours. L'idée est de passer de la présence *in absentia* (dans son cours) à la présence réelle ; or l'attitude des étudiants qui ne rendent pas les devoirs proposés revient à faire que l'œuvre présente en ces devoirs soit pour eux absente *in praesentia*.

❺

Dans le cas rapporté par Richard Feynman, notons-le en passant, contrairement au changement engendré par l'institution des répétiteurs ou des assistants, si la distance à l'œuvre diminue (ou devrait tendre à diminuer, n'était l'attitude des étudiants), la *disjonction* entre *Y* et *X* ne change guère : car le travail en principe requis de *X* est censé s'accomplir *en autonomie didactique*, à l'instar de tout « devoir à la maison ». Il en va autrement dans le récit suivant, dû au mathématicien franco-américain André Weil (1906-1998), que l'on trouve dans la préface de son livre *Number Theory for Beginners* (Springer-Verlag, 1985), où il évoque la figure du mathématicien Maxwell Alexander Rosenlicht (1924-1999) :

> In the summer quarter of 1949, I taught a ten-weeks introductory course on number theory at the University of Chicago ; it was announced in the catalogue "Algebra 251". What made it possible, in the form which I had planned for it, was the fact that Max Rosenlicht, now of the University of California at Berkeley, was then my assistant. According to his recollection, "this was the first and last time, in the history of the Chicago department of mathematics, that an assistant worked for his salary". The course consisted of two lectures a week, supplemented by a weekly "laboratory period" where students were given exercises which they were asked to solve under Max's supervision and (when necessary) with his help. This idea was borrowed from the "Praktikum" of German universities. Being alien to the local tradition, it did not work out as well as I had hoped, and student attendance at the problem sessions soom became desultory. (p. V)

On voit en passant que, ici, l'assistant n'a plus seulement pour tâche de « faire comprendre le cours du professeur », mais qu'il lui échoit de faire diminuer la distance des étudiants à l'œuvre enseignée. Cela noté, là encore, les étudiants qu'évoque André Weil situent manifestement l'aide ainsi apportée comme le font à la même époque leurs congénères brésiliens : comme une aide du premier type, dont ils estiment sans doute ne pas avoir besoin.

❻

Pourtant un mouvement essentiel, mal dégagé encore – vers 1950 – des inerties du passé, se manifeste à travers ces épisodes didactiques, et qui nous dit ceci : la connaissance d'un exposé sur l'œuvre, si « magistral » que soit cet exposé, ne saurait constituer *le tout* de la connaissance de l'œuvre. L'illusion durable qu'il pourrait en être ainsi est liée sans doute au fait que, tant que l'œuvre étudiée est elle-même de nature discursive, textuelle, comme il en va pendant des siècles avec ce qu'on appellera les *humanités classiques*, l'œuvre semble être à elle-même son propre exposé – auquel s'ajoutent, il est vrai, des commentaires sur l'œuvre étudiée. Le primat du texte s'impose ainsi longuement, comme le souligne Émile Durkheim (1858-1917) dans ce passage de son ouvrage *L'évolution pédagogique en France* (1938/1990, Paris, PUF), qui fut à l'origine un cours destiné aux agrégatifs et donné à la Sorbonne à partir de 1904-1905 et jusqu'à la guerre :

> Quant à la nature, elle n'est connue qu'à travers l'homme. Les choses n'intéressent pas elles-mêmes ; elles ne sont pas étudiées en elles-mêmes et par elles-mêmes, mais à travers les opinions humaines dont elles ont été l'occasion. Ce n'est pas la réalité telle qu'elle est que l'on veut savoir, c'est ce que les hommes en ont dit, c'est-à-dire ce qu'elles ont, pour ainsi dire, d'humain.
>
> De là l'importance primordiale du texte, qui n'est pas moindre sous la scolastique qu'à la Renaissance. C'est que c'est dans le texte que sont fixées les opinions, les pensées des hommes. Entre les choses et l'esprit, le texte s'intercale et les voile en partie. Cette influence du texte est tellement obsédante que les plus grands esprits, ceux qui ont le plus vif sentiment de ce qu'il y a de vivant dans la réalité, de l'intérêt qu'il y aurait pour l'esprit à se rapprocher davantage de cette source de vie, ne parviennent cependant pas à s'en libérer : tel Rabelais. Ils ne soulèvent un instant ce voilé qui leur dissimule le réel que pour le laisser retomber aussitôt. (p. 319)

Le changement qui fait passer de la « pédagogie des mots » à la « pédagogie des choses », à ce qu'on appelle aussi la pédagogie *réaliste* (du latin *res* « chose »), ce changement vient, certes, de loin : Comenius en fut l'un des premiers artisans. Illustrons cela avec un épisode plus léger que rapporte Jules Simon (1814-1896), qui fut ministre de l'Instruction publique (1872-1873), dans un article intitulé « Le collège de Vannes en 1830 » cité par Marie-Madeleine Compeyre dans son livre *Du collège au lycée (1500-1850)* (Paris, Gallimard/Julliard, 1985) :

> Nos régents, qui presque tous étaient prêtres, savaient parfaitement le latin. Ils savaient peut-être aussi, tant bien que mal, un peu de théologie. Je puis attester qu'ils ne savaient pas autre chose. On nous donna en 1829 un régent de physique. On n'avait plus entendu parler de ce genre d'études au collège de Vannes depuis 1789. M. Merpaut, qu'on chargea de cet enseignement, était comme le collège : il n'avait jamais entendu parler de cela. Il acheta un vieil exemplaire de la *Physique* de l'abbé Nollet. « Je ne le comprends pas, nous dit-il, mais nous le lirons ensemble, et peut-être en nous aidant mutuellement, parviendrons-nous à savoir ce qu'il veut dire. » Nous n'y parvînmes pas. Nous mîmes au pillage deux armoires contenant quelques instruments de physique surannés et beaucoup de substances diverses.

> Nous mettions un grand zèle à mélanger les fioles l'une avec l'autre sous les yeux de M. Merpaut, pour voir ce qui en résulterait. Nous finîmes par jouer aux palets pendant la classe avec les disques d'une pile Volta. Je dois dire, pour rendre hommage à la vérité, que M. Merpaut avait un jeu très bruyant. Le professeur de rhétorique, notre voisin, se plaignit du tapage. M. Merpaut fut magnifique : « Allez dire à votre maître que nous sommes ici pour étudier les lois de la nature et que nous lui laissons pleine liberté de faire tout ce qu'il voudra des lois de la rhétorique. » (p. 191)

On aura noté l'ambivalence dans laquelle cette « pédagogie des choses » à l'état naissant semble se trouver : d'une part, on s'amuse – professeur compris – d'une matière que chacun ignore, ce qu'on ne ferait certainement pas avec le latin ou la rhétorique ; d'autre part, on s'enflamme avec le professeur pour ces choses nouvelles, qui sont comme une terre promise. On a là au reste les deux « composantes » que distinguent le schéma herbartien développé : le milieu M se compose d'une part d'un exposé – la *Physique* de l'Abbé Nollet, exposé qui eut un succès et une longévité remarquables, ensemble de réponses $R^{\Diamond}$ à des questions Q que l'on peut se poser en matière de physique –, d'autre part d'instruments de physique, qui sont des œuvres O censées utiles à l'étude des questions Q. Il n'est pas incongru, ici, de souligner le changement profond, tout à la fois épistémologique et didactique, dont le nom de Jean Antoine Nollet (1700-1770) est un témoin et dont l'extrait suivant de l'article qui lui est consacré dans l'encyclopédie *Wikipédia* donne une idée :

> La leçon inaugurale de l'abbé Nollet, le mardi 15 mai 1753, lors de l'ouverture de la chaire de physique expérimentale au collège de Navarre, marque le triomphe de cette science. Dans l'amphithéâtre spécialement construit pour le nouveau cours et où plus de 600 personnes peuvent prendre place, Nollet précise solennellement l'objet de cette physique qui est de connaître les phénomènes de la nature et d'en montrer les causes ; il met en lumière la discipline qu'elle entraîne de ne se rendre qu'à l'évidence ; il affirme la nécessité d'être polyglotte, la physique étant devenue internationale, mais propose, démontre et commente en français : dorénavant les exercices de physique expérimentale se feront dans cette langue, et non plus en latin.

Supprimé à la Révolution, le collège de Navarre laissera place à l'École polytechnique créée en 1794. Le symbole est fort et marque une réelle continuité : à l'École royale du génie de Mézières, institution prestigieuse où il devint ensuite professeur, Nollet eut pour aide d'abord, pour successeur ensuite, le grand Gaspard Monge (1746-1818), qui sera l'un des créateurs de l'École polytechnique.

❼

Un exposé sur l'œuvre O porte en lui des praxéologies dont l'étude de l'œuvre commande de se « rapprocher ». Lorsque l'exposé décrit une technique τ, l'étudiant x doit pouvoir en faire l'essai. Lorsque cet exposé développe un discours technologique θ, de même, x doit pouvoir le mettre à l'épreuve. Cela peut certes se faire – et doit se faire aussi – en confrontant cette technologie à celles qu'avancent d'autres exposés ; mais, selon la nature des objets concernés, il faut aussi pouvoir observer, expérimenter, calculer, raisonner à partir *des choses mêmes*, et pas seulement à partir des mots de l'exposé. Ainsi réduit-on la distance de x à O. En cela, on s'efforce de ne pas abandonner le collectif étudiant X au grand écart entre l'exposé sur l'œuvre et le contact immédiat avec l'œuvre ; entre ce qu'on nommera, traditionnellement, la « théorie » et la « pratique », la première faisant de x un pur spectateur (*theôros*, en grec, où *theôrein* signifie « observer »), tandis que la seconde en fait un simple acteur. Pour réduire cet écart, dont l'existence, nul ne l'ignore, nourrit une masse de discours pour et contre « la théorie » ou « la pratique », les institutions à visée didactique se sont efforcées de construire des *intermédiaires* qui rapprochent x de l'œuvre à étudier sans pour autant, si l'on peut dire, le « livrer » à l'œuvre. Plusieurs configurations didactiques émergent au fil du temps qui proposent des médiations entre théorie et pratique, entre les mots et les choses. Nous avons évoqué, dans la leçon 6, cet intermédiaire qu'est le stage dans quelque institution où l'œuvre étudiée est réputée vivante. Il est fréquent toutefois que l'articulation entre la « théorie » rencontrée à l'école et la « pratique » observée à l'occasion du stage demeure fort peu élaborée et qu'il y ait même simple juxtaposition, sans articulation, celle-ci étant supposée parfois, de façon souvent irréaliste, être du ressort de x. Un tel intermédiaire se situe du côté de la pratique de l'œuvre. Inversement, du côté de la théorie de l'œuvre, on peut aussi aménager, dans le cadre du cours, un « stage » pour l'œuvre ou pour des objets tenus pour emblématiques de l'œuvre, et d'abord le texte même de l'œuvre si cette dernière a une nature textuelle. À cet égard, un cas éclairant est fourni par l'histoire de l'enseignement de la physique, tel que l'évoque Claudine Balpe dans une étude intitulée « Les exercices pratiques dans la réforme de 1902 » et parue dans l'ouvrage *Les sciences au lycée* dirigé par Bruno Belhoste, Hélène Gispert et Nicole Hulin (1996, Vuibert/INRP, Paris) :

> La réforme de 1902 marque une étape importante pour l'enseignement de la physique dans l'enseignement secondaire. Celle-ci occupe désormais, avec les mathématiques, une place égale à celle des lettres et surtout, son enseignement se transforme. Les changements introduits portent essentiellement sur le renouvellement des méthodes et la création d'exercices pratiques. Il s'agit là d'un des aspects les plus remarquables de la réforme qui donne ainsi à la physique scolaire ses caractères toujours actuels.
>
> Pour saisir toute la portée de ces innovations, il importe de rappeler la situation antérieure de la physique dans les études classiques. Celle-ci est présente tout au long du XIX[e] siècle dans l'enseignement secondaire, mais n'en demeure pas moins relativement marginale. L'horaire qui lui est imparti est faible et stagne jusqu'à la

> fin du siècle, la physique étant généralement repoussée au niveau des classes terminales. L'enseignement se caractérise alors par un mode dogmatique et déductif fondé sur un exposé magistral. En général, tout nouveau chapitre de cours commence par un énoncé liminaire de la loi – laquelle est parfois précédée d'un bref rappel historique. Puis, lorsqu'il y a lieu, le professeur décrit, pendant la majeure partie de la séquence, l'appareil ayant historiquement servi à l'élaboration de cette loi, comme pour insister sur un levier essentiel de la découverte. La suite des séances est consacrée à la présentation de propriétés et d'applications soigneusement décrites dont la succession s'effectue sans formalisme ni raisonnement. Pour résumer, l'élève reçoit un enseignement basé principalement sur une accumulation de descriptions et sur leur mémorisation. (p. 153)

Ici, l'œuvre est représentée par ce qu'il y a en elle de discursif – la loi – mais aussi et surtout par les *appareils* qui sont en quelque sorte des « morceaux » de l'œuvre. La grande réforme de 1902, qui fait entrer l'enseignement secondaire dans une modernité longtemps différée, met en avant, pour l'enseignement de la physique, les « exercices pratiques », censés mettre les élèves en contact authentique avec l'œuvre étudiée.

> La réforme de 1902 renforce le rôle joué par les sciences expérimentales dans l'enseignement secondaire : l'initiation à la méthode expérimentale participe de la formation de l'esprit. À l'inverse des pratiques antérieures, les sciences expérimentales doivent être désormais enseignées selon une démarche inductive où le professeur allant des faits aux lois, parvient à l'abstraction au lieu d'en partir. De plus, l'élève doit pouvoir conduire lui-même, seul, une démarche de recherche. D'où la création, en plus des enseignements magistraux, d'exercices pratiques. Conçus par le professeur et exécutés par les élèves, ils doivent permettre à ces derniers d'accéder concrètement au vrai caractère des sciences physiques par l'entraînement actif à la méthode expérimentale. Ressort essentiel des nouvelles méthodes en sciences physiques, les exercices pratiques offrent à l'élève, selon Louis Liard, le sens de la réalité, la notion de loi, et lui permettent d'entrevoir, entre les phénomènes en apparence les plus dissemblables, les rapports qui les unissent : « Ce sera en lui, avec des acquisitions durables, une philosophie immanente de la nature [...], l'éveil de sa curiosité [...], la mise en mouvement de ses énergies ». Non seulement l'élève devient actif, mais il s'exerce au raisonnement et acquiert un esprit critique, ce qui est « [1']une des fins, la fin principale de toute éducation, qui vise à autre chose qu'à former des esprits réceptifs et passifs » [Liard, *1904b,* p. 191]. L'ambition est évidente : former des élèves capables d'exercer leur intelligence, et donc maîtres des savoirs qu'ils construisent. La place des exercices pratiques est à cet égard, décisive. (p. 154)

La tâche nouvelle dévolue aux professeurs est en vérité des plus délicates. Car il leur échoit de concourir à créer toute une *infrastructure didactique*, projet pour lequel l'union des forces se révèle vite indispensable :

Les dispositions nouvelles prises pour enseigner la physique entraînent une modification des conditions d'exercice du professorat de physique : « [avec] les travaux pratiques obligatoires, [la réforme de 1902] dédouble l'enseignement ancien et le partage entre l'amphithéâtre et le laboratoire, entre la théorie et la pratique » [Mermet, 1907, p. 4] .Cette dualité caractérise un professorat de type nouveau. Formé essentiellement pour enseigner magistralement les sciences aux élèves, le professeur doit, en plus de ses cours, mettre en scène des dispositifs expérimentaux modernes donc inédits, et concevoir des exercices pratiques : c'est là une rupture importante dans la fonction professorale. N'ayant pas été préparé à cette tâche, le professeur – bien que familier des instruments traditionnels de laboratoire et des travaux d'atelier, s'il est normalien – ne sait pas concevoir de dispositifs pratiques avec du matériel simple.

Les professeurs ressentent ces obligations de service comme un obstacle et sont d'abord surpris : « on a cherché les voies et les moyens pour organiser les travaux pratiques ; on s'est donné beaucoup de peine ; on s'est agité mais [...] il en est résulté à peu près partout une sorte d'indécision momentanée, et c'est tout » [Mermet, 1907 , p. 4]. Leur hésitation se double d'inquiétude : ils doivent abandonner les vieilles méthodes et mettre en place des exercices pratiques par un choix d'expériences dans une « vague liste », alors qu'auparavant on attendait d'eux qu'ils appliquent une ligne bien définie. Jules Lemoine, professeur au Lycée Louis-le-Grand, explique que les professeurs déjà âgés ont perdu le bénéfice de leurs anciens cours, et qu'au milieu de leur carrière ils recommencent, jusqu'à un certain point, à apprendre leur métier tandis que les professeurs nouveaux ne sont pas guidés par une tradition ferme et indiscutable.

Pour la première fois, ils ont des initiatives à prendre sans disposer de repères sécurisants. L'union devient une double nécessité : pour conjuguer les efforts de tous, mais aussi pour assurer un contact en cas de difficultés du professeur devant l'organisation de dispositifs expérimentaux nouveaux.

Une première collaboration de 154 professeurs avec Henri Abraham, maître de conférences de physique à l'École normale supérieure, aboutit en 1904 à la publication du *Recueil d'expériences élémentaires de physique* (1904), destiné à aider les plus déconcertés. En 1906, à l'initiative de la Société française de physique, pour aider ceux qui éprouvent des difficultés à concevoir des expériences, une exposition est organisée au Musée pédagogique. Les professeurs qui ont des suggestions à proposer sont invités à présenter leurs appareils de manipulation. À l'occasion de cette manifestation est créée l'Union des physiciens, « pour se défendre et mieux servir la cause de la réforme » [Mermet, 1907, p. 6]. Cette société, à l'initiative d'un professeur de Rouen, A. Buguet, est formée par des professeurs de physique, chimie, histoire naturelle. Le président en est A. Mermet du lycée Charlemagne, la vice-présidente, É. Mourgues du lycée Fénelon, les secrétaires J. Lemoine du lycée Louis-le-Grand et E. Brucker du lycée de Versailles. En 1907 1'association comprend 277 membres dont H. Abraham, secrétaire général de la Société française de physique, ainsi que des chefs d'établissements. L'Union édite

> un *Bulletin* mensuel qui organise un « office des laboratoires » – sorte de mutuelle d'idées entre collègues –, publiant questions et réponses. Son influence va grandissant auprès des professeurs : toutes les circulaires et les règlements spéciaux concernant le personnel chargé de l'enseignement de sciences physiques et naturelles parues depuis 1886 sont publiées en juillet 1907 ; dans les cinq premiers numéros de mars à octobre 1907, 39 questions sont posées ; des rubriques spécialisées apparaissent, concernant par exemple, la question des garçons de laboratoire, la responsabilité au cours d'accidents. À Pâques 1907, le bulletin s'ouvre aux écoles primaires supérieures (EPS), aux écoles professionnelles, et aux professeurs de facultés des sciences enseignant au niveau du diplôme universitaire PCN (Physique-Chimie-(Sciences) Naturelles). Des rapports concernant les exercices pratiques en Angleterre montrent l'intérêt que les professeurs portent à l'enseignement des sciences à l'étranger. (pp. 160-161)

La référence est ici à l'article d'Achille Mermet intitulé « L'Union des physiciens, ses origines, son programme », publié dans le *Bulletin de l'Union des physiciens* en 1907. On voit ainsi se réaliser une véritable redéfinition du répertoire des « gestes didactiques » attendus de *y* : nous retrouverons ce phénomène, récurrent dans l'histoire des institutions didactiques modernes, à d'autres propos un peu plus loin.

❽

La « reconfiguration » didactique impulsée à l'enseignement de la physique par la réforme de 1902 n'est nullement isolée. Entre le cours magistral qui fait de l'élève un *theôros*, un spectateur de l'œuvre, et la pratique brute, non aménagée, ou aménagée si peu que rien comme dans le dispositif du stage, d'autres médiations vont être imaginées et être mises en place. Le cours est un dispositif qu'on nomme aujourd'hui encore, en anglais, *lecture*, le *lecturing* étant significative rendu, en tel dictionnaire, par ces mots (où on notera le mot *discourse*) : *teaching by giving a discourse on some subject.* Le cours n'est évidemment pas le seul dispositif pédagogique scolaire usité classiquement pour alimenter l'étude de l'œuvre. Dans les pays anglo-saxons, ainsi, la *lecture* s'oppose classiquement au *seminar*, comme le rappelle, implicitement, cet exemple de dictionnaire : *I attended practically every lecture and seminar when I was a student.* Un autre dictionnaire donne du mot *seminar* la définition que voici.

> a) A small group of advanced students in a college or graduate school engaged in original research or intensive study under the guidance of a professor who meets regularly with them to discuss their reports and findings.
> b) A course of study so pursued.
> c) A scheduled meeting of such a group.

En vérité, ce dispositif pédagogique tellement différent du cours (ou de la *lecture*) qu'est le séminaire ne se mit en place que fort lentement dans les systèmes de formation supérieure européens. À l'instar d'autres dispositifs, le séminaire est voué à un type *bien déterminé*, repris à satiété, de tâches d'étude, qu'il permet de faire vivre *spécifiquement* : on y *fait* des choses plus qu'on n'y *dit* des choses. On retrouve une telle relation élective en une autre structure pédagogique qui relève du genre « séminaire » mais dont le nom peut d'abord égarer : la *conférence*. Le dispositif de la conférence permet à *Y* un *engagement didactique* plus prononcé que le cours seul. L'exemple suivant, qui a trait à la création par Émile Boutmy (1835-1906), en 1872, de l'École libre des sciences politiques (devenue ensuite Institut d'études politiques de Paris ; familièrement, « Sciences Po ») l'illustre clairement (on l'emprunte à Française Mayeur, *De la Révolution à l'École républicaine*, Nouvelle Librairie de France, 1981).

> Les cours, plus nombreux, furent répartis en deux sections, diplomatique et administrative. Boutmy adopte alors le système pédagogique des « conférences » qu'ignoraient encore les facultés, mais déjà en usage aux Hautes Études. Aux cours le développement des grands traits, des grandes idées, aux conférences l'approfondissement, l'explication des textes ou la démonstration pratique : « si Paul Leroy-Beaulieu devait dans son cours exposer le système de l'administration financière, il avait à montrer dans ses conférences comment on prépare un budget ou un impôt. » (p. 449)

La citation incluse dans ce passage est extraite de l'ouvrage de Pierre Rain, *L'École libre des sciences politiques* (Fondation nationale des sciences politiques, Paris, 1963). Paul Leroy-Beaulieu (1843-1916), quant à lui, était un économiste français libéral, fondateur de l'*Économiste français* (1873), et dont l'ouvrage sur *La question ouvrière* (1872) fut l'une des sources d'Émile Zola pour la rédaction de *Germinal* (1885). Cela noté, le point à souligner est ce fait que la *conférence* permet de montrer aux auditeurs comme on *fait* telle ou telle chose : au lieu de se contenter d'y *évoquer* un savoir-faire (comme dans le cours magistral), on peut en *faire la démonstration*. Là où il n'y avait que *discours* (et *faire discursif*) apparaît un faire éventuellement extralinguistique. On notera que, historiquement, les conférences étaient en principe à la charge des *maîtres de conférences*. D'après l'article « Maître de conférences en France » de l'encyclopédie *Wikipédia*, c'est à la suite du « règlement du 14 décembre 1815 que les répétiteurs de l'École normale prennent l'appellation de maître de conférences ». Ces personnels « étaient chargés de cours, exercices, préparations et conférences, complémentaires aux cours magistraux dispensés par les professeurs des facultés de Paris ». Ce qu'il faut en particulier retenir, ici, c'est que le cours magistral, qui constitue le SDP, n'est pas prévu pour exister *seul* : il appelle des SDA divers et variés constituant avec le SDP une association de systèmes didactiques pertinente et efficace – ce qui, il est vrai, est plus vite dit que fait. De façon plus complète, on peut distinguer cinq niveaux de médiations – si l'on excepte le « stage » – qui conduisent *x* du plus lointain au plus près de l'œuvre étudiée : le cours magistral ; la conférence (au sens susdit) ; les travaux dirigés ; les travaux pratiques. Dans la conférence, x est encore un observateur et c'est y qui réalise : il met en œuvre la technique dont le cours avait présenté la technologie-théorie. Dans les travaux dirigés, x réalise tandis que y l'encadre, l'assiste, l'aide. Enfin, dans les travaux pratiques, x réalise en quasi-autonomie : y n'est là que pour parer à des difficultés qui, normalement, ne devraient pas se produire. Notons ici cette précision révélatrice (qui ne laisse pas de déconcerter – voir par exemple http://www.assistantsinfrance.com/forums/viewtopic.php?f=27&t=36944&start=0) : traditionnellement, à l'université, une heure de cours était comptée pour 1,5 h dans le service dû par y tandis qu'une heure de travaux dirigés valait 1 h de service et une heure de travaux pratiques seulement 2/3 h de service : 36 heures de cours magistral équivalaient ainsi à 54 h de TD et à 81 h de TP ; en particulier, une heure de cours « valait » donc 2,25 fois plus qu'une heure de TP. Notons aussi que le système cours/conférence/TD/TP peut à la rigueur fusionner en deux structures didactiques seulement, les cours-conférences et les TD-TP. C'est alors par rapport à ces structures didactiques différenciées – auxquelles quelques autres devraient être ajoutées, telles les *colles* (ou khôlles) existant notamment dans les classes préparatoires aux grandes écoles – que des évolutions fondamentales vont se produire au cours du XX^e^ siècle.

That's all, folks!