

UMR ADEF

JOURNAL DU SEMINAIRE TAD/IDD

Théorie Anthropologique du Didactique
& Ingénierie Didactique du Développement

There is a phrase I learned in college called, "having a healthy disregard for the impossible." That is a really good phrase. Larry Page (1973-)

Ce canard n'a qu'un bec, et n'eut jamais envie / Ou de n'en plus avoir ou bien d'en avoir deux. Jean Richepin (1849-1926)

Le séminaire TAD & IDD est animé par Yves Chevallard au sein de l'équipe 1 de l'UMR ADEF, dont le domaine général de recherche s'intitule « École et anthropologie didactique des savoirs ». Ce séminaire a, solidairement, une double ambition : d'une part, il vise à mettre en débat des recherches (achevées, en cours ou en projet) touchant à la TAD ou, dans ce cadre, à des problèmes d'ingénierie didactique du développement, quel qu'en soit le cadre institutionnel ; d'autre part, il vise à faire émerger les problèmes de tous ordres touchant au développement didactique des institutions, et notamment de la profession de professeur de mathématiques. Deux domaines de recherche sont au cœur du séminaire : un domaine en émergence, la didactique de l'enquête codisciplinaire ; un domaine en devenir, la didactique des savoirs mathématiques.

La conduite des séances et leur suivi se fixent notamment pour objectif d'aider les participants à étendre et à approfondir leur connaissance théorique et leur maîtrise pratique de la TAD et des outils de divers ordres que cette théorie apporte ou permet d'élaborer. Sauf exception, les séances se déroulent le vendredi après-midi, de 15 h à 17 h puis de 17 h 30 à 19 h 30, cette seconde partie pouvant être suivie en visioconférence.

→ Séance 3 – Vendredi 18 février 2011

SIGISBÉES ET SYCOPHANTES

1. À partir du master EFM

a) Pour ceux qui ne connaîtraient pas le sigle EFM, je dirai simplement qu'il s'applique ici au master par lequel on prépare, localement, au métier de professeur de mathématiques : c'est le master « Enseignement et formation en mathématiques ». En fait, sauf erreur de ma part, il s'agit en vérité d'un parcours du master « Mathématiques et applications », parcours dont les responsables sont Pierre Arnoux et Gérard Nin (voir par exemple <http://master-math.univ-mrs.fr/cursus/11/> pour la 1^{re} année et <http://master-math.univ-mrs.fr/cursus/12/> pour la 2^e).

b) Avec la mise en place de ce master, la construction à la fois scientifique et humaine que j'ai contribué à créer – avec quelques chers compagnons, qui se reconnaîtront – à partir de la rentrée 1991 risque fort d'être vandalisée. Les dommages semblent avoir été jusqu'ici contenus, mais cela au prix, pour l'équipe actuelle, de soutenir une pression répétée, exercée par le retour du refoulé qui s'exprime par le truchement de certaines personnes dont il appert donc qu'elles n'ont, depuis vingt ans, rien appris ni rien oublié. Mais je voudrais vous faire grâce, ici, de ces épisodes de quasi-harcèlement auxquels l'équipe en question est soumise depuis les premières négociations ayant précédé le démarrage du master, un harcèlement qui, il est vrai, s'ignore souvent – mais non toujours – comme tel. En vérité, je voudrais donner une petite place, ici, à une réflexion plus large sur la situation de la didactique.

c) La défense et l'illustration de la didactique s'apparente presque toujours, depuis trente ans, à une tentative de franchir un précipice en deux bonds successifs : elle semble absurde en elle-même. Imaginons une situation dans laquelle existent deux « sciences », s et S . Comme le choix de notation le suggère, S est une vieille et grosse science, sûre d'elle-même ; s est une sciencette, jeune, qui n'en impose guère. S peut un temps accorder sa protection à s . J'ai connu ce temps s'agissant des mathématiques (S) et de la didactique des mathématiques (s). Mais très vite des conflits éclatent. Pourquoi cela ? La sciencette s étudie les phénomènes propres à un certain domaine de réalité ρ , par exemple l'*enseignement* des mathématiques. Traditionnellement, les S -savantissimes étaient accoutumés à faire autorité au chevet de ρ : *en dernière instance*, c'était à eux qu'il revenait de se prononcer sur ρ , de s'en proclamer les protecteurs et, comme je le disais l'an dernier, de s'en faire les évergètes, qui « font du bien » à ρ . On pourrait penser que, du haut de leur superbe, les S -savantissimes, se faisant désormais protecteurs et évergètes de la sciencette s , délèguent aux s -savantelets, ces nouveaux venus, la charge de prononcer sur ρ et de protéger ce domaine de réalité. Et il se peut, en effet, que, en un premier temps, ils aient été tentés de le faire. Mais les S -savantissimes se reprennent vite : car ils comprennent alors qu'ils sont en train de se faire « doubler » par les s -savantelets – qui n'en demandent pas tant – pour cela que c'est à ces tard venus que, désormais, semble aller la légitimité d'intervenir en matière de ρ . Tout à coup, en effet, il semble que S ait cessé d'être pertinente pour traiter des affaires de ρ : sur les tréteaux et dans les commissions où l'on péroré à propos de ρ , voici que paraissent des s -savantelets qui laissent entendre sans façon que la grosse science S n'y suffit pas, qu'il y faut la sciencette s , qui est tout, et pour laquelle S est une science auxiliaire certes fondamentale, mais non opérationnelle en elle-même ; bref, une science ancillaire, une science « de service ». Alors les S -savantissimes réagissent ; ils

s'efforcent de reconquérir leur position évergétique dominante, de repousser les s-savantelets dont quelques-uns, hélas, obtempèrent sans combattre, en recherchant parfois des alliances douteuses. Ainsi les S-savantissimes s'emploient-ils à ignorer, voire à dénigrer la sciencette s à laquelle, au reste, ils ne comprennent mie – pour cette raison simple qu'ils n'ont jamais songé à l'étudier si peu que ce soit. Quelques imposants S-savantissimes vont même se muer en cheveu-légers d'une *scienzetta nuova* construite par leurs soins, rivale agonistique – mais, en règle générale, tôt moribonde – de la sciencette s.

d) Sauter le précipice, ce serait, pour les s-savantelets, parvenir à être reconnus – notamment par les S-savantissimes – comme les spécialistes de ρ qu'ils sont, et comme les seuls, malgré qu'en aient les S-savantissimes. Or cela va (a) contre certains intérêts adventices des S-savantissimes, dont quelques-uns, au demeurant fort rares, trouvent à s'employer, de façon narcissiquement profitable, en marge de leur S-activité, dans des rôles proconsulaires auprès de ρ ; et (b) contre la conviction fortement indurée que S est nécessaire (ce que les s-savantelets ne nient pas) *et suffisant* (ce qu'ils contestent sans repos) tant pour la « simple » intelligibilité de ρ (ce qui, aux yeux des S-savantissimes, est à peu près dépourvu de sens) que pour la bonne gestion, la gestion « responsable » de ρ jusqu'à sa disparition prochaine, ce qui, pour les mêmes S-savantissimes, est tout ou presque.

e) Sans doute aurez-vous pensé comme moi, en suivant ce petit apologue, à une querelle dont les éclats médiatiques se sont fait entendre au cours de l'année 2010, dans laquelle S désigne les « sciences de la Terre » et s les « sciences du climat ». Si vous connaissez mal cette étrange affaire, je vous recommande le livre récent du journaliste scientifique du *Monde*, Stéphane Foucart, *Le populisme climatique* (Denoël, 2010), ouvrage dont le sous-titre est sans ambiguïté : *Claude Allègre et Cie, enquête sur les ennemis de la science*. Ce que je voudrais souligner à cet égard est un point qui pourrait, à tort, apparaître mineur dans ce type de controverses : au-delà des S-savantissimes tels Allègre ou Vincent Courtillot, dont la fureur poursuit quelques s-savantelets, tel Jean Jouzel – qui n'en peuvent mais, parce que, en dépit de leur connaissance intime des glaces polaires, ces s-savantelets se révèlent totalement incapables de franchir le précipice en deux bonds successifs –, tout un poulailleur s'agite qui prend fait et cause pour S contre s, acclame Goliath et conspue David. Parmi eux, on trouve des hommes qu'on n'eût pas attendus, faute de lucidité. Il en est ainsi de Dominique Lecourt, qui est l'un des climatosceptiques les plus souvent cités sur le Web francophone (<http://effetsdeterre.fr/2010/04/12/climatosceptiques-quelle-place-sur-linternet/>). Lecourt, dont, étudiant, je lisais avec zèle le mémoire de maîtrise publié chez Vrin en 1969, sous le titre *L'Épistémologie historique*

de Gaston Bachelard, par son maître Georges Canguilhem, Lecourt, pourfendeur allègre du lyssenkisme (dans son *Lyssenko, histoire réelle d'une science prolétarienne* », 1976), Lecourt rapproche maintenant sciences du climat et lyssenkisme par le truchement d'une étonnante dénégation (« La climatologie n'est certes pas un montage conceptuel grossier comme le "darwinisme créatif" de Lyssenko », écrit-il dans « La guerre du climat », papier paru dans *La Croix* le 10 mars 2010 et qu'on trouvera à l'adresse http://www.institutdiderot.fr/tl_files/diderot/presse/LACROIX_La%20Croix_La%20guerre%20du%20climat.pdf). Mais je voudrais élargir le propos, et je le ferai, une fois n'est pas coutume, en m'aidant de la psychanalyse.

f) Ce que voici d'abord ne surprendra personne : « Pour l'homme, le Phallus, c'est la force », écrit J.-D. Nasio dans son livre *L'Œdipe, le concept le plus crucial de la psychanalyse* (Payot & Rivages, 2005, p. 147). Conséquence : « L'homme est par essence un être anxieux de perdre le pouvoir qu'il croit posséder ou, pour le dire en un raccourci caricatural, l'homme est un lâche » (p. 57). Le même auteur ajoute : « ... cette lâcheté vient de la peur ; et la peur vient du narcissisme excessif du corps, de l'attention particulière et fébrile que nous portons à notre corps. Entendons-nous, de l'attention que nous portons non pas à l'apparence ni à la beauté du corps, mais à sa vigueur et surtout à son intégrité. » L'homme, donc, recherche, pour s'y attacher, la force, la puissance ou, comme dit la psychanalyse, le Phallus. Chez certains hommes, cette recherche est constante, irrépressible, pathologique. De là aussi que certains recherchent les *grosses sciences S* et dénigrent, abhorrent les sciencettes *s* ; et de même qu'ils recherchent les hommes puissants, en quelque domaine que ce soit – sports, politique, science, etc. Mais les choses ne sont pas si simples, et c'est en ce point qu'il me faut introduire une notion que le grand public souvent ignore : la notion d'*Œdipe inversé*.

g) Pour aller vite, je reproduis un propos de J.-D. Nasio dans un entretien donné à la parution de son ouvrage (<http://www.nasio.fr/oediperoi.html>) :

... il existe un Œdipe « inversé », davantage source de névroses que l'Œdipe classique, car il enferme l'enfant dans une relation narcissique, en le liant au « même » que lui. On observe cet Œdipe inversé surtout chez le garçon. Au lieu de développer une relation forte et sensuelle avec sa mère, il la développe avec son père, pour qui il nourrit des sentiments extrêmes. Cela conduit ce garçon à des relations teintées de maladresse avec tous les hommes qu'il va admirer plus tard. Il risque ainsi de se sentir facilement humilié, de développer une susceptibilité exacerbée, une intolérance à l'autorité. Nous sommes là, bien entendu, dans des cas d'Œdipe mal résolus.

Ce genre de conflit ne rend pas heureux, mais furieux et épuisé. Nasio rapporte ainsi ce propos de l'un de ses jeunes patients : « Je souffre d'être tiraillé entre l'amour pour mon père, l'envie de lui ressembler, le désir de lui plaire, la peur de devenir minable, la haine que j'ai pour lui, et enfin, ma révolte contre son autorité » (p. 144). La position qu'engendre l'Œdipe inversé est donc instable ; mais le schéma de base semble être toujours le même et paraît promis à se reproduire indéfiniment : le sujet se cherche un père dont il veut être aimé, dont il veut susciter le désir, tout en ne pouvant éviter de craindre de (re)devenir « minable », de le haïr en proportion et de se révolter contre lui. Nasio écrit sans détour : « Chaque fois que je reçois des hommes névrosés qui me demandent une analyse, je pense à leur fantasme inconscient d'être la chose du père et de le faire jouir » (p. 47). Telle est, me semble-t-il, la scène cardinale : *ego se cherche un père pour le faire jouir*. Bien entendu, le père peut être flatté de l'intérêt que ego semble lui porter ; mais il n'a en vérité que faire de cela et jouit très bien sans ce fils prodigue, ce que celui-ci finit un jour par comprendre, laissant alors éclater sa rancœur et se cherchant un nouveau père où s'incarnerait la force tout à la fois désirée, crainte, détestée. Tout cela, vous vous en doutez, a un coût exorbitant, pour ego, souvent aussi pour le « père » d'occasion, qui tombe des nues, pour l'entourage qui ne comprend rien à l'affaire.

h) Ce que Nasio décrit explique bien certaines « défections » apparentes, qui, en fait, *n'en sont pas* ; car l'attachement d'ego n'est pas, comme nous sommes naïvement portés à le croire, à une configuration humaine concrète : sauf à résoudre son « Œdipe inversé », ego est condamné à des errances désirantes indéfiniment recommencées. Si ego attaque s, ainsi, ce n'est pas tant par détestation de s que parce qu'il croit ainsi faire jouir S ; parce qu'il s'imagine qu'il plaît aux S-savantissimes, dont il veut être aimé, que l'on attaque s, *qu'il* attaque s. N'oubliez pas que ego est un lâche : il attaque contraint et forcé, pour plaire, pour faire jouir, c'est-à-dire pour des motifs *vitaux pour son inconscient*. Derrière ses attaques, il faut chercher, non la femme, comme le dit l'adage, mais le père phallique que ego a élu plus ou moins récemment.

i) Bien entendu, le schéma de l'Œdipe inversé, appliqué dans ce qui précède au couple (S, s), s'applique en bien d'autres cas : tel qui veut faire jouir le père d'une théorie T attaque une théorie T* réputée rivale ; etc. C'est ainsi que les attaques contre la didactique, contre la TAD participent, sous les oripeaux de la rodomontade, de la peur et de la lâcheté : rodomont est un pleutre. Or on ne fait de science qu'avec du *courage* – de la sérénité, et du courage. C'est toujours le courage qui manque ; et la lâcheté qui manque le moins. Être un *lector* s'accommode d'une certaine poltronnerie. Être un *auctor*, collectivement ou individuellement, requiert du cran, une certaine

impassibilité, et une dose de vaillance. Car faire de la science, c'est, si peu que ce soit, renoncer à plaire, à complaire, à flatter, à « faire jouir ». Cela sonnera un brin moralisateur à certaines oreilles ; en fait, selon mon expérience, cela *est opérationnellement indispensable*. Sans cela, *you're dead*. Conclusion : soyons courageux, soyons vaillants – autant que nécessaire.

2. Une critique reconstructive du champ didactique

a) Je délaisse maintenant l'étude de l'écologie pulsionnelle de la didactique pour revenir à son contenu. Je le ferai en reprenant, avec quelques additifs, l'essentiel de l'exposé que j'ai présenté dans le cadre de la première séance du séminaire ACADIS, qui a réuni le vendredi 28 janvier dernier, dans les locaux de l'UMR ADEF, plusieurs équipes, dont celle dont je suis formellement le responsable. Ainsi que vous le verrez, cet exposé a été écrit pour de grands commençants : faire connaître la TAD s'apparente au franchissement d'un autre précipice dont on finit par se dire, contre toute raison, qu'il relève de l'art du double-saut.

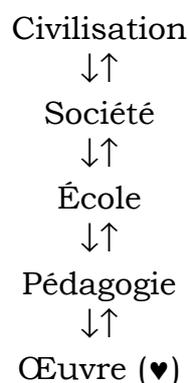
b) La théorie anthropologique du didactique (TAD) porte en elle une critique sévère du champ didactique ; elle l'exprime notamment à travers deux définitions, celle *du didactique*, d'abord, celle *de la didactique*. *Le didactique* est cette dimension des sociétés humaines qui est présente en toute situation où se manifeste une *intention*, portée par une personne ou une institution (V), de faire quelque chose (un « geste didactique ») pour que quelque personne ou quelque institution (U) apprenne quelque chose (l'enjeu didactique ♥). En usant des concepts de base de la TAD, on dira encore : « ... pour que quelque *instance* (personne ou institution) *rencontre* quelque *entité praxéologique* ♥ ». *La didactique* est la science du didactique et, plus largement, *des conditions et des contraintes* gouvernant la diffusion des *entités praxéologiques* auprès des instances de la société. La didactique n'est pas attachée organiquement à telle ou telle instance sociale – à « l'école », à telle « discipline scolaire », etc. Elle regarde toute instance doublement : comme l'objet possible d'intentions didactiques et le sujet nécessaire de rencontres praxéologiques, d'une part ; comme capable d'intentions didactiques et comme opératrice potentielle d'un gestuaire didactique, d'autre part.

c) Cette situation conduit à mettre en avant, d'une part, la notion d'*équipement praxéologique* d'une instance en tel ou tel domaine d'activité, et en particulier la notion d'*équipement didactique*, qui est l'équipement praxéologique en matière d'intentions et de gestes didactiques ; d'autre part, la notion d'*offre praxéologique* et, en particulier, d'*offre didactique* – soit les

entités praxéologiques que, sous des conditions et des contraintes données, telle instance donnée est susceptible de rencontrer. Notons que la notion de *rencontre* praxéologique est volontairement faible : elle ne dit rien en elle-même d'une éventuelle *intégration*, de son degré et de sa durabilité, de l'entité praxéologique rencontrée à l'équipement praxéologique de l'instance considérée, intégration dont elle est, toutefois, la condition *sine qua non*.

d) La TAD permet de parler de didactique *d'un complexe praxéologique donné* (ou *supposé*), quel que soit ce complexe : celle-ci en étudie les conditions et contraintes spécifiques de diffusion auprès d'instances données. Par exemple, la didactique de l'algèbre au collège étudie en particulier (mais pas uniquement !) les conditions rendues possibles et les contraintes imposées à la diffusion de l'œuvre algébrique auprès d'élèves de collège par le fait que cette diffusion se réalise dans le cadre d'une « disciplines scolaire », et que celle-ci est « les mathématiques », avec ses professeurs attirés, ses horaires, etc.

e) Plus généralement, la didactique prend en compte un ensemble de niveaux de conditions et contraintes distribués sur l'échelle *des niveaux de codétermination didactique* représentée ci-dessous :



Alors que les « pédagogues » semblaient vouloir expliquer la diffusion (scolaire) des praxéologies par les conditions et contraintes du niveau de la *pédagogie* ou, au mieux, de l'*école*, alors que des sociologues ont, à partir des années 1960, souligné le rôle des conditions et contraintes du niveau de la *société*, les didacticiens ont souligné le rôle clé, à certains égards prédominant, joué par (la discipline de) l'*œuvre* étudiée. La TAD intègre tout cela dans une échelle dont l'usage approprié repose en dernière instance sur la reconnaissance des conditions et contraintes jouant un rôle spécifique dans la diffusion des praxéologies constitutives de l'œuvre ♥. Dans la diffusion de l'algèbre par l'école, par exemple, une contrainte de *civilisation*, consubstantielle à la « métaphysique occidentale » (Jacques Derrida), joue formidablement : la préférence pour les *mots*, la passion « rhétorique » et la

répulsion corrélative pour le style « syncopé » et « symbolique » des sciences modernes, style que le sujet de nos sociétés rencontre d'abord dans l'algèbre scolaire.

f) La position adoptée en TAD vise à se libérer de la servitude volontaire à laquelle risquent de se soumettre les « didactiques des disciplines » si elles s'asservissent à leur objet d'étude, à « leur » discipline. La TAD s'efforce au contraire d'accomplir la « rupture épistémologique » libératoire que j'appelais de mes vœux dès 1980. Notons aussi que, dans le cadre de la didactique, il est loisible de mener des *études comparées en didactique* sans pour autant se réclamer d'un champ propre, la « didactique comparée », dont le premier mérite pour ses artisans aura été, me semble-t-il, d'échapper aux tyrannies « disciplinaires ».

g) Ce qui est en particulier mis en question, de ce fait, c'est le syndrome de *maîtrise* d'un complexe praxéologique déterminé (par exemple d'une discipline scolaire) : le fait qu'une instance se prétende « maîtresse » d'un savoir est un fait à étudier, non un arrêt auquel se soumettre !

h) Quant à l'équipement praxéologique adéquat pour qui étudie la didactique de tel complexe praxéologique, ce n'est pas aux « maîtres » éventuels (parfois en rivalité entre eux) de ce complexe de le déterminer de l'extérieur : c'est aux didacticiens concernés de le construire.

3. Problématiques de la didactique

a) Étudier l'équipement praxéologique d'une instance donnée n'est pas une problématique première en didactique, mais une problématique dérivée. Ce qui est l'objectif premier de la didactique, c'est l'étude des conditions et contraintes sous lesquelles l'équipement praxéologique d'un type donné d'instances *a changé*, ou *est en train* de changer, ou *pourrait* changer, en intégrant telle ou telle entité praxéologique.

b) L'outil de telles études est *l'analyse didactique* : analyse du didactique qui a amené, ou impulse, ou pourrait susciter le changement praxéologique visé. L'analyse didactique suppose l'analyse de conditions et contraintes de tous niveaux, et en particulier *l'analyse praxéologique* de l'œuvre, c'est-à-dire de l'entité praxéologique dont on étudie ainsi la diffusion passée, présente ou à venir. Inversement, *l'analyse praxéologique appelle l'analyse didactique*. Élucider ce que telle instance « sait » – c'est-à-dire ce que contient son équipement praxéologique – à tel ou tel propos suppose en bien des cas une analyse *génétique* révélant *comment* elle a appris, et *de qui*, et suppose donc une analyse *didactique*.

c) Ce qui précède conduit à une conclusion inattendue : dans une perspective de critique citoyenne, quiconque se voit proposer d'« apprendre » telle entité praxéologique ♥ (en famille, à l'école, dans les médias, etc.), doit se demander ce qu'est ♥, c'est-à-dire effectuer une analyse praxéologique de ♥ ; or pour élucider ce que l'instance enseignante lui offre ainsi, à savoir ♥, il convient souvent de déterminer comment cette instance elle-même *a appris* cette entité praxéologique. L'analyse didactique, non moins que l'analyse praxéologique, est ainsi *un outil* « *citoyen* », auquel l'école doit former les générations montantes.

d) On note $\mathfrak{R}(K, C, \wp, U)$ le fait que, sous les contraintes K (supposées non modifiables à court terme), l'instance U rencontre l'entité praxéologique \wp lorsque sont satisfaites les conditions C . Du fait de l'inaccomplissement actuel de la rupture épistémologique déjà évoquée, nombre de travaux de didactique demeurent assujettis à une problématique que, pour cela, on appelle problématique *de base*. Dans cette problématique, \wp_0 et U_0 sont fixés et les contraintes K_0 sont validées (sinon imposées) par une institution « mandante » (dont le didacticien se fait quelquefois, hélas ! le mandataire), et il convient alors de chercher un ensemble C de conditions *réalisables* (étant donné K_0 et U_0) et tel que l'on ait $\mathfrak{R}(K_0, C, \wp_0, U_0)$. La question cardinale est ici : « Étant donné les contraintes K_0 pesant sur l'instance U_0 , sous quels ensembles de conditions C cette instance pourrait-elle rencontrer l'entité praxéologique \wp_0 ? » Telle est la problématique à la base de beaucoup de travaux d'*ingénierie didactique du développement* (IDD). J'ajoute que les ensembles de conditions C possibles se formulent aujourd'hui dans un langage étendu, celui des « technologies » actuelles de l'information et de la communication, sous la forme de l'*e-learning* (avec par exemple le *e-portfolio*).

e) On ose rarement s'aventurer dans la problématique *contraire* de la problématique de base, où l'on recherche les ensembles C de conditions réalisables tels que $\text{non-}\mathfrak{R}(K_0, C, \wp_0, U_0)$, c'est-à-dire tels que, sous les contraintes K_0 , l'instance U_0 *ne rencontre pas* l'entité praxéologique \wp_0 . Soulignons que la didactique est la science de la diffusion *et de la non-diffusion* des entités praxéologiques, de la rencontre *et de l'évitement* des praxéologies. On peut parler ici de problématique de base *positive* et de problématique de base *négative*. En particulier, on peut – et on doit – développer une didactique *négative* des mathématiques (et des sciences), qui montre comment les institutions organisent l'évitement de praxéologies mathématiques ou scientifiques, par exemple dans le cadre de l'éducation au développement durable : développer la didactique du développement durable suppose ainsi de développer en son sein une didactique *négative* des mathématiques et des sciences (notamment).

f) Une problématique complémentaire, dite duale de la problématique de base, est la problématique *possibiliste*, dans laquelle on cherche à identifier les entités praxéologiques \wp telles que $\mathfrak{R}(K_0, C_0, \wp, U_0)$, où K_0 , C_0 et U_0 sont fixés ; cette problématique s'exprime « en mots » de la façon suivante : « Étant donné un certain ensemble de conditions C_0 et un certain ensemble de contraintes K_0 auxquelles telle instance U_0 est soumise, quelles entités praxéologiques \wp est-il possible que cette instance U_0 rencontre ? » Cette question doit être complétée par celle-ci, qui définit la problématique *contraire*, qu'on peut appeler *impossibiliste* : « Étant donné un certain ensemble de conditions C_0 et un certain ensemble de contraintes K_0 auxquelles telle instance U_0 est soumise, quelles entités praxéologiques \wp est-il vraisemblable que cette instance U_0 ne rencontre pas ? » L'expression symbolique correspondante est ici : $\text{non-}\mathfrak{R}(K_0, C_0, \wp, U_0)$. L'identification des entités praxéologiques \wp telles que $\mathfrak{R}(K_0, C_0, \wp, U_0)$ et celles qui vérifient $\text{non-}\mathfrak{R}(K_0, C_0, \wp, U_0)$ permet d'identifier l'*offre praxéologique* adressée à U_0 sous les contraintes K_0 et dans les conditions C_0 .

g) Savoir ce qu'une instance *sait* et ce qu'elle *ignore* est évidemment crucial dans toute entreprise de diffusion praxéologique ; mais ce qui est plus important encore dans cette perspective, c'est *l'analyse des conditions et des contraintes* pour lesquelles cette instance sait ou ignore : de là le caractère fondamental des problématiques *possibiliste* et *impossibiliste*.

h) Les problématiques précédentes (de base, possibiliste, et leur contraire) ne suffisent pas à analyser le didactique. Encore faut-il étudier ce qui fait que l'on s'interroge à propos de telle entité praxéologique ou de tel complexe praxéologique. Deux problématiques, duales l'une de l'autre, doivent être rajoutées aux précédentes, problématiques qui semblent d'autant moins fréquentées par les didacticiens que ces derniers sont moins indépendants des institutions mandantes « maîtresses ». La première est la problématique *primordiale* que je formulerai ainsi :

Étant donné un projet d'activité Π_0 dans lequel telle institution ou telle personne U_0 envisage de s'engager, quel est, pour cette institution ou cette personne, l'équipement praxéologique $\{ \wp \}$ qui peut être jugé indispensable ou simplement utile dans la conception et l'accomplissement du projet Π_0 ?

On note $\mathfrak{S}(\wp, \Pi_0, U_0)$ le fait que \wp soit utile ou indispensable à U_0 pour concevoir et accomplir Π_0 . La problématique duale de la problématique primordiale est dite *interventionniste* : elle conduit à identifier les projets Π tels que $\mathfrak{S}(\wp_0, \Pi, U_0)$. Dans le premier cas, pour une instance U_0 – personne ou institution – qui souhaite s'engager dans la conception et la réalisation

d'un projet Π_0 , on se demande quelles sont les praxéologies \wp utiles ou indispensables (\mathfrak{S}). Dans le second cas, on se demande à *quels projets* Π concernant telle instance U_0 , la praxéologie \wp_0 apparaît utile, voire indispensable. Il est clair que ces problématiques sont essentielles dans *l'ingénierie de la formation* notamment.

i) Ces problématiques sont liées à une transformation clé du didactique de notre temps : le passage, encore balbutiant, du paradigme (scolaire) *de la visite des œuvres* (PVO) au paradigme *du questionnement du monde* (PQM). Dans le PVO, on visite une œuvre O en n'ayant à lui poser que des questions Q_i convenues et immotivées ; dans le PQM, on s'attache à étudier une question Q (dont l'étude peut fort bien participer de l'étude d'une œuvre O). C'est là que s'introduit le schéma herbartien qui met en scène d'abord un système didactique $S(X; Y; Q)$, où X et chacun de ses membres est l'instance U_0 évoquée dans ce qui précède, où Y est le porteur de conditions C_0 et où Q est l'œuvre à étudier en vue de produire une réponse notée R^\vee , ce qu'on note ainsi :

$$[S(X; Y; Q) \Rightarrow M] \Rightarrow R^\vee, \text{ avec } M = \{ R_1^\diamond, R_2^\diamond, \dots, R_n^\diamond, O_{n+1}, \dots, O_m \}.$$

M est le « milieu pour l'étude », celui qui offrira prise à la dialectique *des médias et des milieux* : il est construit par $S(X; Y; Q)$ et contient d'une part des réponses R^\diamond trouvées « dans la littérature » (ou « dans la culture »), d'autre part d'autres œuvres O , censées être utiles ou indispensables dans l'étude de Q . C'est par de telles études que l'on peut déterminer les entités praxéologiques primordiales $\wp = R^\diamond$ ou O et dégager des ensembles de conditions C permettant la rencontre avec elles. Là encore, on voit que la problématique du didacticien devient problématique didactique *pour le système didactique* $S(X; Y; Q)$ et donc *pour chacun ; pour le citoyen*.

4. Une remarque à propos de l'IDD

a) Le sigle IDD, qui figure dans le titre de ce séminaire – le « Séminaire TAD/IDD » – désigne *l'ingénierie didactique du développement*. J'ai évoqué dans ce qui précède *l'ingénierie de la formation*. J'ajoute ici quelques remarques à ce propos.

b) Par précaution, un mot d'abord sur le *mot* même d'ingénierie : il s'écrit bien *ingénierie*, et non *ingéniérie* (avec un accent aigu sur le deuxième e) ; il se prononce bien [ɛʒeniri] et non [ɛʒenieri] ; et il a été officialisé en français par l'arrêté du 12 janvier 1973 publié au *Journal officiel de la République française* du 18 janvier 1973, p. 743 (que l'on trouvera à l'adresse http://www.legifrance.gouv.fr/jopdf/common/jo_pdf.jsp?numJO=0&dateJO

[=19730118&pageDebut=00741&pageFin=&pageCourante=00743](#)), où il a reçu la définition suivante :

Ingénierie (n. f.)

Activité spécifique de définition, de conception et d'étude de projet d'ouvrage ou d'opération, de coordination, d'assistance et de contrôle pour la réalisation et la gestion de ceux-ci.

Profession de ceux qui exercent à titre exclusif ou principal tout ou partie de ce type d'activité (en anglais : *engineering*).

b) Cela noté, passons à la *chose*. Dans un texte intitulé « L'ingénierie didactique professionnelle », publié aux pages 465-480 du *Traité des sciences et techniques de la formation* dirigé par Pierre Pastré et Pierre Caspar, dont la 2^e édition a paru chez Dunod en 2004, Pierre Pastré écrit :

La formation continue a derrière elle une tradition d'ingénierie de la formation qui est pratiquement aussi longue que sa propre histoire. Analyser une demande, analyser des besoins, construire un dispositif de formation, procéder à son évaluation : autant d'activités d'ingénierie qui sont un peu les lettres de noblesse de la formation professionnelle continue. Car si celle-ci s'est constituée historiquement comme un champ de pratiques, il s'agit de pratiques analysées et raisonnées, qu'elle a elle-même inventées et codifiées. Mais l'institution de cette ingénierie de formation, qui est peut-être l'invention spécifique de la formation professionnelle continue dans ses trente ans d'existence instituée, a laissé sur le bord de la route un autre projet, tout aussi important, mais sans doute moins urgent : la constitution d'une ingénierie didactique professionnelle, dont l'objectif est d'utiliser l'analyse du travail pour construire des contenus et des méthodes, visant à la formation des compétences professionnelles. Ainsi jusque vers les années quatre-vingt, on a renvoyé à plus tard le soin de repenser l'acte didactique, s'adressant à des adultes au travail, en référence au développement des compétences et de l'expérience professionnelle. On peut penser – c'est le cas de l'auteur de ce chapitre – que cette question de l'ingénierie didactique professionnelle est devenue l'urgence d'aujourd'hui. (p. 465)

Cet auteur avance alors la proposition terminologique suivante :

On propose d'appeler ingénierie de formation tout ce qui relève de la construction de dispositifs de formation, avec la nécessité d'articuler des objectifs, des méthodes et des contenus ; et ingénierie didactique professionnelle tout ce qui relève de la production de ressources éducatives, utilisant ou non des nouvelles technologies, mais s'appuyant sur des

situations de travail qui servent de supports à la formation et au développement des compétences professionnelles. (pp. 465-466)

Il ajoute ensuite :

Comme l'ingénierie de la formation, l'ingénierie didactique professionnelle se donne comme objectif de dépasser le stade d'une simple accumulation de pratiques sans principes, pour chercher à fonder rationnellement les pratiques qu'elle entend développer. Elle s'appuie sur des références théoriques, qu'on peut situer à l'interface, et dans le prolongement historique, de l'ergonomie cognitive d'un côté, de la didactique des disciplines scientifiques de l'autre. (p. 466)

On va voir qu'il n'est pas difficile d'articuler, pour l'essentiel, le point de vue de l'auteur cité avec celui cristallisé dans le sigle IDD.

c) Ce qu'on a appelé ci-dessus l'*analyse praxéologique* est indispensable pour approfondir l'analyse didactique mais est aussi un outil fondamental pour ce qu'on nomme traditionnellement l'*ingénierie didactique* (ID). Classiquement, les travaux d'ID se réfèrent à des formations prenant place dans le cadre de l'école élémentaire, du collège ou du lycée général ou professionnel. En ces cas, à tort ou à raison, les auteurs de travaux d'ID ont souvent considéré que (a) l'enjeu didactique ♥ leur était *imposé* (par le programme, la tradition, etc.) ; (b) les conditions du niveau de la *pédagogie*, de l'*école* et à plus forte raison de la *société* étaient également imposées, c'est-à-dire qu'elles étaient des *contraintes*, c'est-à-dire des conditions qu'il n'était pas possible – pour eux ou leurs « clients » – de modifier. En conséquence, ils se sont concentrés sur les « gestes didactiques » optimaux que pouvaient accomplir X et Y au sein du système didactique $S(X; Y; ♥)$: un *scénario d'ingénierie didactique* décrivait donc ce qu'on nomme une *organisation de l'étude* ou *organisation didactique* relativement à l'enjeu fixé et sous les contraintes imposées. On peut parler à cet égard d'*ingénierie didactique au sens restreint*.

d) Dans le cadre d'une formation en grande partie à *créer*, comme il en est allé depuis plusieurs décennies en matière de *formation continue*, et comme il en va encore souvent (par exemple, mais sans exclusive, à l'université), « l'ingénieur didacticien » doit non seulement décider de ce que seront les enjeux didactiques ♥ de la formation à « designer », mais il doit encore déterminer nombre de conditions non fixées et en quelque sorte « libres » (en apparence) aux niveaux de la pédagogie et de l'école, voire de la société. Du point de vue qui est le nôtre ici, on obtient ainsi l'*ingénierie didactique au sens plein* (ou *au sens fort*), et encore *ingénierie didactique du développement*,

qui inclut la notion d'*ingénierie didactique professionnelle* telle que la souhaite Pierre Pastré.

e) Le paradoxe est que, si l'on suit Pastré, les « spécialistes » aux prises avec les problèmes du design de formations en matière de formation professionnelle continue ont jusqu'ici beaucoup négligé le niveau de la *discipline*, de l'*œuvre* à laquelle doivent se former les *x*, en s'enivrant quelquefois de modifications « scolaires », « pédagogiques », voire « sociétales » diverses, sans toucher à ce qui est au cœur de l'affaire : les « gestes didactiques » *au sens strict* (c'est-à-dire spécifiques de l'enjeu didactique) de la part de *x*, de la part de *y*. Or, en mathématiques (pour ne prendre qu'un exemple simple), on n'apprend pas à résoudre *une* équation du premier degré à *une* inconnue comme on apprend à résoudre un système de *deux* équations à *deux* inconnues. Un scénario d'ingénierie de formation en ce sens peut parfois faire songer à une superbe voiture, formidablement novatrice, mais dont on découvrirait, le premier éblouissement passé, qu'elle n'a pas de... moteur, et qu'il faut donc la pousser à la main. C'est pour cela que, si la notion d'ingénierie du développement inclut la notion d'ingénierie de formation, il est bon de rappeler la dimension didactique de cette ingénierie en parlant d'ingénierie *didactique* du développement, dont un cas particulier est, comme on l'a déjà noté, ce que Pastré nomme à juste titre ingénierie didactique *professionnelle*.

LE PARADIGME DU QUESTIONNEMENT DU MONDE

1. Pédagogie de l'enquête

a) Le paradigme du questionnement du monde (PQM) n'est sans doute pas absent de l'école aujourd'hui. Ainsi est-il présent, *en principe*, à travers les IDD au collège et les TPE au lycée. Il semble qu'il devrait être présent aussi dans ce que les textes officiels régissant le collège nomment « démarche d'investigation », question sur laquelle nous reviendrons une autre fois. Dans ce qui suit, je voudrais à nouveau m'arrêter sur la question de la création d'une *pédagogie de l'enquête*.

b) Marianna Bosch, qui dirige la thèse d'une collègue, Alicia Ruiz, m'a interrogé à l'improviste sur la *formation des professeurs* à une pédagogie de l'enquête. Que doit-on apprendre pour conduire un groupe d'élèves ou d'étudiants au long d'une enquête ? La réponse est, à l'évidence, encore *in statu nascendi*. Cependant, me référant au travail que Caroline Ladage, Christophe Bergèse et moi-même, aidés par Jean-Baptiste Lignon, faisons au collège Vieux Port, je lui ai répondu ce que vous lirez maintenant (que j'adapte de l'espagnol) :

Il faut construire une nouvelle discipline « professorale » qui est celle du « professeur comme directeur d'étude » (PDE), par contraste avec la discipline du « professeur qui professe », qui professe « la vérité » (PP).

Le PDE doit en particulier apprendre à résister à certains gestes typiques du PP, qu'il faut remplacer par des gestes neufs. Voici quelques-uns de ces gestes auxquels le PDE doit ainsi renoncer :

– le PDE ne doit pas répondre aux questions – même « stupides » – des élèves comme s'il était un distributeur de connaissances (*Insert coin*) ;

– il ne doit pas vouloir que la réponse finale du groupe à la question Q étudiée, c'est-à-dire la réponse R^* , soit la réponse qu'il donnerait, lui, à cette question (la référence est ici au concept de *laïcité* et d'enseignement laïque : ce que le professeur aime ou n'aime pas, ce qu'il sait et ce qu'il ignore, ce qu'il ferait ou non dans telle circonstance, tout cela doit rester hors de l'échange avec les élèves, non parce que ce serait « secret », mais parce que ce n'est pas pertinent – ce qu'illustre bien une anecdote « fameuse » concernant le violoncelliste Pau Casals) ;

– le PDE ne doit pas valider la réponse élaborée par le groupe comme s'il était le possesseur de la vérité, il ne doit pas apparaître comme le « valideur » final de ce qui a été élaboré, alors même qu'il doit aider les élèves à rechercher des moyens de validation variés, « internes » et « externes » ;

– le PDE ne propose pas une solution aux problèmes spécifiquement liés à l'étude de la question Q [même si, en tant que dirigeant l'étude, il peut imposer une décision pour dépasser une difficulté dans le développement de l'enquête] ;

– le PDE n'a pas à « en savoir plus » (ou moins !) que les élèves sur les questions que le groupe rencontre [il ne se distingue pas des élèves par la rétrocognition mais par la procognition : il n'en sait pas forcément plus que les élèves (rétrocognition) mais, sauf exception, il peut en savoir plus et plus vite qu'eux (procognition) ;

– lorsque surgit une question à propos de laquelle le PDE pense « s'y connaître », il ne doit pas pour cela « faire cours » sur cette question, et cela parce que, peut-être, la question se révélera bientôt ne pas jouer de rôle significatif dans le parcours d'étude et de recherche qu'engendre l'enquête, ou parce que, si cette question devait y jouer un rôle effectif, ce ne serait peut-être pas la meilleure manière de l'aborder, etc.

Ce qui précède ne signifie pas que le PDE doive se refuser à

– apporter des informations qui puissent aider le développement de l'étude, pourvu que ces apports, au lieu d'être regardés *a priori* comme meilleurs ou

plus valides que les autres, soient soumis aux mêmes processus de validation (dialectique des milieux et des médias) ;

– prendre des décisions concernant le chemin à suivre ou à éviter, en particulier quand il pense que des difficultés peuvent surgir qu’il croit savoir évaluer (« Cette œuvre est d’un abord facile, cette autre est très difficile, etc. ») ou quand le temps manque, ou encore quand le groupe est abattu (du fait de tentatives successives infructueuses), etc.

Le PDE doit encore dépasser le fantasme de la « maîtrise » des savoirs ; de fait, il est impropre de dire, même de la personne la plus experte, qu’elle « maîtrise » telle ou telle connaissance. Au reste, quand on interroge un « spécialiste » sur telle difficulté, celui-ci ne dispose presque jamais à l’avance (rétrocognition) d’une réponse sûre ; ce qu’il peut faire plus aisément qu’un autre, en revanche, c’est se mettre à enquêter par lui-même pour construire une telle réponse (procognition).

c) Voilà donc ce qui me semble aujourd’hui constituer un équipement didactique minimal du PDE. Je reviens un peu plus loin sur le problème de la « formation des PDE », à propos duquel Marianna et Alicia s’interrogent et nous interrogent ; mais je voudrais maintenant évoquer certaines contraintes actuelles de la construction de cette pédagogie de l’enquête dont les contours viennent ainsi d’être esquissés.

2. Des recherches à poursuivre

a) Ce que j’ai avancé dans ce qui précède est issu, je l’ai dit, du travail que nous faisons depuis trois ans au collège Vieux Port. J’ai dit que je ne parlerais pas de ce que le ministère nomme « démarche d’investigation ». Je le ferai pourtant, implicitement, à propos d’un point. Le travail conduit au collège Vieux Port n’a pas pour objet d’élaborer un nouveau « dispositif pédagogique » mais bien d’être *un terrain de recherche* (parmi d’autres) pour l’étude des conditions d’émergence du PQM. À cet égard, la première exigence, la première réussite, c’est que le terrain puisse exister durablement, même s’il ne satisfait pas tous les fantasmes « pédagogiques » de certains : faute de comprendre cela, on se condamne à attendre en vain – à l’instar du lieutenant Drogo du *Désert des Tartares* (*Il deserto dei Tartari*, 1940) de Dino Buzzati – un événement mythique dont on ne comprendra peut être jamais qu’il en cache un autre.

b) Mais je voudrais parler maintenant d’un autre terrain, dont je vous ai parlé dans le séminaire de l’an dernier, fruit là encore d’un travail d’équipe et que j’ai présenté l’an dernier dans les termes suivants :

La formation à et par l'enquête est mise en œuvre partiellement – en vue de la validation – dans l'UE « Éducation au développement durable » (dont le nom de code est SCEF53) de la licence de sciences de l'éducation de l'université de Provence. Les étudiants sont jugés sur deux enquêtes qu'ils ont à réaliser. La première porte sur une question que l'étudiant doit d'abord proposer à la validation de la responsable de l'UE, Caroline Ladage, avant de lancer son enquête. Le produit de ce travail est un *compte rendu d'enquête* d'au plus 2500 mots comportant quatre sections : la première présente la *question* étudiée et ce qui la rattache au thème du développement durable ; la deuxième décrit le *parcours d'étude et de recherche* suivi en indiquant de façon concise mais précise les réponses « toutes faites » éventuellement rencontrées – les réponses *R*^o du schéma herbartien – et les outils mobilisés ; la troisième énonce la *réponse* à laquelle l'enquête a permis d'arriver ; la quatrième propose une brève *discussion* de cette réponse et des outils utilisés pour l'élaborer. Ces quatre sections sont notées respectivement sur 3, 6, 7 et 4 points. Le même travail est répété à propos de cinq questions rendues publiques par la responsable de l'UE trois semaines avant un examen écrit de deux heures où l'étudiant devra « traiter », selon le format déjà précisé, et tous les documents étant autorisés, une question choisie par lui ou elle parmi trois questions extraites au hasard par la responsable de l'UE de la liste des cinq.

Je m'arrêterai ici sur les propositions de questions adressées par les étudiants de cette année (2010-2011) à la responsable de l'UE. Bien entendu, on a là un dispositif particulier (et unique) : dans la pédagogie de l'enquête, le *choix des questions d'enquête* n'a pas nécessairement pour point de départ des propositions des élèves ou des étudiants concernés. (Dans tous les cas évoqués ici, notons-le, c'est au PDE qu'il revient d'arrêter en dernière instance les questions qui seront effectivement étudiées.)

c) Dans les courriels écrits par les étudiants à la responsable de l'UE pour proposer leur question, je veux noter d'abord, sans m'y arrêter, des traits que, à mon sens, on se hâte trop de situer hors du cadre d'étude, comme s'ils étaient contingents par rapport à la question des conditions d'émergence du PQM. Je veux parler des formules de politesse et, surtout, de l'orthographe. Les traits observés à cet égard montrent ce que je nommerai une *socialisation inachevée*, que trahissent aussi, je le note en passant, le choix, chez certains étudiants, de l'identifiant de l'adresse électronique (exemple fictif : lemeilleur13@hotmail.fr) ou du contenu du message que l'on entend sur leur téléphone mobile (avec parfois tutoiement, formules de politesse conviviales du type « Grosses bises », etc.), autant de signes de l'enfermement encore maintenu dans le petit monde des potes, des copains, des « jeunes », hors du grand monde des « adultes », dont ces « jeunes » semblent ignorer qu'ils ne sont jamais que d'anciens jeunes et dessinent

jusqu'à la caricature leur propre avenir. Bien que les adultes composant le monde académique se montrent quelquefois fort éloignés des règles de l'orthographe (ancienne ou moderne), on trouve dans les messages des étudiants des pics dysorthographiques notables, dont un exemple « ordinaire » est celui-ci : « après avoir pris connaissance du forum des questions et de vos réponse je voudrai préciser ma question ». Je citerai encore ce passage : « Je me suis finalement décidée pour une problématique. J'aimerais traiter un sujet sur la couche d'ozone et les gazes a effets de serre. » Cette dernière citation a l'avantage de nous rappeler de vieilles connaissances : « problématique », « traiter un sujet », tout un vocabulaire typique de ce que j'ai appelé l'*essayisme dissertational*, qui apparaît ici, sans véritable surprise, comme le coucou occupant par avance le nid du PQM. Bien que le vocabulaire introduit par l'enseignement donné par Caroline Ladage et moi-même évite soigneusement toute contamination, ces étudiantes se montrent impitoyables sur un point : *problématique*. On leur demande une proposer une *question d'enquête* ; elles répondent *problématique* ! Ce mot réflexe surgit dès l'en-tête des messages, comme le montre le tableau suivant (exhaustif au 16 février 2011), qui laisse aussi entrapercevoir un rapport détendu à la norme orthographique :

Subject: proposition d'enquête
Subject: SCEF53 problématique
Subject: Problématique
Subject: Problématique
Subject: Question d'enquête
Subject: Question SCEF53 concernant le dossier
Subject: question d'enquête
Subject: EDD
Subject: Question d'enquête en EDD
Subject: proposition d'enquete
Ø
Subject: EDD
Subject: Question Biocarburants
Subject: enquête dvpt durable
Subject: autre choix, problématique...
Subject: Re: Question SCEF53 concernant le dossier
Subject: Problématique
Ø
Subject: Bonsoir, j'aimerais vous proposer...
Ø
Subject: Question EDD
Subject: RE: proposition d'enquete
Objet : RE: SCEF53 problématique

Subject: RE: proposition d'enquete
Subject: RE: autre choix, problématique...
Ø
Subject: RE: Question d'enquête
Subject: la question d'enquête
Subject: EDD
Subject: Enquête EDD
Ø
Subject: RE: proposition d'enquete
Subject: Question EDD
Subject: Problématique
Subject: question d'enquête en EDD
Subject: Question d'enquete

Quand on passe aux corps des messages, on voit « problématique » régner quasiment en maître et n'épargner que de très rares rédacteurs, comme le montre ce choix de citations (où l'on retrouvera un même dilettantisme orthographique) :

Je vous ai déjà soumis une première problématique
Je vais étudier la problématique que vous aviez retenu
Peut-être est-ce nécessaire que je recentre plus ma problématique
J'ai pensé à cette problématique pour mon enquête
Doit-on essentiellement répondre à notre problématique ou peut-on y indiquer des points plus généralistes
Voici deux problématiques auxquelles j'ai songé comme sujet d'enquête
J'espère être sur la bonne voie par rapport à la problématique présentée
Si oui alors ma problematique sera
J'ai pris ma décision et je travaillerais sur cette problématique
Ma problématique est la suivante
j'ai pris note de vos conseils et j'ai ainsi reformulé ma problématique
En étudiant mon « plan » de la problématique suivante
Je vous remercie pour votre réponse et en suivant vos conseils j'ai reformulé une nouvelle problématique
Voici ma problématique concernant l'enquête
Je me suis finalement décidée pour une problématique. J'aimerais traiter un sujet sur...
je me permet de m'inspirer fortement de la tournure de la problématique que vous m'avez suggéré

Pour faire écho à la dernière citation, je souligne que ce qui avait été suggéré, bien entendu, était une *question*.

d) On aura noté, dans l'une des citations, la référence à un « plan » : dans l'habitus dissertatif, le « traitement du sujet », la « problématique » appellent un « plan ». Le message correspondant recevra une réponse précisant que le plan d'un compte rendu d'enquête avait été indiqué « dans le cours » et qu'il peut être présenté ainsi :

- I. La question étudiée
- II. Mon parcours d'étude et de recherche
- III. Ma réponse à la question étudiée
- IV. Discussion

Notons, au passage, la petite rouerie qu'il y a à utiliser le possessif *singulier* (*mon* parcours, *ma* réponse), qui flatte le narcissisme, en lieu et place du *pluriel de modestie* (*notre* parcours, *notre* réponse) ; mais l'initiation à la culture et la déconstruction corrélatrice du *built-in individualism* se doivent d'être progressives !

e) Au-delà de la question du « plan », ce qu'on peut attendre, plus généralement, c'est le retour de la pulsion dissertative dans les travaux qui seront remis d'ici quelques semaines. Divers signes le laissent présager même si, bien entendu, tout l'effort des enseignants vise à obtenir de ces étudiants qu'ils fassent *vraiment* une enquête et rédige un compte rendu d'enquête structuré ainsi que je l'ai rappelé. Le réflexe rétroactif, le mode rétroactif, on le sait, conduisent, face à une question, à chercher ce que l'on aurait « en stock » – dans sa tête d'abord, dans ses documents ensuite – qui permettrait de « traiter le sujet ». Lors des échanges qui doivent aboutir à décider de la question d'enquête, cela peut se traduire par la proposition de questions dont on peut *imaginer* qu'elles ont été déterminées en grande partie par un examen *préalable* du « stock » cru disponible par leur auteure. Voici de cela un exemple peut-être typique, reproduit sans altération aucune :

Je désire traiter mon sujet sur l'île de Paques et de Nauru. Le sujet est-il trop restreint?

Ma problématique est la suivante: La sensibilisation des citoyens à la bonne gestion des ressources naturelles est-elle la base nécessaire pour une planète durable?: l'île de Nauru et de Pâques, ou anti-modèles de développement.

La « négociation » de la question d'enquête peut être autrement révélatrice : à partir de sa proposition, une suggestion est faite à l'étudiante qui la reprend en la modifiant, ou s'en écarte carrément, parfois en changeant de « sujet ». Voici de cela un cas tout à la fois frappant et relativement subtil. Une étudiante propose la question suivante : « En quoi la consommation de

produits locaux et de saison s'inscrit-elle dans le développement durable ? » Cette question est évidemment jugée trop générale et la suggestion suivante lui est alors faite : « Lorsqu'il achète un produit manufacturé, le consommateur dit responsable en matière de développement durable est censé choisir ce produit selon certains critères. Quels sont les principaux critères généralement avancés en la matière et comment sont-ils justifiés ? » L'énoncé est suggéré ; il a été voulu assez « développé » pour que l'étudiante trouve avantage à le réduire un peu (du point de vue de sa formulation). Or voici le message qu'elle envoie alors :

Je vous remercie pour votre réponse ; en suivant vos conseils j'ai reformulé une nouvelle problématique qui est : « Quels sont les critères pour faire des achats éco-responsables ? » ; ou, plus simplement : « Qu'est-ce qu'être éco-responsable ? » Cela convient-il ?

On aura noté la propension à revenir à des formulations à la fois simples et très larges – telle la question « Qu'est-ce qu'être éco-responsable ? », qui sera, bien sûr, rejetée. Mais surtout, il faut souligner que la suggestion que l'étudiante reprend, elle l'ampute sans négociation d'une part essentielle, celle relative à la *justification* des critères. Tout se passe ici, selon les lois de l'habitus rétrocognitif, comme si elle ne voyait pas, *hic et nunc*, soit avant toute enquête, ce que pourraient bien être ces « justifications » ! Finalement, la question suivante lui sera renvoyée : « Quels sont les critères pour faire des achats éco-responsables ? Comment sont-ils justifiés ? »

f) On voit que le terrain clinique précédent, grâce à son écologie particulière (fort différente de celle de l'atelier « Enquêtes sur Internet » du collège Vieux Port), permet aux chercheurs d'observer et d'analyser des aspects sans doute fondamentaux de l'habitus de l'essayisme-dissertationnel. Du point de vue de la recherche sur la pédagogie de l'enquête, il convient ainsi de multiplier les types de terrains d'observation et d'expérimentation, en particulier parce qu'on peut raisonnablement penser que certaines des conditions peut-être *sine qua non* de l'émergence du PQM nous échappent encore très largement.

3. Former des professeurs ?

a) Marianna et Alicia se posent un ensemble de questions quant à la formation à proposer aux professeurs pour qu'ils assument la direction d'étude (en mathématiques), en conformité avec le tableau que nous pouvons tracer aujourd'hui de la pédagogie de l'enquête (ou des PER). Leur question principale est la suivante :

Une bonne stratégie de formation peut-elle consister à comparer ou à opposer la direction d'un PER que les étudiants à former viennent de vivre avec ce que serait le style de direction propre à un professeur-qui-professe ?

Elles explicitent ensuite cette stratégie à travers un petit nombre de questions auxquelles lesdits étudiants auraient à apporter une réponse :

Comment l'étude a-t-elle été dirigée ? Quelles décisions ont été prises ? Quels gestes et quels dispositifs ont été mis en œuvre ?

Quels gestes et quels dispositifs (très usuels dans l'enseignement traditionnel) *n'ont pas* été utilisés ? Quels faits attendiez-vous qui ne se sont pas produits ? Quels faits vous ont surpris ?

Qu'ont permis les stratégies mises en œuvre qui ne l'aurait pas été par les stratégies usuelles ? Pourquoi ?

Quelles autres possibilités, c'est-à-dire quels autres gestes et quels autres dispositifs, pourrait-on envisager ?

Elles ajoutent encore ceci :

Quand le PER que vivent d'abord les professeurs en tant qu'élèves est un PER praxéologiquement finalisé, nous proposons de commencer l'analyse en examinant en premier lieu le « parcours mathématique » vécu, pour le décrire sous forme de questions et de réponses apportées (en incluant des questions non apparues mais qui auraient pu apparaître). Ayant ainsi examiné le « squelette » de l'entité praxéologique construite durant le PER (analyse praxéologique de l'œuvre), on passe ensuite à l'analyse des conditions et contraintes ayant permis la réalisation de la construction obtenue (analyse didactique-écologique).

b) La technique de formation évoquée me paraît pertinente. Mais on ne doit pas, cependant, se cacher les ambiguïtés de sa mise en œuvre. L'une des difficultés principales me semble liée, au fond assez classiquement, aux pièges de l'*ostension*. Vous avez vu ? Mais qu'avez-vous vu ? Avez-vous bien vu ce que nous entendions vous montrer ? J'imagine que certains pourront traverser tout un PER en n'y voyant que des choix professoraux un peu surprenants, un peu inhabituels, mais sans doute explicables, pour eux, non par un changement de paradigme, mais « par le professeur », ou par une nouvelle « pédagogie », ce mot désignant ici le décorum proche de l'activité de l'élève. Le risque est sans doute *plus grand encore* lorsque le PER est praxéologiquement finalisé : « Ah c'était donc ça que vous vouliez nous apprendre ! », diront certains, pour qui la reconnaissance du point d'arrivée du parcours annulera le parcours lui-même comme l'essence efface

l'accident. Je gage aussi qu'un certain nombre d'étudiants pourront trouver agréable ce qu'ils auront vécu tout simplement parce qu'ils y auront vu un desserrement des règles pédagogiques usuelles, mais sans saisir le changement imprimé dans l'organisation de l'étude et, corrélativement, dans le rapport institutionnel à la connaissance et à l'ignorance.

c) Face à cela, l'analyse didactique – qui est l'analyse praxéologique du didactique, de son économie et de son écologie – doit sans doute se déployer plus pleinement en mettant en évidence non seulement le *bloc pratico-technique* – qu'a-t-il été fait, par qui, comment ? –, qui reste le socle de l'analyse, mais encore le *bloc technologico-théorique*, qui interroge la *praxis* et permet de distinguer ce que l'ostension nous porte à confondre. Pourquoi faire ainsi et non pas autrement, et non pas d'ailleurs selon les anciens us ? Quels « traits » théoriques impulsent plus ou moins secrètement – à l'insu même des sujets – ces technologies ? *Telles sont les questions sur lesquelles il ne faut pas céder*, au contraire de ce que semble faire une certaine « analyse des pratiques » dont on pourrait dire qu'elle s'attarde sur la *praxis* comme pour occulter le *logos* – question sur laquelle je n'irai pas plus avant aujourd'hui.

d) Avant d'aller vers d'autres questions, je voudrais souligner un point crucial. Comme le soulignent implicitement Marianna et Alicia, le travail collectif sur l'avènement du PQM ne peut ignorer les besoins de formation des professeurs de demain en la matière qui leur permettront de quitter leur habit de PP pour devenir des PDE... Il s'agit là, je crois, d'une ardente obligation de notre temps. De cela, je le signale en passant, nous nous efforcerons de rendre raison lors de la prochaine école d'été de didactique des mathématiques – la 16^e, qui se tiendra à Carcassonne du 19 au 25 août 2011.

NÉGATIVITÉS DIDACTIQUES ET OFFRE PRAXÉOLOGIQUE

1. Rencontres et évitements : un exemple

a) J'ai évoqué plus haut la relation quaternaire $\mathfrak{R}(K, C, \wp, U)$. J'ai évoqué la relation contraire, que j'ai notée $\text{non-}\mathfrak{R}(K, C, \wp, U)$: la première désigne une *rencontre*, la seconde une *non-rencontre*, un *évitement*. La didactique *négative* d'une entité praxéologique \wp étudie les conditions C et contraintes K sous lesquelles une instance U *ne rencontrera pas* l'entité \wp . J'illustrerai cela d'un exemple.

b) Je m'arrêterai en effet maintenant sur l'exposé proposé par les auteurs d'un volume de la collection « Les Petites Pommes du Savoir » intitulé *La*

musique est-elle une science ? (Le Pommier, 2005), Alain Schuhl, physicien (université Henri Poincaré, Nancy), et Jean-Luc Schwartz, également physicien, spécialiste de la parole (université Stendhal, Grenoble). Le travail que j'effectuerai est certes très modeste : il revient à tenter de repérer, dans une petite partie de l'exposé des deux physiciens les rencontres et les évitements praxéologiques. Voici le premier passage choisi :

Les notes de musique sont des sons très particuliers pour lesquels la fluctuation de pression [au voisinage de l'oreille] se reproduit à intervalle régulier, comme le balancier de l'horloge. Cet intervalle de temps qui définit la régularité de la fluctuation s'appelle la **période**. Le son émis par le diapason oscille 440 fois par seconde, c'est-à-dire avec une période de 2,27 millièmes de seconde. La **fréquence** mesure le taux de répétitions par seconde. Elle s'exprime en hertz. Pour le *la* du diapason, la fréquence est de 440 hertz, aussi notée 440 Hz. La fréquence est d'autant plus grande que la période est petite. En musique, la fréquence du son est directement reliée à la hauteur de la note. Un son aigu correspond à une valeur élevée de la fréquence aussi appelée « haute fréquence » ; à l'inverse, une basse fréquence de modulation produit un son grave. (p. 10)

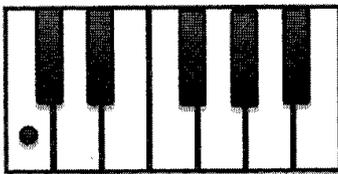
Quiconque a reçu une modeste éducation scientifique – soit, *en principe*, tout ancien élève de lycée – verra là, immédiatement, fourmiller les absents : la période T , exprimée en secondes par cycle, la fréquence f , exprimée en cycles par seconde, les deux étant liées par la formule $f = \frac{1}{T}$ et la formule inverse $T = \frac{1}{f}$. On aura noté, certes, que le mot « cycle » n'est pas employé, les auteurs ayant préféré employer « répétition » ou, implicitement, « oscillation ». L'exemple numérique donné est celui-ci : si $f = 440 \text{ Hz} = 440 \text{ cycles/s}$, alors $T = \frac{1}{440} \text{ s/cycle}$. Une calculatrice donne : $\frac{1}{440} = 0,0022727272... \approx 0,00227$. On a donc : $T = \frac{1}{440} \text{ s/cycle} \approx 0,00227 \text{ s/cycle} = 2,27 \text{ ms/cycle}$. On notera encore que les auteurs ne parlent pas de millisecondes (ms), mais de millièmes de seconde. Il est clair que l'idée directrice est de rapprocher l'exposé des auteurs du parler quotidien, en évitant les mots du physicien comme les calculs du mathématicien. Ce qui me paraît manquer le plus, en tout cela, c'est évidemment la praxéologie qui permet d'établir qu'un son qui « oscille 440 fois par seconde » possède une « une période de 2,27 millièmes de seconde » : pour le lecteur profane, il s'agit là d'un fait « primitif », sur la vérité duquel il doit faire confiance aux auteurs.

c) Ce qui précède est en vérité un fragment d'*analyse praxéologique*. Celle-ci suggère que, du point de vue technologique, les auteurs ne refusent pas tant

les *mots* que les *écritures symboliques* (notations, formules), propension culturelle bien connue et apparemment indiscutée. Dire que « la fréquence est d'autant plus grande que la période est petite » semble accepté ; écrire qu'on a $f = \frac{1}{T}$ et (donc) dire que f « est inversement proportionnelle » à T par exemple, sont ici évités. Le second énoncé (f est inversement proportionnelle à T) eût été reçu dans son sens exact par le grand public cultivé il y a un siècle ; il semble qu'il ne le soit plus guère aujourd'hui (les auteurs savent qu'il ne dirait rien de plus aux oreilles du « profane » que l'énoncé qu'ils ont retenu : f diminue quand T augmente, et inversement). Mais voici maintenant un second passage, qui exigera un peu plus de souffle de la part du lecteur. Pour son intelligence de qui ignore tout de l'affaire, j'ai inséré un petit schéma – un bout de clavier de piano – sur lequel « faire » la petite arithmétique proposée par les auteurs (en interprétant correctement les touches blanches et noires) :

Une mélodie est une suite de notes. Les musiciens appellent **intervalle** l'écart qui sépare deux notes. Il est directement relié à la distance entre deux notes sur le clavier du piano. Une mélodie est donc une simple suite d'intervalles.

L'intervalle d'octave relie par exemple un *do* à un autre *do* situé... une octave plus haut. C'est le *do* suivant vers la droite, puisque sur le clavier du piano, les sons émis sont de plus en plus aigus lorsqu'on se déplace vers la droite. L'octave est divisée en intervalles plus petits, comme le **ton**, qui représente par



do ré mi fa sol la si

exemple l'écart qui sépare le Do du Ré. Il y a six tons dans une octave. L'intervalle élémentaire qui permet de définir tous les autres est le **demi-ton**, ou la moitié du ton. Par exemple, pour aller de la note *do* à la note *ré*, il y a deux demi-tons (le premier entre *do* et *do* dièse et le second entre *do* dièse et *ré*), soit un ton. On compte donc douze demi-tons pour un intervalle d'octave. Les

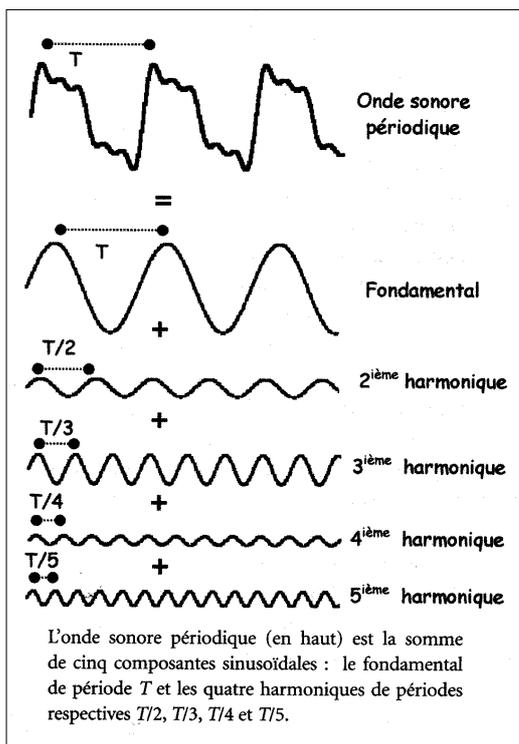
autres intervalles couramment utilisés sont la **quinte**, qui mène du *do* au *sol* et vaut exactement sept demi-tons et la **tierce** qui, **majeure**, vaut quatre demi-tons et, **mineure**, seulement trois demi-tons. En musique, les intervalles s'ajoutent. Une quinte est en effet la somme d'une tierce majeure et d'une tierce mineure : pour aller du Do au Sol (sept demi-tons soit une quinte), il est aussi possible d'aller du Do au Mi (quatre demi-tons soit une tierce majeure), puis du Mi au Sol (trois demi-tons soit une tierce mineure). (pp. 26-27)

Ici, on le voit, la référence au clavier du piano soutient seule le discours. Que vaut l'intervalle entre, disons, *ré* et *la* ? Comptons : deux demi-tons de *ré* à *mi*, un de *mi* à *fa*, deux de *fa* à *sol*, et deux encore de *sol* à *la* ; soit en tout 7 demi-tons – une quinte ! Mais, comme vont le dire les auteurs, les choses

vont se compliquer... Avant cela, toutefois, je dois intercaler un passage qui nous fera revenir en arrière dans l'exposé et où l'on verra, entre autres choses, la relation d'inverse proportionnalité entre T et f montrer le bout de son nez) :

Imaginons un instant qu'il nous soit demandé d'appuyer toutes les heures sur un bouton, c'est un phénomène périodique dont la période est égale à une heure. En appuyant sur le bouton toutes les trente minutes, ce qui revient à diviser la période par deux et donc à doubler la fréquence, nous respectons la consigne de départ. Si quelqu'un vient nous contrôler toutes les heures, il nous verra effectivement appuyer sur le bouton. Nous pouvons aussi appuyer toutes les vingt minutes, c'est-à-dire exactement trois fois par heure, ou tous les quarts d'heure, soit quatre fois par heure. Plus généralement, en appuyant n fois par heure, c'est-à-dire avec une fréquence f qui soit un multiple entier quelconque de la fréquence de départ f_0 , nous respectons la consigne. Ces valeurs particulières de fréquence sont appelées les fréquences **harmoniques** de la fréquence **fondamentale** f_0 .

Pour les notes de musique, la décomposition de Fourier doit respecter le caractère périodique de l'onde sonore. La conséquence en est que



n'apparaissent dans la décomposition que les fréquences respectant cette périodicité. Nous venons de le voir, les harmoniques de la fréquence fondamentale ont cette propriété, et il n'est pas difficile de montrer que ce sont les seules à l'avoir. Ainsi, lorsque le marteau du piano rebondit sur la corde du *la-440*, l'onde sonore émise contient effectivement une composante à la fréquence fondamentale, $f_0 = 440$ Hz, et aussi une composante appelée « second harmonique » à la fréquence double $2f_0 = 880$ Hz, une autre composante correspondant au troisième harmonique à $3f_0 = 1320$ Hz, et ainsi de suite pour $4f_0$, $5f_0$, etc. Un exemple de décomposition d'une onde sonore périodique en ses composantes

harmoniques est montré [ci-dessus]. (pp. 16-19)

Comme on l'aura noté, le nom de Fourier est cité ; il renvoie à un passage antérieur de l'exposé (p. 13) où on lit simplement ceci : « ... depuis les travaux du mathématicien Joseph Fourier, nous savons que toute onde peut

être décomposée en une somme d'ondes pures sinusoïdales... » Tout cela ne donne qu'une intelligibilité limitée au phénomène étudié, qui est évoqué plutôt qu'expliqué.

d) Revenons au texte là où nous l'avions laissé ; voici ce qu'écrivent alors les auteurs :

Cela se complique si, au lieu d'ajouter les intervalles comme les musiciens, on cherche à décrire une mélodie comme une onde dont la fréquence change à chaque nouvelle note. En effet, le second harmonique du *la-440*, situé une octave au-dessus, a une fréquence de 880 Hz, c'est-à-dire deux fois 440 Hz. Ainsi, ajouter un intervalle d'octave revient à doubler la fréquence. Pour monter encore d'une octave, il faut à nouveau la doubler, ce qui mène à 1760 Hz. D'une manière générale, pour ajouter un intervalle, il faut multiplier la fréquence de la note de départ par un facteur bien précis, spécifique à l'intervalle considéré. Ce facteur, qui vaut 2 pour l'octave, n'est que de 1,059 pour le demi-ton. Un intervalle d'un ton est la somme de deux intervalles d'un demi-ton. Ajouter un ton revient donc à multiplier par 1,059 puis à nouveau par 1,059, c'est-à-dire à multiplier par 1,122. Comme en répétant douze fois la multiplication d'une fréquence f_0 par 1,059 on obtient bien la fréquence $2f_0$, on retrouve effectivement douze demi-tons par octave. (pp. 27-28)

En lisant ce passage, c'est à bon droit, me semble-t-il, que le lecteur que j'ai appelé « profane » pourra décrocher, notamment lorsque les auteurs passent de la considération des harmoniques à l'octave à la question du *ton*. Ajouter un demi-ton revient à multiplier la fréquence par 1,059 ; pourquoi 1,059 ? Ajouter un ton, par exemple passer de *la* à *si*, disent-ils encore, revient à multiplier deux fois par 1,059. Le lecteur, muni d'une calculette peut vérifier que $1,059 \times 1,059 = 1,059^2 = 1,121481 \approx 1,122$, tout en observant que l'on a arrondi ici *par excès*, sans justification nette. Mais d'où vient alors le multiplicateur 1,059 ? La fin du passage nous le dit de façon subreptice : on devrait avoir : $1,059 \times 1,059 \times \dots 1,059 \times 1,059^{12} = 2$. En fait, $1,059^{12} = 1,98953471\dots$ Il faut comprendre malgré cela que 1,059 tient lieu de racine 12^e de 2, ce qu'on note usuellement (en mathématiques) $\sqrt[12]{2}$ ou $2^{1/12}$. On a en vérité $2^{1/12} = 1,059463094359295264561825\dots$ On voit ici que 1,059 est une valeur approchée *par défaut* de $2^{1/12}$. On avait vu en passant que 1,122 est une valeur approchée *par excès* de $1,059^2$, valeur prise peut-être pour compenser l'approximation faite sur $2^{1/12}$. De fait, on a $1,122^6 = 1,995065421633751104$, ce qui est une approximation un peu meilleure (la distance de $1,122^6$ à 2 est plus de deux fois plus petite que la distance de $1,059^{12}$ à 2 : elle est dans le premier cas d'un centième environ, dans le second de cinq millièmes à peu près).

e) Les « petits calculs » précédents ne supposent certes qu'une calculatrice mais leur considération suppose, elle, une reconstruction mathématique partielle appuyée sur le texte des auteurs. Pour aller plus loin, pour donner une idée de ce qui se cache derrière ce texte, je reproduis maintenant une section de l'article "Note" de l'encyclopédie *Wikipedia* ; on comprendra, dans ce qui suit, que la note A4 qu'évoque cet article est le *la-440* de nos auteurs – à la suite *do, ré, mi, fa, sol, la, si* qui nous est familière correspond ici la suite C, D, E, F, G, A, B) :

Note frequency (hertz)

In all technicality, music can be composed of notes at any arbitrary frequency. Since the physical causes of music are vibrations of mechanical systems, they are often measured in hertz (Hz), with 1 Hz = 1 complete vibration per second. For historical and other reasons, especially in Western music, only twelve notes of fixed frequencies are used. These fixed frequencies are mathematically related to each other, and are defined around the central note, A4. The current "standard pitch" or modern "concert pitch" for this note is 440 Hz, although this varies in actual practice (see [History of pitch standards](#)).

The note-naming convention specifies a letter, any accidentals (sharps/flats), and an octave number. Any note is an integer of half-steps away from middle A (A4). Let this distance be denoted n . If the note is above A4, then n is positive; if it is below A4, then n is negative. The frequency of the note (f) (assuming equal temperament) is then:

$$f = 2^{n/12} \times 440 \text{ Hz}$$

For example, one can find the frequency of C5, the first C above A4. There are 3 half-steps between A4 and C5 (A4 → A#4 → B4 → C5), and the note is above A4, so $n = +3$. The note's frequency is:

$$f = 2^{3/12} \times 440 \text{ Hz} \approx 523.2 \text{ Hz}$$

To find the frequency of a note below A4, the value of n is negative. For example, the F below A4 is F4. There are 4 half-steps (A4 → A♭4 → G4 → G♭4 → F4), and the note is below A4, so $n = -4$. The note's frequency is:

$$f = 2^{4/12} \times 440 \text{ Hz} \approx 349.2 \text{ Hz}$$

Finally, it can be seen from this formula that octaves automatically yield factors of two times the original frequency, since n is therefore a multiple of 12 ($12k$, where k is the number of octaves up or down), and so the formula reduces to:

$$f = 2^{12k/12} \times 440 \text{ Hz} = 2^k \times 440 \text{ Hz}$$

yielding a factor of 2. In fact, this is the means by which this formula is derived, combined with the notion of equally-spaced intervals.

Nous pouvons en ce point faire un brin de travaux pratiques à l'aide de cet autre extrait de l'exposé de Schuhl et Schwartz :

Le *mi* de l'octave du dessous, situé une quinte au-dessus du *la-440*, vibre avec une fréquence de 660 Hz. On peut vérifier que c'est bien une octave en dessous du *mi-1320* duquel nous venons de parler, puisque $660 \times 2 = 1320$. (pp. 31-32)

Si le *mi* en question est une quinte au-dessus du *la-440*, soit 7 demi-tons au dessus, sa fréquence est donnée par $f = 2^{7/12} \times 440 \text{ Hz} \approx 659,255 \text{ Hz}$, ce qui est proche, en effet, de 660 Hz.

f) Le résultat obtenu, $f = 659,255 \text{ Hz}$, n'est toutefois pas égal exactement à 660 Hz. Il y a là un désaccord qui renvoie à la distinction de la gamme de Pythagore et de la gamme tempérée, question dans laquelle je vous propose de ne pas entrer ici (voir par exemple l'exposé des auteurs que nous suivons, pp. 32-34), mais qu'il restera à approfondir et qu'il faut garder à l'esprit pour aborder l'ultime passage suivant, où les auteurs se réfèrent à la gamme tempérée, dans laquelle ajouter une quinte multiplie la fréquence par 1,5 exactement (alors que $2^{7/12} = 1,4983\dots$) :

... les mathématiques sont intraitables : à moins d'avoir un nombre infini de touches sur le clavier, il n'est pas possible de faire coexister simultanément des quintes et des octaves justes. En effet, en partant d'un *do* et en lui ajoutant des intervalles de quinte, on doit, après un certain nombre d'intervalles, aboutir à un *do* situé quelques octaves au-dessus de la note de départ. Chaque quinte ajoutée multiplie la fréquence par $3/2$ tandis que l'octave la double. Il faudrait donc découvrir deux nombres entiers m et n tels que $(3/2)^m = 2^n$. Cela revient à trouver une puissance de 3 qui soit égale à une puissance de 2, ce qui est impossible pour la simple raison que les puissances de 3 sont toujours des nombres impairs et les puissances de 2 toujours des nombres pairs.

La solution donnée, qui laisse tout de même à la charge du lecteur supposé le passage de l'égalité $(3/2)^m = 2^n$ à l'égalité équivalente $3^m = 2^{n+m}$, utilise cependant un résultat des plus élémentaires en termes de pair et d'impair – au lieu d'utiliser le théorème d'unicité de la décomposition en facteurs premiers, qui est ici évitable et évité. Nous avons là peut-être le pic des mathématiques *explicitement manipulées* dans tout l'ouvrage.

2. Interventions et frontières

a) À échantillonner ainsi qu'on l'a fait ici le texte des deux physiciens, on découvre donc – mais on s'en doutait ! – que, si le lecteur doté de quelques connaissances mathématiques et physiques encore actives a les moyens de *faire parler* l'exposé, cet exposé a toutes chances d'apparaître tout à la fois

volubile et sibyllin, disert et énigmatique au lecteur « profane » à qui, sous couleur de lui épargner des difficultés supposées, il refuse – sans malignité aucune, sans doute – les moyens de comprendre une construction praxéologique dont seuls quelques éléments affleurent encore. Avant de s'étonner de ce que les personnes et les institutions auront pu intégrer *ou non* à leur équipement praxéologique, il faut ainsi s'interroger sur l'*offre praxéologique* qui leur est communément proposée.

b) Le type de situations évoqué – l'*intervention* des mathématiques (et de la physique) en un domaine culturellement « autre », ici la musique – permet de saisir un phénomène dont je ferai l'hypothèse *qu'il est général*, et qu'il faut donc s'attendre aussi à rencontrer lors de l'intervention de praxéologies *mathématiques* en un autre domaine *mathématique*, par exemple. C'est avant tout la problématique *primordiale* qui, en didactique, interroge ce phénomène, en prenant pour outils clés l'analyse praxéologique et, comme je l'ai noté plus haut, l'analyse didactique elle-même. Cette interrogation bute sur un obstacle que je ne ferai ici que nommer et que l'on découvre souvent au cœur des négativités didactiques : l'existence, qu'il faut situer au niveau de la *société*, voire de la *civilisation*, d'intraitables *frontières*, dont le passage nécessite une « énergie » parfois très élevée, et qui, usuellement, confinent personnes et institutions dans des écosystèmes praxéologiques *fermés* à telle ou telle importation – ici, celles de praxéologies mathématiques, qui peinent tant à pénétrer le vaste écosystème des « humanités ».

That's all, folks!