UMR ADEF

JOURNAL DU SEMINAIRE TAD/IDD

Théorie Anthropologique du Didactique
& Ingénierie Didactique du Développement

There is a phrase I learned in college called, "having a healthy disregard for the impossible." That is a really good phrase. Larry Page (1973-)

Ceux qui prennent le port en long au lieu de le prendre en travers. Marcel Pagnol (1895-1974)

Le séminaire TAD & IDD est animé par Yves Chevallard au sein de l'équipe 1 de l'UMR ADEF, dont le domaine général de recherche s'intitule « École et anthropologie didactique des savoirs ». Ce séminaire a, solidairement, une double ambition : d'une part, il vise à mettre en débat des recherches (achevées, en cours ou en projet) touchant à la TAD ou, dans ce cadre, à des problèmes d'ingénierie didactique du développement, quel qu'en soit le cadre institutionnel ; d'autre part, il vise à faire émerger les problèmes de tous ordres touchant au développement didactique des institutions, et notamment de la profession de professeur de mathématiques. Deux domaines de recherche sont au cœur du séminaire : un domaine en émergence, la didactique de l'enquête codisciplinaire ; un domaine en devenir, la didactique des savoirs mathématiques.

La conduite des séances et leur suivi se fixent notamment pour objectif d'aider les participants à étendre et à approfondir leur connaissance théorique et leur maîtrise pratique de la TAD et des outils de divers ordres que cette théorie apporte ou permet d'élaborer. Sauf exception, les séances se déroulent le vendredi après-midi, de 15 h à 17 h puis de 17 h 30 à 19 h 30, cette seconde partie pouvant être suivie en visioconférence.

➔ Séance 8 – Jeudi 9 juillet 2009

CLINIQUE (DU) DIDACTIQUE

1. Écoute et preuves cliniques

a) Le mot de clinique est parfois usité de façon restrictive : dans une acception un peu figée, « la clinique » aurait pour objet des *personnes*. C'est évidemment le sens originel, qui conserve la trace du malade alité que le médecin vient visiter. Dans l'usage médical moderne, ce qui semble insister dans le discours sur la clinique, c'est l'idée d'*observation directe* du malade (ou de la pathologie), mode d'accès à quoi il faut bien ajouter, aujourd'hui, toutes sortes d'examens « paracliniques ». Bien entendu, lorsqu'on parle, ainsi que je l'ai fait, de « clinique des PER », il s'agit de l'observation directe de PER (de scénarios et de réalisations de PER). Plus généralement encore, je parlerai de la clinique d'une certaine population d'individus en prenant cette notion au sens *de la statistique* : il pourra donc s'agir d'une population de classes scolaires, de professeurs, de DM, etc. Plus abstraitement, je parlerai de populations de « systèmes », l'observation « directe » d'un système portant sur certaines variables d'état du système.

b) Bien entendu, pour définir la *clinique didactique*, il faut spécifier les variables que l'on « observe ». Ici, je m'en tiendrai à un exemple qui relève de la clinique (du) praxéologique. L'observation des équipements praxéologiques personnels et institutionnels est évidemment une clé de l'analyse didactique *a priori* ; ou plutôt elle joue un rôle crucial dans la dialectique *a priori*/*a posteriori* (ou, pour parler comme les économistes, *ex ante*/*ex post*) : les équipements praxéologiques existants (voire « indurés ») apparaissent, relativement à toute intention didactique, comme des *contraintes* qui *peuvent être* déterminantes. Pour cela, et plus généralement, la création ou l'élection (par catachrèse) de *terrains cliniques* est donc un acte cardinal de la recherche en didactique, ce qu'on ne voit pas toujours quand on prétend aller directement à « l'expérimental » sans passer par la clinique. J'illustrerai cela par l'exemple d'un terrain clinique constitué en marge d'un enseignement de didactique que, depuis deux ans, je m'efforce de donner en licence de sciences de l'éducation à l'université de Provence.

c) J'ai donné cette année ledit enseignement à Digne, où une licence avait été ouverte et était accueillie dans les locaux de l'IUT. La prise d'information clinique à laquelle je me référerai a été réalisée à travers l'examen final de l'unité d'enseignement dont j'ai eu la responsabilité : elle montrera, ainsi qu'on pourra le vérifier, l'existence chez un certain nombre de candidats, d'une « théorie » de la personne qui constitue une donnée non négligeable de la réception de l'enseignement prodigué. L'examen, qui a eu lieu le 15 juin 2009, avait le même format que celui proposé à Aix en janvier, à la fin du premier semestre. Tous les documents possibles étaient autorisés aux candidats et le « format » du sujet était le suivant.

SUJET

L'épreuve comporte trois parties. Le traitement de l'ensemble de ces parties ne doit pas occuper plus d'une copie double. La pertinence des réponses doit donc se conjuguer avec la concision, la précision et la clarté de l'expression.

Partie 1. En n'utilisant que les éléments disponibles dans le cours de didactique fondamentale (y compris le « Forum des questions »), rédigez une réponse à chacune des deux questions suivantes :

1. …

2. …

Partie 2. Rédigez une analyse didactique relative aux situations évoquées dans le texte ci-dessous, intitulé « Comment aider l'enfant [élève de CP] à relire ? ».

Partie 3. Présentez une situation que vous choisirez librement dans le domaine d'activité (scolaire ou non scolaire) de votre convenance et donnez-en une analyse didactique.

Texte. …

Je m'arrêterai ici sur la première partie uniquement – les « questions » – et plus précisément sur la *première* des deux questions proposées. Comme cela avait été annoncé aux futurs candidats, ces questions étaient tirées d'une liste de 128 questions, diminuées des 19 dernières questions pour tenir compte de certaines contraintes particulières ayant pesé sur l'enseignement prodigué à Digne. Ces 128 questions avaient été « excrites » par moi-même de mon « Cours de didactique fondamentale » donné à Aix et repris à Digne. Les candidats disposaient depuis de longs mois tout à la fois du texte de ce cours, de la liste des 128 questions et d'indications précises sur la structure et le contenu de l'examen (on trouvera tout cela à l'adresse suivante : http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=136).

c) La première des deux questions était celle-ci.

> Qu'est-ce qu'une *technique* relative à un type de tâches donné ? Quelle est l'origine du mot de technique ? Quelle relation et quelles différences existe-t-il entre la notion de technique et celle de *mode d'emploi* (d'un objet) ou de *recette* (en cuisine par exemple) ? Que veut-on dire en affirmant qu'une technique est, par nature, indicible ?

Je rappelle la « consigne » : « En n'utilisant que les éléments disponibles dans le cours de didactique fondamentale (y compris le "Forum des questions"), rédigez une réponse à chacune des deux questions suivantes… » (Le « Forum des questions » évoqué ici se trouve à l'adresse suivante : http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=139.) Pour répondre à la question, il convenait en premier lieu de repérer le passage du cours d'où ladite question avait été excrite. Pour cela, en premier lieu – la chose avait été indiquée aux candidats – on pouvait déterminer (grâce au fichier « Question de cours ») le *numéro* de cette question ; on trouvait en l’espèce ceci.

> ………………………………………………………………………………………………………
>
> QC_{40}. Qu’est-ce qu’une *technique* relative à un type de tâches donné ? Quelle est l’origine du mot de technique ? Quelle relation et quelles différences existe-t-il entre la notion de technique et celle de *mode d’emploi* (d’un objet) ou de *recette* (en cuisine par exemple) ? Que veut-on dire en affirmant qu’une technique est, par nature, indicible ?
>
> ………………………………………………………………………………………………………

Il s’agissait donc de la question QC_{40}. Le fichier « À propos de l’examen » comportait un tableau de concordance dont je reproduis le passage pertinent.

2.4.°Le·didactique·introuvable°:·deux·exemples·ordinaires¶	¶
2.5.°Observer·le·didactique°:·un·exemple¶	¶
Unité·3.°*Types·de·tâches·et·techniques*¶	**28·à·52¶**
3.1.°Point·d’étape¶	¶
3.2.°∅¶	¶
3.3.°Analyse·didactique°:·rappels·et·prolongements¶	¶

Il fallait donc repérer, dans le texte de l’*Unité 3* du cours, le passage d’où la question de cours 40 avait été excrite. La chose ne présentait pas de difficulté : seul un candidat semble ne pas y être parvenu ; voici ledit passage.

3.4. Un « quelque chose » à faire apprendre : la notion de technique

3.4.1. Dans une institution donnée, on n’accomplit pas *n’importe comment* une tâche t d’un type T : pour cela, on met en œuvre une certaine *technique*.

a) « Faire une omelette au fromage » est un *type de tâches*, et l’on doit disposer pour accomplir les tâches de ce type d’une certaine « manière de faire » ou *technique*. Ainsi dira-t-on par exemple : « Il a une technique à lui pour faire une omelette au fromage. » Ou encore : « Elle utilise une technique que je ne connaissais pas pour résoudre les équations du second degré. »

b) Le grec *tekhnikos* signifie « propre à une activité réglée », et le mot *tekhnê* désigne un savoir-faire. Pour des raisons évidentes, dans tout ce qui suit, une technique déterminée (relative à un certain type de tâches T) sera désignée par la lettre grecque τ (tau) : une technique relative à T pourra ainsi être notée τ_T.

3.4.2. Une technique τ peut toujours se *décrire* (partiellement). Traditionnellement, une technique pour préparer tel plat – une omelette au fromage par exemple – sera décrite sous la forme d'une *recette*. De même, la technique préconisée par le fabricant pour utiliser un certain objet du commerce sera explicitée dans un *mode d'emploi*.

a) Pour résoudre une équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$, où $a \neq 0$, on peut par exemple procéder comme indiqué ci-après (admettons-le du moins).

Technique τ_1

1) réécrire l'équation donnée en y remplaçant l'inconnue x par la nouvelle inconnue y grâce à la formule

$$x = y - \frac{b}{2a}\,;$$

2) l'équation en y à laquelle on arrive étant de la forme

$$y^2 = k$$

ses solutions sont obtenues en calculant les expressions

$$-\sqrt{k} \text{ et } \sqrt{k} \text{ (si } k > 0) \,;$$

3) pour obtenir les solutions en x, former alors

$$-\sqrt{k} - \frac{b}{2a} \text{ et } \sqrt{k} - \frac{b}{2a}.$$

b) Considérons maintenant le type de tâches T_2, « Écrire un compte rendu d'une séance de cours ». Il semble ici beaucoup plus délicat d'écrire une « fiche technique » analogue à celle relative aux équations du second degré ! Mais il n'est pas interdit de tenter de « mettre en mots » une certaine technique permettant d'accomplir les tâches de ce type. Voici le fruit d'une telle tentative pour décrire une technique de prise de notes [1. Voir http://www.ext.upmc.fr/urfist/cerise/p81.htm].

Comment prendre des notes de cours ?

Lorsque vous assistez à un cours ou à une conférence, après avoir écrit le thème et la date, notez le plan tel qu'il se déroule, les idées essentielles, les exemples et citations qui vous paraissent intéressants, ainsi que les références bibliographiques qui vous permettront d'enrichir l'information.

Pour bien suivre l'argumentation et ne pas vous laisser déborder par la rapidité de l'expression orale, forgez-vous un système d'abréviations pour les mots courants et pour des termes spécifiques, utilisez des sauts de ligne et des décrochements de paragraphes, ainsi que des signes convenus pour identifier des liens logiques.
Quelques exemples :

Abréviations	Signes logiques

avt : avant	-->	conséquence
cf : confer (se reporter à)	<---	cause ou origine
svt :		souvent
#		différence ou opposition

Gardez le principe d'une marge, utile pour noter les digressions ou remarques méthodologiques de l'enseignant et pour inscrire des signes, exploitables en relecture, concernant vos propres interrogations, critiques ou commentaires.

Choisissez de noter en particulier ce que l'enseignant cherche à mettre en valeur : soyez attentifs aux répétitions et variantes d'une même idée, aux intonations plus fortes, aux indications d'importance, aux pauses pour vous permettre d'écrire…

En cas de perte du fil de l'exposé, sautez des lignes sans paniquer : vous complèterez ultérieurement vos notes en échangeant vos questions avec d'autres étudiants pour le passage que vous n'avez pas suivi ou pas compris.

c) On peut imaginer une description beaucoup plus longue, détaillée, etc. Ce qui importe, cependant, c'est de souligner qu'une technique ne saurait se « dire » *complètement* à travers un discours. On peut tenter de décrire comment on fait une omelette au fromage (par exemple), mais la technique correspondante ne peut se *réduire* à une telle description : *une technique est une réalité qui ne peut exhaustivement être mise en mots*. Tout ce qu'on peut espérer, c'est de pouvoir *reconstituer* de façon relativement fidèle, dans une certaine institution « cible » (une classe, etc.), une technique vivant dans une certaine institution « source », et cela *à partir* d'une description, d'une recette, d'un mode d'emploi, moyens de transmission et de contrôle de la technique à transmettre *toujours quelque peu incertains*. Une technique est ainsi une réalité littéralement *indicible*, ce qui interdit en principe de transmettre une technique de façon efficace et fiable simplement *en tentant de la dire*.

---

d) Voici maintenant le « corrigé » que j'ai rédigé à l'intention des étudiants concernés, en précisant bien qu'il ne s'agit là que d'une réponse possible parmi quelques autres. (On gardera en tête l'exigence de concision impliquée par l'obligation de faire tenir l'ensemble du travail demandé dans une copie double d'examen.)

Étant donné un type de tâches T, on appelle technique τ relative à T une manière réglée d'accomplir les tâches t du type T : le grec *tekhnikos* signifie « propre à une activité réglée » et le mot *tekhnê* désigne un savoir-faire. On pourra ainsi parler d'une technique de résolution des équations du second degré, ou d'une technique de préparation d'une omelette au fromage, etc. Pour un type de tâches T donné, on connaît en général *plusieurs* techniques possibles ; mais, sauf exception, dans une institution donnée où sont

> accomplies des tâches du type *T*, celles-ci le sont à l'aide d'une technique préférentielle, propre à l'institution. Une technique est une réalité praxéologique qui, étant de l'ordre d'un faire, peut se *décrire* mais ne saurait *se dire intégralement* : elle est littéralement *indicible*. Des *descriptions* peuvent en être données dans les institutions visant à faire connaître telle ou telle technique : ainsi en va-t-il avec les *modes d'emploi* ou, en cuisine, les *recettes*. Mais il s'agit là de simples « mises en texte » nécessairement réductrices de la technique, à partir desquelles on devra tenter de *reconstituer* cette technique – sans être sûr d'y parvenir.

Le travail demandé aux candidats à propos de la question 1 (comme de la question 2) revient à accomplir une tâche d'un type que nous avons pratiqué naguère dans la formation des élèves professeurs stagiaires de mathématiques : expliciter la réponse qu'apporte *tel exposé* à une question donnée ; ou, pour le dire autrement : étant donné un exposé *E* et une question *Q*, préciser la réponse $R^{\lozenge}$ que *E* apporte à *Q*, si du moins une telle réponse existe. Or il semble que la capacité à accomplir des tâches de ce type participe d'une discipline intellectuelle peu cultivée chez les élèves et étudiants d'aujourd'hui. Dans l'expérience clinique accumulée à l'IUFM pendant quelques années à cet égard, nous avons presque constamment rencontré deux dérives solidaires de la part d'Ego : 1) mentionner ce que *d'autres* exposés, *dénichés et proposés par Ego*, répondent (prétendument) à la question *Q* ; 2) dire « leur mot » sur la question *Q*… Bien entendu, ceux qui n'ont pas cette expérience clinique-là peuvent s'interroger sur la réalité de ces dérives. Le matériel constitué par les réponses des candidats à l'examen du 15 juin mérite donc, à cet égard, un examen attentif. On peut, certes, s'attendre à ne pas rencontrer, ici, les divagations que certains d'entre nous ont pu constater lorsque l'exercice était demandé aux PCL2 de mathématiques, *E* étant alors les *archives du séminaire* adressé audits professeurs stagiaires au fil des années. Qu'en est-il donc ?

e) Ce qui m'intéresse est de repérer l'influence sur les réponses formulées de certains assujettissements des candidats. C'est ainsi qu'un assujettissement non mystérieux (et sur lequel je ne m'arrêterai pas) conduit nombre d'entre eux à nommer « tâche » ce qui est en vérité un *type* de tâches ; voici de cela un exemple (copie 10).

> « À tout type de tâche, il y a une façon de faire appelée "la technique". On ne pourra pas par exemple **réaliser la tâche : "fabriquer un cerf-volant"** sans avoir auparavant élaborer [*sic*] une technique. »

Ces étudiants anonymes ne sont pas les seuls à commettre cette erreur, qui ignore une distinction clé en TAD ; nombre de « chercheurs » la commettent aussi, parlant de tâche lorsque, en fait, ils se réfèrent à un *type* de tâches. Mais je me centrerai maintenant sur un fait moins banal et, si j'ose dire, plus profond : dans la question qui était proposée aux candidats, la sous-question relative à *l'indicibilité d'une technique* était sans doute la plus délicate ; or cette difficulté a suscité l'appel à des éléments technologico-théoriques *étrangers à l'exposé* dont il fallait rendre compte. Voici par exemple ce qu'écrit l'auteur de la copie déjà citée.

> « On peut affirmer qu'une technique est indicible car elle ne peut être reconstituée de manière totalement exhaustive. Elle est une réalité mais qui est indescriptible, elle ne peut être transmise de façon fiable et efficace **car chacun aura sa technique pour réaliser une certaine tâche**. »

Bien entendu, il fallait écrire *in fine* : « pour réaliser des tâches d'un certain type ». Cela noté, on voit ici que, si la première partie de ce passage s'inspire d'éléments effectivement présents dans l'exposé de référence, la seconde partie – « car chacun aura sa technique pour réaliser une certaine tâche » – est introduite en fraude : voulant en quelque sorte expliquer cette indicibilité (dont l'origine semble lui échapper), le candidat invoque *l'individu* et sa supposée *singularité*, qui expliquerait tout, ici comme ailleurs. Sur le corpus des 22 copies recueillies, on peut dire plus généralement que, dès lors que l'auteur a voulu « s'expliquer » l'indicibilité affirmée par l'exposé, il a ainsi recouru à l'invocation de supposés singularités praxéologiques de l'individu. La technique mise en œuvre par une personne est indicible, semble-t-on nous dire, parce que, en tant qu'individu, cette personne est elle-même indicible : elle ne peut être *dite* intégralement ; une part d'elle échappera toujours à toute description et à tout commentaire. La personne reste ainsi foncièrement inconnaissable : car *une part d'elle* est vouée par nature à demeurer indéfiniment vierge, inviolée, quelque effort que l'on fasse pour mettre la personne en mots. Il y a sans doute plusieurs manières d'étayer ce postulat théorique ; l'une d'elles prend appui sur l'expérience commune de l'emploi de *recettes de cuisine*, ainsi que le suggère la réponse suivante.

> « Par contre une technique reste par nature indicible dans le sens qu'on ne peut pas expliciter tous les gestes. On peut essayer mais rien n'assure que le message sera bien reçu et la technique bien réalisée. **De plus en général chaque personne met la technique à sa main. De ce fait deux personnes qui suivent la même recette de cuisine n'auront pas le même résultat au final**. » (copie 16)

Voici deux autres réponses centrées sur ce même « modèle » de la recette de cuisine.

> « La technique permet l’accomplissement d’une certaine tâche, elle s’acquiert au sein d’une institution **et est individualisée**. L’acquisition d’une technique nous **permet d’accomplir une recette en fonction de notre manière de faire**. Dans une recette, les éléments indiqués nous permettent de faire un gâteau ; toutefois ces derniers n’auront pas le même goût et aspect **puisque chacun à sa propre technique**. » (copie 9).
>
> « Elle est de ce fait indicible, car une technique ne se dit pas, elle se fait. **On [n’]aura pas forcément le même résultat avec une recette**, qu’elle soit dite ou écrite. » (copie 18)

De façon éclairante, une autre réponse oppose *recette* et *mode d’emploi.*

> « Cependant, il existe des différences car en effet **une recette de cuisine peut être modifiée, réadaptée en fonction des individus**. Alors qu’un mode d’emploi n’est pas modifiable. On doit s’y tenir pour arriver à l’objet, à ce qui est écrit. » (copie 14)

L’explication invoquée apparaît ainsi ancrée dans une expérience particulière de la cuisine et de l’emploi de recettes : la technique réellement mise en œuvre pour préparer un plat serait indicible parce qu’elle serait le produit toujours différent de la rencontre d’une *recette* et d’une *personne*. Mais avançons ; sans évoquer le « modèle » de la recette, la réponse suivante *le généralise en nous en livrant la clé.*

> « Une technique ne saurait se dire complètement à travers un discours. En effet, pour un appareil électroménager, on dispose d’un mode d’emploi très détaillé pour faire fonctionner l’appareil. Or, cela ne représente pas la technique pour faire fonctionner, mais simplement une partie, si importante soit-elle. **Car il y a le savoir-faire de la personne qui entre en compte**. C’est ainsi que l’on qualifie les techniques d’indicibles. » (copie 21)

Cette thèse est généralisée encore dans la réponse que voici.

> « Lorsqu’on affirme qu’une technique est, par nature, indicible, on entend par là que pour accomplir une tâche t d’un type T, il y a une seule technique [qui] ne pourra être dite de façon efficace et fiable. **Cependant l’être humain est plus complexe, il est capable parfois de mettre en place d’autres techniques qu’il adapte à sa façon de percevoir les choses et son monde**. » (copie 17)

On peut aller plus loin ; lorsqu’une personne s’est ainsi « appropriée » une technique – l’a mise « à sa main » –, *l’indicibilité est consommée* : par sa routinisation et sa naturalisation subséquente, la technique en vient, peut-on dire, à faire corps avec la personne et, dès lors, ne peut pas plus que la personne elle-même être *dite* de façon exhaustive. Les trois réponses suivantes illustrent cette théorisation « spontanée ».

> « Une technique est, par nature, indicible. En effet, on ne peut pas la dire ou l'exprimer **car c'est quelque chose acquis naturellement par l'expérience. Cela se fait sans que l'on réfléchisse**. » (copie 1)
>
> « Si on dit que τ est par nature indicible, c'est lorsqu'elle est créée et installée dans l'institution considérée, **cela fait partie d'une routine, elle s'automatise, se naturalise, apparaît comme "naturelle". Ex. effacer le tableau**. » (copie 5)
>
> « En affirmant qu'une technique est par nature indicible **cela signifie qu'elle est routinisée, incréée, allant de soi, ayant toujours été là**. » (copie 14)

La naturalisation des techniques accomplit ce que leur « appropriation individuelle » avait amorcée : leur indicibilité croissante. Le rôle créateur, différenciateur de l'*individu* est ici la clé de voûte de l'explication de l'indicibilité. La réponse suivante, remarquable à cet égard, articule ensemble le modèle de la recette de cuisine et celui de l'appropriation personnelle naturalisante.

> « La recette reste un guide assez général d'exécution d'une tâche, la technique sous-entend **un investissement personnel de l'individu qui accomplit la tâche, un quelque chose qui différencie les techniques pour une seule et même tâche suivant les individus qui l'exécutent**. L'on peut parler d'une technique indicible lorsque celle-ci est devenue **routinière, la technique une fois automatisée est difficile voire impossible à dire car elle devient un allant de soi pour l'individu qui l'applique**. » (copie 20)

C'est le « quelque chose » évoqué ici, que l'auteur de la copie désigne d'ailleurs en collant les mots (il écrit « quelquechose »), qui est la part inviolable de la technique « individuelle ». Voilà comment des éléments théoriques étrangers à l'exposé *E* se trouvent importés pour combler ce qui apparaît sans doute aux candidats concernés comme un silence ou une lacune de cet exposé. Cela, bien sûr, seule la clinique du discours étudiant peut l'établir rigoureusement, même si la chose ne fait que confirmer des faits trop connus. Dans une perspective d'ingénierie didactique visant ce type de publics étudiants à propos de cet enjeu didactique, on a mis ainsi en évidence une contrainte que l'enseignement à prodiguer doit prend en compte en créant des conditions adéquates, qui en diminuent les effets de distorsion praxéologique.

2. Quels outils cliniques ?

a) Comme le montre ce qui précède, en matière d'analyse praxéologique et didactique, les étudiants observés sont généralement porteurs d'un équipement praxéologique dont nous avons mis au jour l'un des fondements théoriques : l'individu en sa singularité échappe en partie, si peu que ce soit, à la connaissance discursive. Cet équipement, nous le savons, est susceptible de « parasiter » la réception d'une offre praxéologique allogène – celle, en l'espèce, de la TAD –, étrangère aux théorisations indigènes. Au-delà de ce constat, on peut conclure encore que ce type de publics étudiants ne manquent pas d'« outils cliniques » toujours déjà là pour analyser le didactique… Bien entendu, ce sont des outils qui, très généralement, sont eux-mêmes *non analysés*, parce qu'ils procèdent d'une *théorie du didactique* aussi profondément naturalisée que le sont, selon cette théorie même, les techniques mises en œuvre par les individus…

b) Comme il en va pour d'autres théorisations, la TAD trouve ainsi en partie occupé le terrain qu'elle tente de viabiliser à sa manière. L'outillage praxéologique qu'elle propose doit donc être clairement précisé et *offert*. Je voudrais ici illustrer cette offre à partir de ce qui constitue les parties 2 et 3 de l'examen mentionné plus haut, parties dont je rappelle d'abord l'énoncé.

Partie 2. Rédigez une analyse didactique relative aux situations évoquées dans le texte ci-dessous, intitulé « Comment aider l'enfant [élève de CP] à relire ? ».

Partie 3. Présentez une situation que vous choisirez librement dans le domaine d'activité (scolaire ou non scolaire) de votre convenance et donnez-en une analyse didactique.

Je m'arrêterai en premier lieu sur la partie 2, non de cet examen-là, mais de celui proposé aux étudiants du centre d'Aix le 12 janvier 2009, à la fin du premier semestre (la licence « dignoise » était, cette année, désemestrialisée – ce qui, en principe, n'est autorisé que dans le cas de formations universitaires professionnelles). Voici donc ce qu'était, en ce cas, le « texte ci-dessous », comme l'appelle l'énoncé du sujet. On l'abordera ici avec, en tête, cette question : que permet d'y faire apparaître l'outillage praxéologique actuel de la TAD (outillage dont les candidats à l'examen, pour leur part, ne disposaient qu'en partie, bien sûr) ? L'analyse proposée ci-après relève à l'évidence de l'analyse *a posteriori* (ou *ex post*).

La soustraction vers 1850

Voici le raisonnement qu'on employait encore vers l'an 1850 pour faire une soustraction. Soit 450 – 263 = 187. On faisait dire à l'élève, et il n'avait pas le droit de changer un mot :

« Qui a zéro et veut payer 3 ne peut pas ; j'emprunte une dizaine ou 10 au chiffre 5 et je dis alors : qui de dix en paie 3, reste sept.

Comme j'ai emprunté une dizaine à 5, ce 5 ne vaut plus que 4 ; par conséquent : qui de 4 en paie 6 ne peut ; j'emprunte une centaine ou dix dizaines au chiffre 4, et je dis : 10 et 4 valent 14 ; qui de 14 en paie 6, reste 8. Les 4 centaines n'en valent plus que 3, à cause de l'emprunt de une centaine. Donc : qui de 3 paie 2, reste 1. »

L'absence de tableau noir rendait l'enseignement peu animé et peu fructueux. Le maître ou la maîtresse écrivait les opérations à faire en tête du cahier de l'élève. (…) On avançait fort lentement ; il arrivait qu'un élève présentait au maître, deux ou trois jours de suite, la même opération, et se la voyait rendre, chaque fois, pour la recommencer à cause des erreurs de simple calcul.

Extrait de Dauthuile, P. (1900). *L'école primaire dans les Basses-Alpes depuis la Révolution jusqu'à nos jours*. Digne : Vial.

c) Le texte examiné se réfère de façon à peine implicite à un système didactique *S*(*X* ; *y* ; ♥), où *X* est une classe d'élèves de l'école primaire, où *y* est « le maître ou la maîtresse » et où ♥ = « la soustraction ». La *société* où ce type de systèmes didactiques a fonctionné est la *société française vers 1850* ; plus précisément, il s'agit de la petite société du département des *Basses-Alpes* (lequel ne deviendra qu'en 1971 département des Alpes de Haute Provence). L'école est *l'école primaire*, celle qui aura plus tard à dispenser ce qu'on nommera, à partir de la loi Jules Ferry du 28 mars 1882, *l'instruction obligatoire* (http://dcalin.fr/textoff/loi_1882_vo.html). Ce que le texte indique, donc, c'est que « la soustraction » était étudiée dans ce type d'écoles, en cette société, à cette époque. Un autre élément d'information est discrètement apporté : *y* est un « maître » *ou* une « maîtresse » ; on peut en déduire (à partir des contraintes de l'époque) que *X* est une classe de garçons *ou* une classe de filles : même si la distinction (civilisationnelle) entre les sexes est alors marquée (au certificat d'études primaires, il y a ainsi fréquemment des questions « pour filles » et des questions « pour garçons »), tous les élèves étudient donc « la soustraction ». C'est du moins ce que l'on peut conclure sur la base des informations apportées par le texte examiné.

d) Le fragment d'analyse qui précède nous fait passer du niveau de la *civilisation* (la distinction filles/garçons) au niveau de la *discipline* (« la soustraction ») en passant par les niveaux de la *société* et de l'*école*. La description proposée évoque, au reste, une contrainte *scolaire* que le lecteur d'aujourd'hui n'a sans doute pas en tête : *l'absence de tableau noir* dans la salle de classe, c'est-à-dire l'absence d'un dispositif didactique qui sera ultérieurement au cœur de l'activité des classes scolaires. Cette contrainte a des conséquences *pédagogiques* : l'absence d'un tableau (noir) diminue la possibilité de pratiquer un véritable enseignement *simultané*. En fait, l'enseignement paraît ici essentiellement *individuel* : l'élève *x* passe une partie de son temps à attendre que *y* s'occupe de lui ; la présence d'un *cahier de l'élève* permet à *y* d'intervenir auprès de *x* pour lui donner le travail à faire et pour examiner le résultat obtenu. La contrainte d'absence de tableau, qui renvoie chaque élève à son travail personnel (au détriment du travail collectif), apparaît solidaire d'une autre, qui touche cette fois à la *discipline* et traverse les siècles : le caractère *oral* des techniques de calcul. On notera que, sous le nom de soustraction, ce qui est évoqué est uniquement le *calcul* de la différence entre deux nombres entiers ; le problème de l'usage de la soustraction comme *outil de modélisation* mathématique n'est pas mentionné comme tel. Pour calculer, donc, on débite – au mot près, précise l'auteur – un petit « discours arithmétique » que l'on a préalablement *appris par cœur*. La chose est bien connue et je n'y insisterai pas plus ici. Je note simplement ce détail de l'algorithme de soustraction enseigné : dans le cas d'un « emprunt », on *diminue* le chiffre de rang supérieur du nombre dont on soustrait, alors que l'algorithme « classique » (que l'on retrouvera plus loin) procède en *ajoutant* la « retenue » au chiffre que l'on va soustraire ensuite. Je note aussi, et surtout, que la petite machine discursive utilisée intègre tout à la fois la *technique* (qui s'exécute au fur et à mesure que l'on débite le discours, en donnant les valeurs adéquates aux paramètres qu'il comporte) et la *technologie* de cette technique, qui repose sur au moins certaines connaissances quant à l'écriture décimale des entiers (le fait que, par exemple, l'écriture 375 désigne la somme de trois centaines, sept dizaines et cinq unités). C'est là un caractère important du discours arithmétique examiné ici : il porte en lui *et* la technique de soustraction *et* une technologie de cette technique (en terme de *payer* et d'*emprunter*). Faisons fonctionner cette « machine discursive » à propos d'une autre soustraction, 342 – 276 ; voici ce que, en ce cas, l'on doit *dire*.

> « Qui a 2 et veut payer 6 ne peut pas ; j'emprunte une dizaine ou 10 au chiffre 4 et je dis alors : qui de douze en paie 6, reste **six**.
> Comme j'ai emprunté une dizaine à 4, ce 4 ne vaut plus que 3 ; par conséquent : qui de 3 en paie 7 ne peut ; j'emprunte une centaine ou dix dizaines au chiffre 3, et je dis : 10 et 3 valent 13 ; qui de 13 en paie 7, reste **6**.
> Les 3 centaines n'en valent plus que 2, à cause de l'emprunt de une centaine.
> Donc : qui de 2 paie 2, reste **zéro**. »

Résultat : 342 – 276 = 66. Refaites un essai par vous-même : vous constaterez que l'utilisation de cette technique « orale » exige une certaine attention et un petit apprentissage. Deux aspects méritent en outre d'être notés car ils sont typiques, plus généralement, de l'arithmétique scolaire : 1) débiter le petit discours fait « raisonner » – ce qui, on le sait, a conduit certains, dont le philosophe Alain, à préférer l'arithmétique « raisonneuse » à la « froide mécanique » de l'algèbre ; 2) ce raisonnement arithmétique, qui guide l'exécution de la technique, est l'unique moyen de *contrôle* du calcul et du *résultat* du calcul qui soit intégré dans la technique de calcul, ce qui est un *point faible traditionnel* des praxéologies mathématiques scolaires.

e) La mise en évidence de cette fiabilité réduite de la technique participe de *l'analyse praxéologique* de la situation sociale décrite dans le texte examiné – l'enseignement de la soustraction à l'école primaire vers 1850 dans les Alpes de Haute Provence. Peut-on dire un mot de la *théorie* de cette praxéologie arithmétique ? Le postulat théorique essentiel est ici que la soustraction modélise adéquatement l'opération financière consistant, lorsqu'on détient une certaine somme d'argent S_0, à payer une somme d'argent S_1 *plus petite* – le résultat de la soustraction de S_1 à S_0 donnant le solde de l'opération financière. On postule donc que ce type d'opérations financières est « arithmétisable » par la soustraction et que l'opération arithmétique de soustraction peut se régler sur ces pratiques financières, elles-mêmes censées plus ou moins connues (culturellement sinon techniquement) des élèves. Cela noté, le texte est clair sur le fait qu'il présente en premier lieu l'*organisation arithmétique* relative à la soustraction – organisation qu'il désigne au reste, par synecdoque, comme un « raisonnement ». On passe ensuite à une description très dépouillée de l'*organisation didactique* grâce à laquelle les élèves sont supposés intégrer à leur équipement praxéologique la petite machine discursive de la soustraction ; voici à nouveau ce passage.

> L'absence de tableau noir rendait l'enseignement peu animé et peu fructueux. Le maître ou la maîtresse écrivait les opérations à faire en tête du cahier de l'élève. (...) On avançait fort lentement ; il arrivait qu'un élève présentait au maître, deux ou trois jours de suite, la même opération, et se la voyait rendre, chaque fois, pour la recommencer à cause des erreurs de simple calcul.

Que cette organisation didactique – si fruste soit-elle : elle relève d'une *pédagogie de régent* – soit possible et viable suppose réalisées des conditions fondamentales, tant au niveau de l'école que de la société (ou même de la civilisation) qui, aujourd'hui, ne le sont plus guère mais qui ont longtemps formé une part essentielle de *l'infrastructure pédagogique* disponible. Une première condition est que la société ait produit et fait sien le postulat *« épistémologique »* que toute réalité praxéologique, y compris les savoir-faire, peut *se mettre en mots de façon adéquate et authentique*, y compris pour soutenir, réguler, contrôler un *faire* ; bref, que tout « savoir » *peut* se mettre en texte ou en discours, de façon non dénaturante. La deuxième condition est un postulat *didactique* et a son siège au niveau de l'école (même s'il diffuse dans la plupart des institutions de la société) : tout *discours praxéologique* peut *s'apprendre par cœur* à force de « rabâchage praxéologique » pour être ensuite débité « de mémoire », à volonté, afin par exemple de réaliser un faire déterminé. Dans le cas d'un faire, le rabâchage praxéologique prend la forme d'une répétition à satiété de ce faire et du discours qui en structure et en soutient la réalisation. C'est cela même que rapporte l'auteur : le maître ou la maîtresse fixe la tâche (quelle soustraction l'élève va-t-il tenter de faire ?) et laisse faire l'élève… Le *topos* du régent, on le voit, est fort étroit et son équipement didactique bien sommaire. L'élève, quant à lui, reste enfermé dans la répétition – *rosa rosa rosam rosae rosae rosa*… Mais tout cela n'est possible que parce que, en outre, *il y a quelque chose à répéter*, à savoir cette petite machine discursive que nous avons découverte au début du texte examiné. C'est parler ici, on l'aura compris, du problème de *l'infrastructure « mathématique »* comme partie de l'infrastructure didactique. Car il a fallu produire *spécifiquement* cette partie de l'infrastructure sur laquelle « roulent » l'école primaire que l'on nous décrit et la pédagogie de régent qui y prévaut : sans elle, l'une et l'autre deviendraient impossibles. À titre de comparaison, voici une autre technique de soustraction pour l'opérateur humain : je l'extrais du livre d'arithmétique de Francés Pellos paru en 1492 à Nice sous le titre de *Compendion de l'abaco*, ouvrage dont l'édition moderne (1967) est due au grand occitaniste Robert Lafont (1923-2009), qui vient de disparaître.

Lo exemple de la pratica.

	4	3	5	6	4	5
	1	0	8	3	4	0
Resta	3	2	7	3	0	5

Exemple : leva prumierement in lo prumier ordre a la man destra la sotrana de la sobrana, coma 0 de 5, resta 5 ; impero pausa 5 ; apres leva la segonda sotrana, coma 4, de la segonda sobrana, coma de 4 ; resta 0 ; impero pausa en drech 0 desota ; apres leva la tersa de la tersa, resta 3, que pausa en drech desota ; apres leva la quarta de la quarta, et troberas que non pot fayre ; impero leva la sotrana coma 8 de 10, et resta 2, que 2 ajustas ambe la sotrana coma ambe 5 ; seran 7, que 7 pausa in drech desota et reten 1 punch, per amor que aves levat de 10, et aquel 1 ponch ajustas ambe la sequenta figura sotrana que es 0 ; e digas : 1 ambe sero, es 1 ; impero leva un de la sobrana figura, que es 3, et resta 2, que 2 pausa in drech desota ; apres leva la sessena figura sotrana de la sessena sobrana : en ven 3 ; aquellos 3 pausa desota, he sera facha la dicha sostration, coma apar clar in lo dich exemple :

	6	9	7	5	3	8	4	2
	3	8	8	7	0	7	3	9
Resta	3	0	8	8	3	1	0	3

	4	7	1	3	0	9	5	0
		6	0	4	8	5	6	3
Resta	4	1	0	8	2	3	8	7

On voit ici une construction praxéologique un rien plus savante, qui donne tout à la technique et « refoule » la technologie. On saisit mieux alors, je pense, que la petite machine discursive examinée plus haut est le fruit d'une construction transpositive visant spécifiquement à constituer une infrastructure qui, sans trahir la discipline arithmétique, soit bien adaptée à une certaine pédagogie, avec ses contraintes et ses conditions.

f) Revenant ici au texte sur l'apprentissage de la soustraction vers 1850, je note enfin que ce que l'auteur nous donne à voir paraît bien relever du *moment du travail de la technique*. Il nous laisse en revanche dans une cruelle ignorance du mode de réalisation du *moment de la première rencontre* avec la petite machine discursive – moment que nous imaginerions volontiers comme mobilisant de façon cruciale un tableau noir qui, ici, n'existe pas.

3. Analyses didactiques

a) Je complète ce qui précède en considérant le texte offert à la sagacité des étudiants « dignois » ; le voici.

Texte. Comment aider l'enfant [élève de CP] à relire ?

◗ **S'il connaît par cœur la phrase** à **relire, modifier la tâche**

En début d'année, quand les parents demandent à l'enfant d'ouvrir son livre et de lire la (ou les) phrase(s) étudiée(s) en classe, ils sont parfois surpris de le voir s'exécuter sans même jeter un œil sur sa page : il la sait par cœur, pourquoi ferait-il semblant de la décoder ?

Que faire dans ce cas-là ? Plusieurs solutions peuvent être retenues :

– lui faire « relire » la phrase en pointant chaque mot avec son doigt et en vérifiant qu'il associe bien le mot prononcé et le mot désigné (la technique du doigt qui accompagne le regard et la voix ne doit pas être systématique mais c'est néanmoins une technique de bon sens dont on aurait tort de se priver : elle met en scène de manière pertinente les relations entre oral et écrit, encore mal assurées en début d'année) ;

– lui demander de faire voir où se trouve dans la phrase un mot donné par l'adulte ;
– relire le début de la phrase, s'interrompre et demander à l'enfant d'indiquer le mot qui suit l'endroit où on s'est arrêté ;
– lui faire lire le dernier mot de la phrase (en lui demandant de le montrer), puis l'avant-dernier et ainsi de suite (lecture à reculons) ;
– masquer la phrase par une bande de papier et la démasquer progressivement pour qu'elle apparaisse mot par mot, puis, éventuellement, syllabe par syllabe. Faire relire ensuite de manière fluide ;
– suggérer à l'enfant de relire en commettant volontairement une erreur que l'adulte devra détecter : permutation, oubli ou ajout de mot, inversion de syllabe, changement de lettre… Puis inverser les rôles : c'est l'adulte qui se trompe et l'enfant qui détecte (sourire garanti) !

◗ S'il a un peu de mal, l'aider beaucoup

…

Texte extrait de Goigoux, R. & Cèbe, S. (2008). *Apprendre à lire à l'école. Tout ce qu'il faut savoir pour accompagner l'enfant.* Paris : Retz.

b) Ce texte, qui propose une praxéologie didactique conçue pour les parents, peut être regardé comme le fruit d'un travail d'ingénierie didactique. L'analyse qu'on peut en faire ici est une analyse *ex ante* (ou *a priori*). Je me contenterai, à cet égard, de reproduire le « corrigé » préparé à l'intention des candidats, précédé du rappel « qu'il n'existe pas *une* analyse didactique définitive d'une situation évoquée dans un texte ».

> Le texte examiné doit être considéré de deux points de vue solidaires. D'une part, ce texte est porteur d'un enjeu didactique possible pour les parents Y d'un enfant x élève de CP : son ambition est de nourrir un système autodidactique $S(Y\,;\,\varnothing\,;\,\partial)$, le symbole ∂ (« d rond ») désignant ici une certaine praxéologie didactique que les auteurs du texte s'efforcent de faire connaître aux parents concernés. Sur le fonctionnement possible du système $S(Y\,;\,\varnothing\,;\,\partial)$ afin d'excrire la praxéologie ∂ inscrite par les auteurs dans leur texte, celui-ci est muet : peut-être doit-on comprendre en ce cas que, pour ces auteurs, l'excription de ∂ ne devrait pas poser à Y de problème particulier. D'autre part, et conséquemment, le texte se réfère à un possible système didactique auxiliaire (SDA) du système didactique principal (SDP) qu'est une classe de CP. Ce SDA peut être écrit $S(x\,;\,Y\,;\,\heartsuit)$, où x est un enfant élève de CP et où Y sont ses parents. L'enjeu didactique ♥ est une certaine praxéologie de « relecture », $[T/\tau/\theta/\Theta]$, où le type de tâches T consiste à *dire* (à haute voix) *des phrases écrites déjà étudiées en classe*, tandis que la technique τ pour ce faire consiste « simplement » à *lire* ces phrases écrites. La praxéologie ∂ adressée à Y se veut alors une réponse à la question suivante : que peut faire Y s'il arrive

que x substitue à la technique τ une autre technique, τ^*, consistant, non pas à *lire* les phrases qui lui sont présentées de nouveau, mais à se les *remémorer* après les avoir « apprises par cœur » en classe ? Quelles conditions Y peut-il créer qui contraindraient x à lire réellement ces phrases ? Un premier ensemble de conditions consiste à imposer à x de dire la phrase « en pointant chaque mot avec son doigt » au fur et à mesure de sa lecture supposée, tandis que Y vérifie que x « associe bien le mot prononcé et le mot désigné ». Cette technique didactique (pour Y) contraint x à adopter une technique de lecture (où le doigt accompagne « le regard et la voix ») qui semble critiquée, sans doute comme trop naïvement mécaniste ; aussi les auteurs en proposent une justification, minimale au plan technologique, mais explicite – cette technique, avancent-ils, « met en scène de manière pertinente les relations entre oral et écrit, encore mal assurées en début d'année ». D'une manière générale, la technique didactique proposée à Y par les auteurs revient à changer momentanément *le type de tâches* T que x devra accomplir, de façon qu'une tâche t^* du nouveau type T^* ne puisse être accomplie si x n'effectue pas un certain repérage dans la phrase écrite, ce repérage étant lui-même censé ne pouvoir se réaliser qu'à travers la *lecture* par l'enfant d'une certaine partie de la phrase. Outre le type T_1^* déjà précisé, ils proposent successivement les types de tâches suivants : x doit montrer « où se trouve dans la phrase un mot donné par l'adulte » (T_2^*) ; Y lit à haute voix le début de la phrase puis s'interrompt, x devant alors montrer « le mot qui suit l'endroit où on s'est arrêté » (T_3^*) ; x doit lire la phrase « à reculons » en prononçant et en montrant simultanément le dernier mot, puis l'avant-dernier, etc. (T_4^*) ; Y dévoile progressivement les mots ou les syllabes dont la succession constitue la phrase et x doit les lire au fur et à mesure de leur dévoilement (T_5^*) ; x doit lire la phrase en commettant une erreur volontaire que Y devra identifier (T_6^*) ; Y doit lire la phrase en commettant une erreur volontaire que x devra identifier (T_7^*). À l'instar du type T lui-même, ces différents types de tâches participent du *moment du travail de la technique de lecture*, qu'ils mettent pour cela en jeu dans des conditions inhabituelles. De tels exercices de « lecture » peuvent paraître arides, comme l'est souvent le travail de la technique ; malgré cela, soulignent les auteurs, le type de tâches T_7^*, qui inverse les rôles habituels, devrait susciter une certaine jubilation chez x. Bien entendu, on peut toujours imaginer (même si une telle issue paraît très improbable) que la technique didactique préconisée ne vienne pas à bout de la propension de x, mis devant une tâche t du type T, à recourir à la technique τ^*, alors même que, par ailleurs, x aurait appris très rapidement à accomplir fort bien les tâches des types T_1^* à T_7^*.

c) À cette analyse j'ajouterai encore deux remarques. La première, fort brève, concerne le problème de l'*infrastructure* pour le SDA $S(x\,;\,Y\,;\,\heartsuit)$: tout d'abord, ce problème ne se pose pas s'agissant du matériel de phrases à utiliser puisque celui-ci est supposé provenir du SDP ; mais on n'oubliera pas une autre condition infrastructurelle, aujourd'hui assez largement vérifiée dans notre société, mais qui ne l'a pas toujours été : la capacité de Y à mettre en œuvre la praxéologie ∂ avec ses différents types de tâches T_i^* ($1 \leq i \leq 7$), ce qui suppose chez Y au moins un début d'alphabétisation en français. La seconde remarque ouvrirait sur des développements qui ne trouveront pas leur place ici : elle a trait à la notion de *genre* de tâches. « Calculer », « lire » renvoient en effet à des genres de tâches et, en l'espèce, à des genres sanctifiés par l'école de l'instruction obligatoire : chacun sait bien – tout le lui hurle ! – qu'il lui faut apprendre à « calculer », à « lire » et « à écrire », situation qui constitue une *contrainte* lourde sur la diffusion scolaire des praxéologies correspondantes. Il est vraisemblable qu'une telle contrainte en forme d'injonction insistante et incroyablement, violemment généralisante (que faut-il apprendre à calculer *au juste*, par exemple, quels types d'expressions numériques ?), qui émane de la société et se trouve reprise fermement par l'école, joue un rôle important – à la fois positif et négatif – dans l'écologie du didactique en matière de lecture. Par contraste il en va sans doute autrement pour d'autres *genres* de tâches, tel, par exemple, celui qu'exprime le verbe « catégoriser » (voir l'article à l'adresse http://www.educationprioritaire.education.fr/dossiers/maternelle/SylvieCebe_XYZep.pdf) : peut-être faut-il apprendre à « catégoriser », mais l'écologie de cet apprentissage est sans doute assez différente de celle de la lecture ou du calcul. Quoi qu'il en soit, l'obligation d'instruction et, corrélativement, l'offre praxéologique formulées en termes de verbes d'action (il faut apprendre à *nager*, à *chanter*, etc.), donc en termes de *genres* de tâches, crée des situations qui préfigurent les problèmes posés par un certain usage « moderne » de la notion de *compétence*. Je n'irai pas plus loin là-dessus aujourd'hui.

MATHÉMATIQUES EN JEU

1. De l'œuvre à l'outil : un exemple

a) J'ai parlé de paradigme de l'étude scolaire en distinguant d'une part le paradigme *de l'inventaire et de la visite* des savoirs (ou des œuvres), d'autre part le paradigme *de questionnement du monde*. Bien entendu, le questionnement du monde inclut le questionnement *des œuvres et des savoirs* : l'avènement du paradigme questionnant va ainsi de pair avec la revitalisation de l'étude (finalisée) des œuvres et des savoirs. C'est ce que j'ai exprimé un peu maladroitement (dans la séance 5 de ce séminaire) en notant que « le paradigme “inventoriant” *n'est nullement destiné à disparaître* avec l'émergence – encore à venir ! – du paradigme questionnant : car celui-ci suppose celui-là, qui en devient un organe clé ».

b) Pour qui a une formation mathématique, le risque n'est pas mince de *minorer* la place que peut prendre l'étude (toujours partielle, car toujours finalisée) d'œuvres *mathématiques* qui se trouvent impliquées par une enquête donnée ou un type donné d'enquêtes. Pour augmenter le relief de cette remarque, je prendrai ici une comparaison avec une discipline autre que les mathématiques. J'ai évoqué lors de la dernière séance la question de la *biodiversité* – en quoi consiste-t-elle et à quoi est-elle due ? Je me réfèrerai ici à un ouvrage signé d'un spécialiste, Alain Pavé, paru en 2007 (chez EDP Sciences) sous le titre *La nécessité du hasard*, avec ce sous-titre prometteur : « Vers une théorie synthétique de la biodiversité ». Pour en préciser le propos, je reproduis d'abord un extrait de la 4e de couverture.

> Le hasard est essentiel aux systèmes vivants et à leur évolution. C'est un facteur externe, mais aussi et surtout le produit de mécanismes internes ; on le retrouve à tous les niveaux d'organisation du monde vivant, du gène à la biosphère.
>
> Alain Pavé nous montre comment ces mécanismes internes, véritables roulettes biologiques et écologiques, de nature déterministe, fonctionnent dans des domaines chaotiques en produisant des résultats de type aléatoire. Face à un environnement changeant, imprévisible et souvent agressif, ils engendrent la diversité qui permet aux organismes, aux populations ou aux écosystèmes de subsister, de s'adapter et d'évoluer. Ces mécanismes sont aussi des produits de l'évolution.
>
> C'est à ce prix que la vie a pu se maintenir sur notre planète : **le hasard n'est pas subi, il est tout simplement nécessaire à la vie.**

On découvre ainsi, en passant, qu'il existerait un lien organique entre le concept de biodiversité et certaines notions mathématiques. Mais je reproduis maintenant un bref passage de l'ouvrage lui-même. J'imagine que le lecteur « simplement » mathématicien se dira, à le lire, qu'il serait bon pour en saisir le détail, d'avoir *une certaine* connaissance « de la génétique ».

> Chez certains micro-organismes, des gènes, appelés gènes SOS, sont dévolus à la réparation des mutations ponctuelles. Mais ils peuvent voir leur activité changer et au contraire accélérer les modifications. Ce changement d'activité, qui peut être de plusieurs ordres de grandeur (multiplié par 10, 100, 1000 voire même 1 million) s'observe lorsque ces organismes sont plongés dans des milieux hostiles. Cette accélération conduit à élever la fréquence des mutations et ainsi à accroître rapidement la diversité génétique de la population. Il en résulte une augmentation de la probabilité d'apparition d'un variant résistant ou même adapté au milieu.

> Il existe aussi des mécanismes d'échange d'ADN entre cellules bactériennes, en particulier de morceaux d'ADN : les facteurs F (dits de fertilité), appelés plus généralement des épisomes, dont l'intégralité ou seulement une partie peuvent s'intégrer au chromosome bactérien et inversement s'en extraire. Ils sont dupliqués avec le génome. Les plasmides sont des unités circulaires d'ADN, qui se répliquent de façon autonome et qui ne s'intègrent pas dans le chromosome bactérien. Des échanges avec le chromosome bactérien sont cependant possibles, par exemple par des mécanismes de type *« crossing-over »*. Ces mécanismes sont une source importante de variabilité génétique et c'est par l'intermédiaire des plasmides que passent des gènes de résistance aux antibiotiques. (pp. 40-41)

Cette « certaine connaissance » de la génétique suppose une infrastructure spécifiquement conçue et en particulier, ici, une *(ré-)élémentation* appropriée des connaissances en génétique, facilitant leur diffusion auprès des publics concernés. Mais, même dans ces conditions, on ne doit pas espérer que l'intégration praxéologique utile sera peu coûteuse du point de vue didactique ! Les œuvres apparaissent ainsi comme des conditions et des contraintes du travail d'enquête.

2. De l'outil à l'œuvre : un exemple aussi

a) Les œuvres existantes appellent ainsi fréquemment un travail à nouveaux frais pour devenir des outils au service d'une enquête donnée. Lorsque, par contraste, une œuvre est abandonnée à certains usages limités et, ainsi, se monumentalise, elle subira des évolutions trahissant ce semi-abandon. À ce propos, Éric Hakenholz m'a adressé une « petite question » qui a trait à un court passage d'un article qui n'aura pas paru dans un mensuel qui n'y aura pas survécu (je plaisante, bien sûr), je veux dire le *Monde de l'éducation*, article que j'ai présenté dans le cadre de la première séance de ce séminaire ; voici le passage en question.

> Tout adulte sait dire à un enfant qui découvre son monde : « C'est un lézard », « C'est un hélicoptère », « C'est un manifestant », « C'est un journaliste ». On vous a dit : « C'est une expression algébrique. » (On dit plutôt, au collège, « littérale » : la manœuvre n'est pas innocente ; mais passons.)

Voici ce qu'Éric écrit alors :

> J'aurai voulu savoir ce que tu entends par « pas innocente ». Est-ce simplement la volonté en collège de ne pas avoir à se frotter au terme « algébrique » ? À vrai dire, comme je pense qu'il y a sûrement une autre

raison à ce que tu qualifies de « manœuvre », je préfère te contacter pour te poser la question !

b) Je m'arrête d'abord un instant sur le *fait* que je commente dans l'article cité : l'usage de « calcul *littéral* » là où on pourrait attendre « calcul *algébrique* ». Le texte intitulé *Le socle commun des connaissances et des compétences* qu'officialise le décret nº 2006-830 du 11 juillet 2006 (on le trouvera à l'adresse http://media.education.gouv.fr/file/51/3/3513.pdf) ne contient pas les mots *algèbre* ou *algébrique*. Voici en revanche ce qu'on peut y lire.

Les élèves doivent connaître :
- pour ce qui concerne les nombres et le calcul
  - les nombres décimaux, les nombres relatifs, les fractions, les puissances (ordonner, comparer) ;
  - les quatre opérations et leur sens ;
  - les techniques élémentaires du calcul mental ;
  - les éléments du **calcul littéral** simple (expressions du premier degré à une variable) ;
  - le calcul de la valeur d'une **expression littérale** pour différentes valeurs des variables ;
  - les identités remarquables ;
- pour ce qui concerne l'organisation et la gestion de données et les fonctions :
  - …

Si on l'a oublié, je rappelle que l'infortune de la référence à l'algèbre dans les programmes de collège est ancienne : l'algèbre élémentaire a jadis été phagocytée en grande partie par la rubrique des « travaux numériques », le reste entrant dans la rubrique « Organisation et gestion de données. Fonctions ». Si donc il existait bien, à côté des « travaux numériques », des « travaux géométriques », on ne voyait nulle part mentionnée la notion de « travaux algébriques », bien que les programmes de mathématiques du collège aient continué d'employer parcimonieusement « algèbre » et « algébrique ». Dans les programmes parus dans le *BOEN* spécial nº 6 du 28 août 2008 qui entreront en vigueur à partir de la rentrée 2009, j'ai relevé (sauf erreur) l'ensemble des occurrences de ces termes ; les voici (voir http://media.education.gouv.fr/file/special_6/52/5/Programme_math_33525.pdf).

☛ Sur deux points importants, le socle commun se démarque de façon importante du programme :
– dans le domaine du calcul littéral, les exigences du socle ne portent que sur les expressions du premier degré à une lettre et ne comportent pas les

techniques de **résolution algébrique** ou graphique de l'équation du premier degré à une inconnue ;

☛ – assimiler progressivement le **langage algébrique** et son emploi pour résoudre des problèmes (en particulier distinguer égalité, identité et équation).

☛ L'acquisition des priorités opératoires est un préalable au **calcul algébrique**.

☛ Les règles de suppression de parenthèses à l'intérieur d'une **somme algébrique** sont étudiées en classe de quatrième.

☛ *En particulier, la suppression des parenthèses dans une **somme algébrique** est étudiée.*

☛ *La détermination d'un antécédent à partir de **l'expression algébrique** d'une fonction n'est exigible que dans le cas des fonctions linéaires ou affines.*

☛ *– Déterminer **l'expression algébrique** d'une fonction linéaire à partir de la donnée d'un nombre non nul et de son image.*

☛ C'est en développant notamment des activités où le calcul littéral présente du sens et où il reste simple à effectuer que l'on amène l'élève à recourir à **l'écriture algébrique** lorsqu'elle est pertinente.

☛ *– Factoriser des **expressions algébriques** dans lesquelles le facteur est apparent.*

☛ ***Résoudre algébriquement** un système de deux équations du premier degré à deux inconnues admettant une solution et une seule ; en donner une interprétation graphique.*

☛ Les activités de comparaison d'aires d'une part, et de volumes d'autre part, de figures ou d'objets obtenus par agrandissement ou réduction, sont, en particulier, autant d'occasions de manipulations de formules et de transformations d'**expressions algébriques**.

Malgré cela, l'adjectif « littéral » semble aujourd'hui préféré dans l'usage des classes. Consulté le 2 juillet 2009 vers midi, le moteur de recherche Google annonçait ainsi 5360 résultats pour la requête **"calcul algébrique" collège** mais 14 800 pour **"calcul littéral" collège**.

c) Je reviens à la question qui m'est posée : pourquoi ai-je désigné le recours dominant à l'adjectif « littéral » et la mise à l'écart corrélative de l'adjectif « algébrique » comme une « manœuvre », qui plus est « non innocente », autrement dit coupable ? Je n'entrerai pas ici dans une digression historique pour rappeler, d'abord, que le « langage algébrique » n'est pas que « littéral » : il comporte surtout les signes opératoires (+, −, ×, etc.) et des signes prédicatoires, tel le signe d'égalité, qui n'entraient pas dans l'ancienne arithmétique. Du même coup, il en découle qu'une expression « algébrique » *ne comporte pas nécessairement de « lettres »*. De cela témoigne, au reste, la vieille expression de « somme algébrique », toujours employée officiellement : ainsi l'expression « numérique » 3 – 7 + 2, où ne figure aucune *lettre*, est-elle une somme *algébrique*, qui s'effectue dans l'ensemble de ce qu'on a longtemps appelé les « nombres algébriques » (devenus ultérieurement nombres « relatifs »). En vérité, au lieu de « calcul algébrique », on pourrait parler ici de calcul *symbolique*, les symboles en question étant ceux... de l'algèbre. Cela noté, l'emploi de « littéral » aujourd'hui en lieu et place de l'adjectif « algébrique » apparaît solidaire d'une évolution qui, en quelques décennies, a gommé l'apport essentiel de l'algèbre élémentaire, alors même que les programmes encore en vigueur, par la promotion donnée à la notion de *programme de calcul*, ont tenté de réagir contre cette dévitalisation de l'algèbre enseignée. C'est du moins cela que je voudrais tenter d'expliciter sommairement dans ce qui suit.

d) Considérons le programme de calcul « rhétorique » suivant : « Tu prends le prix qui est marqué, tu le multiplies par 11 et ce que tu trouves tu le divises par 100 ; tu retranches alors le nombre que tu trouve au prix qui est marqué. » L'expression *symbolique* – algébrique – de ce programme de calcul ne fait intervenir qu'une « lettre », x, pour désigner « le prix qui est marqué » ; il s'écrit par exemple ainsi : $x - (x \times 11) \div 100$. Quand on connaît un tant soit peu le *calcul algébrique*, on peut calculer d'abord que l'on a

$$(x \times 11) \div 100 \equiv 0{,}11\ x$$

et qu'il vient donc : $x - (x \times 11) \div 100 \equiv x - 0{,}11\ x = 0{,}89\ x$. L'expression algébrique $0{,}89\ x$ à laquelle on parvient, quant à elle, exprime le programme de calcul suivant, dont on vient de prouver qu'il est *équivalent* au programme énoncé initialement : « Tu prends le prix qui est marqué et tu le multiplies par 0,89. » Par exemple, si le prix est de 109 (euros), le programme de calcul « retourne » 97,01 (euros). On a ici parcouru le chemin suivant :

Programme de calcul rhétorique
↓
Expression algébrique du programme
↓
Calcul de l'expression algébrique
↓
Programme de calcul équivalent au programme initial

Par contraste, parler de calcul *littéral* c'est accepter les inconvénients des avantages que l'on cherche à obtenir. D'abord, il est vrai, cela permet de ménager aux élèves un passage « en douceur » (culturellement), y compris au plan linguistique, du calcul *numérique* au calcul *« littéral »*, en faisant *comme si* celui-ci n'était qu'un prolongement du calcul numérique – il se fait « avec des lettres, pas seulement avec des nombres ». Mais, du même mouvement, cela fait *rater* la (re)conceptualisation qui permettrait de regarder une formule numérique, telle par exemple $109 - (109 \times 11) \div 100$, comme l'expression *algébrique* – quoique *sans lettres* – d'un programme de calcul qu'on peut généraliser par l'expression algébrique $x - (x \times a) \div 100$ par exemple, ou même par $x - (x \times a) \div b$, expression (que l'on trouvera) équivalente à $x(1 - a \div b)$ ou $x\left(1 - \frac{a}{b}\right)$. La continuité douce du calcul « numérique » au calcul « littéral » se réalise ainsi souvent au prix du refoulement de la *dialectique entre programmes de calcul et expressions algébriques*. Elle gêne en outre la création de *l'outil clé de cette dialectique*, le *calcul algébrique* lui-même. Le calcul *arithmétique* conduit en effet à écrire ceci : $109 - (109 \times 11) \div 100 = 109 - 1199 \div 100 = 109 - 11{,}99 = 97{,}01$. Par contraste, c'est le calcul *algébrique* qui conduit à écrire ce que voici : $109 - (109 \times 11) \div 100 = 109 - 109 \times (11 \div 100) = 109 - 109 \times 0{,}11 = 109(1 - 0{,}11) = 109 \times 0{,}89$. Ce dernier calcul, en effet, ne fait qu'« instancier » le calcul algébrique qui en est le vrai ressort, à savoir

$$x - (x \times a) \div b = x - x \times (a \div b) = x - x \times \frac{a}{b} = x\left(1 - \frac{a}{b}\right).$$

L'usage de « littéral » en lieu et place du mot approprié – « algébrique » – tend à faire apparaître un « outil » improbable (à quoi sert-il au juste ?), le calcul « littéral », dont la raison d'être est ainsi largement gommée, en même temps qu'il apparaît comme une simple généralisation formelle (« Des lettres en plus des nombres ») du calcul arithmétique, alors que, en vérité, il est un *nouveau calcul*, qui intègre le calcul arithmétique en lui donnant une vie élargie.

e) Il me semble utile d'ajouter un développement sur l'usage qui fut *traditionnel*, en algèbre élémentaire, de l'adjectif « littéral ». Dans son *Traité élémentaire d'algèbre* (22^{e} édition, s.d.), Félicien Girod consacre le premier chapitre du premier livre à des « Notions préliminaires ». Selon l'usage, il part d'un problème : *Trouver trois nombres dont la somme soit* 164*, tels que le second surpasse le premier de* 14 *et que le troisième soit la somme des deux premiers*. Il en donne d'abord la « solution », tout court, c'est-à-dire la solution « par l'arithmétique » ; puis il passe à une « solution plus simple par l'emploi de signes », en quoi nous reconnaîtrions une solution « par l'algèbre » : si le premier nombre est x, le second est $x + 14$ et le troisième est $x + (x + 14)$; on obtient ainsi, après calcul algébrique, l'équation $4x + 28 = 164$, dont la solution est

$$x = \frac{164 - 28}{4} = \frac{136}{4} = 34,$$

ce qui fournit les trois nombres cherchés : 34, 34 + 14 = 48, 34 + 48 = 82. Mais – très classiquement – l'auteur considère alors une *troisième* solution, qu'il introduit ainsi.

Imperfection de la deuxième solution. – Emploi des lettres dans l'énoncé du problème. – La seconde méthode, déjà bien supérieure à la première, n'est cependant pas encore parfaite. Elle fournit, en effet, un résultat isolé, dont rien ne révèle l'origine ; les données ont disparu dans les réductions successives que l'on a faites pour découvrir l'inconnue, et l'on est obligé de recommencer le même raisonnement pour résoudre tout autre problème analogue ne différant du premier que par les valeurs des nombres contenus dans 1'énoncé.

Mais si l'on représente les nombres par des lettres, les calculs ne peuvent plus s'effectuer et le résultat obtenu fournit la marche à suivre pour résoudre tous les problèmes qui ne diffèrent que par la valeur numérique des données.

L'énoncé du problème prend alors la forme générale suivante : *Trouver trois nombres dont la somme soit* S, *tels que le deuxième surpasse le premier de* a *et que le troisième soit la somme des deux premiers.*

L'algèbre donne là sa pleine mesure : le premier nombre étant x, le deuxième est $x + a$ et le troisième $x + (x + a) = 2x + a$, en sorte que l'on doit avoir

$$x + (x + a) + (2x + a) = S$$

soit $4x + 2a = S$, ce qui donne après calcul :

$$x = \frac{S - 2a}{4}.$$

L'auteur commente ce résultat : « Une telle expression, qui indique la série des opérations à faire sur les données pour trouver l'inconnue est une **formule**. Elle contient la solution de tous les problèmes de même nature. »

f) Les « lettres », ici, ce sont a et S. L'expression $x + (x + a) + (2x + a)$ est une expression « littérale » à cause de la présence de a et S et l'équation

$$x + (x + a) + (2x + a) = S$$

est de même une équation « littérale ». Sur ce modèle, dans son livre *Pour comprendre l'algèbre* (1926), l'abbé Théophile Moreux résout d'abord le problème suivant : « Partager 77 en deux parties telles que la somme des quotients de l'une par 8 et de l'autre par 5 soit égale à 13. » Puis, sous l'intitulé *Solution générale avec des lettres*, il le généralise en ces termes : « Partager un nombre n en 2 parts, de manière que la somme des quotients de l'une par a et de l'autre par b soit égale à c. » En désignant par x la première part, l'équation s'écrit

$$\frac{x}{a} + \frac{n - x}{b} = c.$$

La résolution de cette équation donne : $x = \dfrac{a(bc-n)}{b-a}$. L'auteur s'engage alors dans le calcul de la seconde part, soit $n - \dfrac{a(bc-n)}{b-a}$; mais il met en garde son lecteur : « Le lecteur peut négliger ce numéro à une première lecture, car les transformations deviennent ici un peu plus difficiles à saisir. » On a en effet ceci.

$$n - \frac{a(bc-n)}{b-a} = \frac{bn-an}{b-a} - \frac{a(bc-n)}{b-a} = \frac{bn-abc}{b-a} = \frac{b(n-ac)}{b-a}.$$

Tout cela est alors nouveau et l'auteur n'épargne pas sa peine pour montrer à son lecteur le « travail algébrique » raisonné et soigneux que ce calcul suppose, comme on le verra sur le document ci-après.

62 POUR COMPRENDRE L'ALGÈBRE

Le lecteur peut négliger ce numéro à une première lecture, car les transformations deviennent ici un peu plus difficiles à saisir.

Nous avons vu que :

$$x = \frac{a\,(bc-n)}{b-a}$$

ou :

$$x = \left[\frac{abc-an}{b-a}\right]$$

C'est toute cette expression entre parenthèses qu'il faut retrancher de n pour avoir la valeur de $n-x$, c'est à dire qu'on aura :

$$n - \left[\frac{abc-an}{b-a}\right]$$

Voilà la 2e part. Réduisons n au même dénominateur que la partie entre parenthèses; il suffira de multiplier n par $\frac{b-a}{b-a}$, car nous avons vu en arithmétique (v. 1re leçon) que pour réduire 5 en quarts, je suppose, il suffit de multiplier 5 par l'unité ou $\frac{4}{4}$ et l'on a $\frac{5\times 4}{4}$. D même ici, $b-a$ étant le dénominateur, l'unité sera $\frac{b-a}{b-a}$; donc, à la place de n, nous aurons :

$$n \times \frac{b-a}{b-a} \quad \text{ou} \quad \frac{n\,(b-a)}{b-a} \quad \text{ou} \quad \frac{nb-an}{b-a}$$

et finalement :

$$n - \left[\frac{abc - an}{b - a}\right] = \left[\frac{nb - an}{b - a}\right] - \left[\frac{abc - an}{b - a}\right] = \frac{(nb - an) - (abc - an)}{b - a}$$

J'ai mis $b - a$ en dénominateur commun, comme si j'avais dit :

$$\frac{5}{4} + \frac{6}{4} = \frac{5 + 6}{4}$$

et *je n'ai pas supprimé les dénominateurs*, comme nous l'avions fait bien des fois, parce que je n'ai pas ici une équation, mais une simple différence des deux fractions à évaluer.

70. Voyons d'abord à transformer le numérateur :

$$(nb - an) - (abc - an).$$

Je remarque que de $nb - an$ il faut *enlever* $abc - an$. J'enlève d'abord abc. Ici, pas de difficultés, il me suffira d'écrire :

$$nb - an - abc,$$

c'est à dire d'*ajouter* abc en mettant le signe de la soustraction. $nb - an$ est bien diminué de abc dans l'expression précédente; mais il faut maintenant enlever encore $- an$, c'est à dire une quantité négative, puisque an a le signe —.

Rappelez-vous l'exemple des dettes (nº 9), car, enlever une dette, c'est ajouter quelque chose à son avoir. Oter moins 3 fr. d'un avoir, c'est en somme payer une dette, donc ajouter, si bien que toutes les fois que nous aurons *à retrancher une quantité néga-*

64 POUR COMPRENDRE L'ALGÈBRE

tive, c'est à dire affectée du signe —, nous aurons bien soin de changer son signe — en signe +, et c'est ainsi que

$$nb - an - (abc - an)$$

deviendra : $nb - an - abc + an$.

Dans cette dernière expression, je remarque que j'ai à la fois $-an$ et $+an$, ces deux quantités se détruisent et il ne reste que

$$nb - abc,$$

mettant b en facteur commun puisqu'il multiplie n et $-ac$, j'aurai finalement : b qui multiplie $n - ac$, ce qui s'écrit : $b\,(n - ac)$

Voilà pour le numérateur. Ajoutons le dénominateur $a - b$ au dessous et nous aurons la valeur de la seconde part que nous avons obtenue en retranchant x de n.

Donc : $n - x$ ou 2e part $= \dfrac{b\,(n - ac)}{b - a}$

Ainsi :

1re part :	2e part :
$\dfrac{a\,(bc - n)}{b - a}$	$\dfrac{b\,(n - ac)}{b - a}$

Ces deux expressions offrent une certaine symétrie dans la forme et sont faciles à retenir.

71. *Quel nombre faut-il ajouter aux deux termes de la fraction 23/40 pour qu'elle devienne égale à 2/3 ?*

Un dernier mot, enfin, sur l'histoire de cette algèbre élémentaire « de plein exercice » : je l'emprunte au livre classique de D. E. Smith, *History of Mathematics* (vol. II, 1953).

> **Literal Equations.** The equations considered by the ancient and medieval writers were numerical. Even the early Renaissance algebraists followed the same plan, their crude symbolism allowing no other. It was not until the close of the 16th century that the literal equation made its appearance, owing largely to the influence of the new symbolism invented by Vieta and his contemporaries. For example, Adriaen van Roomen published in 1598 a commentary on the algebra of al-Khowarizmi in which he distinguished between two types of equation, the *numerosa* and the *figurata.* The former was applied to problems with numerical data, while the latter resulted in general formulas. Van Roomen asserts that writers on algebra up to his time used the *numerosa* method only, whereas he was the first to use the *figurata* one, although as a matter of fact Vieta seems to have preceded him. The actual dates of invention, but not of publication, are, however, obscure. (p. 435)

Derrière l'usage de « littéral » en lieu et place d'« algébrique », il y a ainsi l'effacement de toute cette histoire et, plus encore, de ce qu'elle a produit d'utile. Par cet effacement, l'adjectif « littéral » devient disponible, contre « algébrique », justement parce que l'algébrique se trouve amputé de ce qui était le « littéral » (au sens traditionnel), qui devrait lui donner sa pleine puissance. Le « calcul littéral » dont on parle alors au collège est ainsi un usurpateur coupé de ses racines et qui apparaît trop souvent comme un jeu formel sans rime ni raison.

3. Enquêtes et mathématiques

a) L'exemple tiré de l'ouvrage d'initiation de Th. Moreux met en scène une technique d'étude finalisée d'un savoir – ici, l'étude du calcul algébrique. On part d'un problème qui se traduit par une équation « numérique », on en généralise l'énoncé par l'introduction de « lettres », ce qui conduit à une équation « littérale », on résout l'équation pour obtenir des *formules* donnant la solution en fonction d'un ou plusieurs *paramètres*, les « lettres ». Et c'est dans ce processus d'étude que l'on se trouve confronté à des problèmes de calcul algébrique, notamment, ici, au calcul de l'expression algébrique littérale

$$n - \frac{a(bc-n)}{b-a}.$$

Repartons du problème « numérique » proposé : « Partager 77 en deux parties telles que la somme des quotients de l'une par 8 et de l'autre par 5 soit égale à 13. » On peut imaginer que ce problème soit engendré par la situation suivante : on dispose de 77 euros à partager entre 13 personnes en « prix » de 8 euros et de 5 euros ; combien de « prix » de 8 euros et combien de prix de 5 euros peut-on distribuer ? Dans le cas de l'énoncé de départ, on prend pour inconnue le montant x distribué en prix de 8 euros : on aboutit ainsi à l'équation

$$\frac{x}{8} + \frac{77 - x}{5} = 13$$

qui se généralise en : $\frac{x}{a} + \frac{n - x}{b} = c$. Mais on pourrait aussi prendre pour inconnue le nombre X de prix de 8 euros ; celui de 5 euros est donc $13 - X$ et, plus généralement, $c - X$; l'équation s'écrit alors

$$8X + 5(13 - X) = 77$$

ou, plus généralement, $aX + b(c - X) = n$. Cette dernière équation a pour solution

$$X = \frac{n - bc}{a - b}.$$

On doit ensuite calculer $c - X$, ce qui donne

$$c - X = c - \frac{n - bc}{a - b} = \frac{ac - bc}{a - b} - \frac{n - bc}{a - b} = \frac{ac - n}{a - b}.$$

À nouveau, on est confronté ici à un calcul *non trivial pour des débutants*. La raison d'être ou, du moins, *une* raison d'être du calcul algébrique *est là*. Par contraste, ce qu'il en survit au collège sous le nom de calcul *littéral* fait songer à un aéroport apparemment entretenu mais dont aucun avion ne décolle plus depuis longtemps.

b) Comment poser *la* question des mathématiques ? (Nous verrons en fait que les éléments de réponse avancés vaudront aussi, *mutatis mutandis*, pour d'autres savoirs.) On a illustré ci-dessus une des quatre problématiques de la didactique, la problématique *de base* : si, en effet, on désigne par $\wp_0$ les praxéologies du calcul algébrique, on a mis en évidence – à travers la tradition la plus classique – un ensemble C de conditions vérifiant (sous des contraintes K_0 appropriées et pour une instance U_0 idoine) la relation

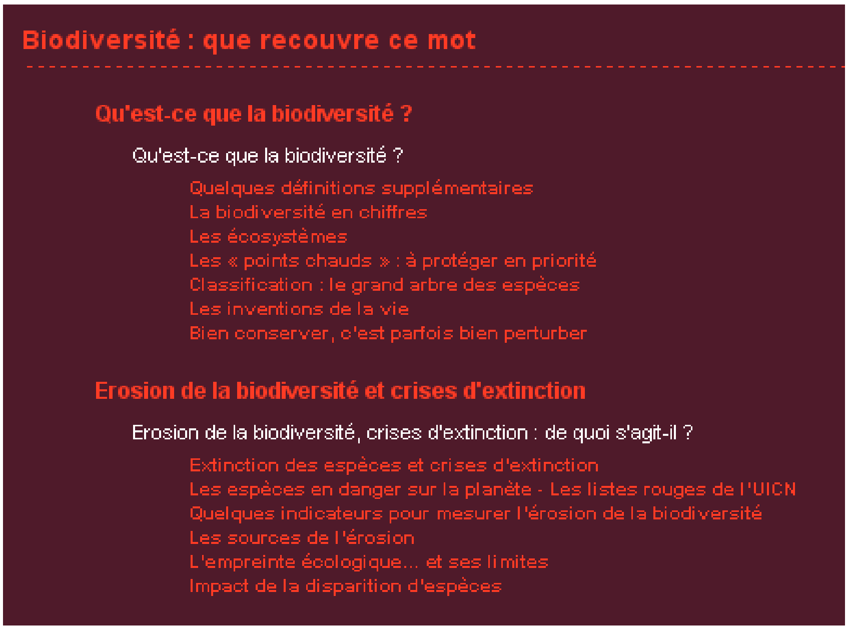
$$\Re\vee\partial(K_0, C, \wp_0, U_0)$$

qui est, au fond, on l'a dit, la seule problématique familière au monde enseignant. Mais la problématique *première* est cependant la problématique que nous avons appelée, pour cela, *primordiale*, qui conduit à étudier un ensemble $\{ \wp \ / \ \Im(\wp, \Pi_0, U_0) \}$, écriture où je rappelle que le symbole $\Im$

signifie « utile ou indispensable ». Je rappelle ici les quatre problématiques que nous envisagées.

Problématique *de base* : $\{ C \,/\, \Re\vee\partial(K_0, C, \wp_0, U_0) \}$.	Problématique *primordiale* : $\{ \wp \,/\, \Im(\wp, \Pi_0, U_0) \}$
Problématique *possibiliste* : $\{ \wp \,/\, \Re\vee\partial(K_0, C_0, \wp, U_0) \}$	Problématique *interventionniste* : $\{ \Pi \,/\, \Im(\wp_0, \Pi, U_0) \}$

Quand on inscrit son travail dans la problématique primordiale, le premier principe heuristique qu'il convient de mettre en œuvre est celui-ci : les praxéologies $\wp$ vérifiant $\Im(\wp, \Pi_0, U_0)$ sont, pour nombre d'entre elles, *inapparentes dans les exposés* touchant Π_0, en particulier parce que, s'agissant notamment des praxéologies *mathématiques*, elles en ont été *refoulées* parfois depuis longtemps *dans la généalogie de l'exposé*. Je prendrai ici un exemple déjà rencontré, celui de l'enquête sur la question d'un « programme d'études » de la biodiversité, évoquée lors de la séance 7. Nous avions retenu alors, dans ledit programme, la question des « *indicateurs* de biodiversité ». Nous avions rencontré cette dernière expression dans le dossier *biodiversité !* « du CNRS » mentionné alors. L'enquête sur « les mathématiques utiles » pourrait partir de là, et plus précisément de la table des matières que je reproduis ci-après (http://www.cnrs.fr/cw/dossiers/dosbiodiv/index.php?pid=plan-site).



En cliquant sur « Quelques indicateurs pour mesurer l'érosion de la biodiversité », on arrive à ceci.

Quelques indicateurs pour mesurer l'érosion de la biodiversité

- Mesurer l'érosion de la biodiversité
- Indice d'abondance
- Le taux d'extinction
- L'indice « Liste Rouge »
- Les indicateurs « Oiseaux communs »

Quand on clique alors sur « Mesurer l'érosion de la biodiversité », on arrive à un texte d'où est bannie toute référence mathématique apparente ; le voici.

> Les indicateurs dans le monde de la biologie sont très variés. Certains d'entre eux permettent de définir l'état d'un milieu en fonction de la présence et de la santé des espèces animales ou végétales qui y vivent. C'est par exemple le cas de l'état des truites dans les réservoirs d'eau, qui indique sa potabilité ; ou bien le chant des rossignols dans les mines de charbon, qui renseigne sur la teneur de l'air en grisou (méthane) ; ou encore l'état physiologique des foies de poissons, signe de la pollution chimique globale de l'eau de mer…
>
> D'autres indicateurs servent à apprécier « l'état de santé » de la biodiversité. Cependant, une grande partie de celle-ci reste encore inconnue. En effet, même si plus de 1,7 million d'espèces (1) ont été découvertes jusqu'à maintenant, certains scientifiques estiment [à] plusieurs millions le nombre total d'espèces sur Terre.
>
> Il faut souligner que l'état de la biodiversité ne « se mesure pas » comme on mesure une distance. De nombreux paramètres interviennent (nombre d'espèces, maintien ou baisse de la diversité génétique au sein d'une même espèce, de la taille des populations ; interactions entre populations et habitats ; position dans la chaîne alimentaire, etc.) et les scientifiques ne peuvent pas définir un indicateur unique de la biodiversité regroupant tous ces paramètres. C'est pourquoi plusieurs indicateurs sont nécessaires pour mesurer son érosion.
>
> ---
>
> (1) 1 749 577 espèces recensées en 2006 d'après Lecointre G., Le Guyader H., 2006. *Classification phylogénétique du vivant* (3e édition). Belin Science édition.

On saisit l'insistance du texte sur les aspects culturellement « biologiques » (l'état physiologique des foies de poissons), voire « naturalistes » (truites, rossignols). Il s'agit là, semble-t-il, d'une loi d'airain : quand un exposé – non savant – s'inscrit dans un champ disciplinaire donné, il tend à mettre en avant les objets regardés comme *emblématiques de ce champ* et à refouler ceux qui ne le sont pas, les objets mathématiques en particulier. Mais poursuivons. La page examinée comporte une rubrique « Sources de l'article ». Celle-ci fait apparaître tout d'abord l'ouvrage déjà mentionné en note, la *Classification phylogénétique du vivant* de Guillaume Lecointre et Hervé Le Guyader ; puis est référencé l'article suivant : « Cahier de l'IFB "Quels indicateurs pour la gestion de la biodiversité ?", Harold Levrel, 2007. » Cet article se trouve être accessible en ligne (http://www.gis-ifb.org/content/download/1961/10169/version/9/file/IFB_Indicateurs_Biodiversit%C3%A9_Fr.pdf) : long de 99 pages, publié dans les *Cahiers* de l'Institut français de la biodiversité (IFB), il ne contient lui-même aucune référence à un usage quelconque des mathématiques, hormis dans le passage suivant.

> La principale différence entre les savoirs profanes et les savoirs experts concerne leur origine : des *connaissances tacites* pour les premiers et des *connaissances explicites* pour les seconds (Cowan et Foray, 1998). La différence entre ces deux formes de connaissances est liée au niveau de codification sur lequel elles reposent. Les connaissances explicites sont basées sur un niveau de codification important – livres, données statistiques, **modèles mathématiques** – qui permettent de les formaliser. Les connaissances tacites appartiennent souvent au monde des représentations sociales, du savoir-faire et de l'expérience. Elles sont donc difficiles à formaliser et considérées comme « subjectives ».

La notion de « codification », qui aplatit le rôle des modèles mathématiques dans le travail de *constitution* des concepts, pourrait être interrogée, mais ce serait une autre question – l'auteur renvoie ici à un travail de Dominique Foray et Robin Cowan intitulé « Économie de la codification et de la diffusion des connaissances » (publié à l'origine en anglais dans la revue *Industrial and Corporate Change*) qui s'inscrit dans le champ du *knowledge management*. Si l'on poursuit l'examen des sources des autres sous-rubriques, on arrive cependant à une référence « savante » (Butchart et al., 2005, "Using Red List Indices to measure progress towards the 2010 target and beyond", *Philosophical Transactions of the Royal Society B.*, nº 360, pp. 255-268), qui se révèle être accessible en ligne, et où le calcul des *Red List Indices* (RLI) fait notamment l'objet du développement suivant (http://rstb.royalsocietypublishing.org/content/360/1454/255.full).

further details). Mathematically, the method can be described as follows: where T is total score, $N_{c(t_i)}$ is the number of species in category c at time t_i, where t_i is the year of the i-th assessment (assessments are not necessarily made every year); W_c is the weight for category c; P is proportional genuine change; I_{t_i} is the value of the index at time t_i; Cat(t_i,s) is the category of species s at time t_i; W_c is the weight for category c; G_s=1 if the change (from $t_{(i-1)}$ to t_i) in category of species s is genuine (otherwise G_s=0).

$$T_{t_i} = \sum_c W_c N_{c(t_i)},$$

$$P_{t_i} = \sum_s [(W_{c(t_i,s)} - W_{c(t_{i-1},s)})G_s]/T_{t_{i-1}},$$

$$I_{t_i} = I_{(t_{i-1})}(1 - P_{t_i}),$$

where $I_{t_{i-1}} = 100$ for the first year of assessment.

Ainsi donc, derrière les indicateurs de biodiversité, il y a bien des mathématiques, si simples soient-elles… Un accès direct à ces dernières est offert par exemple dans l'article "Diversity index" de l'encyclopédie *Wikipedia*, dont je reproduis ci-après une partie seulement.

Simpson's diversity index

If p_i is the fraction of all organisms which belong to the i-th species, then **Simpson's diversity index** is most commonly defined as the statistic

$$D = \sum_{i=1}^{S} p_i^2$$

This quantity was introduced by Edward Hugh Simpson.

If n_i is the number of individuals of species i which are counted, and N is the total number of all individuals counted, then

$$D = \sum_{i=1}^{S} \frac{n_i(n_i - 1)}{N(N - 1)}$$

is an estimator for Simpson's index for sampling without replacement.

Note that $0 \leq D \leq 1$, with values near zero corresponding to highly diverse or heterogeneous ecosystems and values near one corresponding to more homogeneous ecosystems. Biologists who find this confusing sometimes use $1/D$ instead; confusingly, this reciprocal quantity is also called Simpson's index. Another response is to redefine Simpson's index as

$$\widetilde{D} = 1 - D = 1 - \sum_{i=1}^{S} p_i^2$$

This quantity is called by statisticians the index of diversity.

In sociology, psychology and management studies the index is often known as Blau's Index, as it was introduced into the literature by the sociologist Peter Blau.

Avec cela, nous touchons donc du doigt un phénomène *banal mais essentiel* quant au destin institutionnel et culturel des mathématiques hors des institutions qui ne se veulent pas « vouées » aux mathématiques.

c) Je serai enclin à schématiser en trois moments le « travail » – ou plutôt *les travaux* – que peut appeler une enquête sur une question Q donnée :

1) s'efforçant de lever le *refoulement* toujours possible de praxéologies $\wp$ d'une certaine « nature » (mathématique ou autre), un premier moment de l'enquête voit celle-ci porter sur l'ensemble $\Im(\wp, \Pi_0, U_0)$, où $\Pi_0 = \Pi_Q$ est le projet d'étudier la question Q ;

2) un deuxième moment est celui de l'*étude finalisée* (par l'enquête sur Q) de tel ou tel $\wp_0$ tel que $\Im(\wp_0, \Pi_Q, U_0)$;

3) un troisième moment est celui de la mise en jeu (en œuvre) de $\wp_0$ dans l'enquête sur Q.

Un quatrième moment doit être mentionné, mais dont l'écologie est bien incertaine : il peut ne pas exister du tout ou au contraire finir par tout envahir, arrêtant l'enquête ; il relève de la problématique *interventionniste* et conduit à 'étudier l'ensemble $\{ \Pi \ / \ \Im(\wp_0, \Pi, U_0) \}$. Le premier moment, on l'a dit, relève de la problématique *primordiale*, tandis que le deuxième participe de la problématique *de base*. Le troisième moment active la problématique *possibiliste* sous-jacente à l'examen des praxéologies $\wp$ que la mise en jeu de $\wp_0$ dans le cadre de l'enquête (lequel définit K_0 et C_0) peut faire rencontrer comme possiblement utiles… En chacun de ces moments, le problème infrastructurel apparaît en filigrane : il est présent dans le repérage des praxéologies $\wp$ pertinentes (premier moment), dans leur étude finalisée (deuxième moment), dans leur mise en œuvre (troisième moment). J'aurais aimé à cet égard prendre comme exemple la loi de Benford, ou plutôt la question formulée dans la séance 2 à son propos : « Est-il vrai que l'on rencontre plus de 1 que de 9 comme chiffre non nul le plus à gauche dans l'écriture des nombres qui peuplent la vie sociale ? Pourquoi en est-il ainsi ? » Faute de temps, je n'irai malheureusement pas plus loin sur ce sujet cette année.

4. Mathématiques en Seconde

a) Le 16 mars 2009, le ministère de l'Éducation nationale mettait en ligne un « projet de programme de mathématiques » pour la « classe de seconde générale et technologique ». Après « consultation » de la profession, le ministère publiait de la même façon, le 19 mai 2009, une nouvelle version du programme précédent. Notons que les deux textes sont présentés sous un même titre : « Programme de mathématiques pour la classe de seconde. Année scolaire 2009-2010 ». J'ai établi ci-dessous, dans un tableau à deux colonnes, les sommaires de ces deux textes, actuellement accessibles à l'adresse http://eduscol.education.fr/D0015/consult_Maths.htm.

Projet de programme du 16 mars 2009	**Projet de programme du 19 mai 2009**
Introduction Objectif général Raisonnement et langage mathématiques Utilisation d'outils logiciels Diversité de l'activité de l'élève Organisation du programme	**Introduction** Objectif général Raisonnement et langage mathématiques Utilisation d'outils logiciels Diversité de l'activité de l'élève Organisation du programme Évaluation des élèves
1. Fonctions 1 **2. Fonctions 2**	**1. Fonctions**
3. Géométrie 1 **4. Géométrie 2**	**2. Géométrie**
5. Statistiques et probabilités 1 **6. Statistiques et probabilités 2**	**3. Statistiques et probabilités**
7. Algorithmique	**Algorithmique (objectifs pour le lycée)**
Notations et raisonnement mathématiques	**Notations et raisonnement mathématiques (objectifs pour le lycée)**
Thèmes d'étude Cryptologie et codage Utilisation des graphes Phénomènes d'évolution	

b) Je me limiterai ici à quelques remarques rapides. Tout d'abord, on aura noté la disparition des « thèmes d'étude », à propos desquels le programme de mars précisait ceci : « le programme est constitué d'une partie commune et d’un thème obligatoire au choix à choisir parmi trois thèmes d’études permettant une ouverture vers d’autres domaines des mathématiques et d’autres types de problèmes. » Le thème choisi devait « faire l’objet, sous la direction du professeur, d’un *travail des élèves en classe d’une durée de 15 à 20 heures, s’étendant sur une grande partie de l’année scolaire*, prolongé par des travaux individuels ou en groupes ». Le programme prescrivait encore ceci : « L’entrée dans le thème doit privilégier une activité de recherche et d’expérimentation autour d’un questionnement. » Les thèmes, ainsi, *pouvaient* être un lieu d’une *pédagogie de l’enquête*, manière de faire une place *éventuelle* au *paradigme du questionnement*, tout en acceptant implicitement d’abandonner la « partie commune » du programme au paradigme de la visite des savoirs. Le 15 mai était alors publié, dans le cadre de la consultation lancée le 16 mars, un *Avis de l’Assemblée des directeurs d’IREM* (on le trouvera à l’adresse suivante : http://www.univ-irem.fr/spip.php?article236). Ce texte, à la tonalité obsidionale marquée, est empreint d’un fort conservatisme. S’agissant des « thèmes d’études », on y lit par exemple ceci.

> Les propositions de « thèmes d’études » sont superficielles, mal reliées au programme et surtout inefficaces car le cadre proposé ne laissera pas le temps nécessaire pour de telles activités, ou alors elles pèseront sur le besoin de remédier au déficit des savoirs de base.

On saisit là assez clairement, je pense, ce postulat que le travail de la classe sur un thème d’études ne saurait être un lieu de « renforcement » des « savoirs de base » – savoirs au demeurant désignés comme tels *a priori* et non parce qu’ils répondraient aux besoins praxéologiques apparus dans l’étude de questions déterminées. Plus largement, en un passage qui vaut d’être lu, l’*Avis* de l’ADIREM tentera de faire barrage à la pression croissante d’une pédagogie de l’enquête (ou des PER) qui se fait sentir au sein même des IREM.

> **3. Sur la résolution de problèmes**
> De nombreux travaux des IREM portent sur l’utilisation de problèmes et les situations de recherche dans l’enseignement. Ces travaux montrent en particulier que ces dispositifs ne sont porteurs d’apprentissages que dans des conditions spécifiques de contenus et d’organisation, qui nécessitent une étude approfondie (expérimentations, analyse des apprentissages). S’il est évident que les élèves doivent résoudre des problèmes, encore faut-il qu’ils soient consistants du point de vue mathématique.
> D’autre part, mettre l’accent sur le seul « entraînement à la résolution de problèmes » ne résoudra pas la question de l’incohérence des programmes, ni celle de l’apprentissage des techniques et des connaissances nécessaires pour

> faire des mathématiques. Pour reprendre une formule de D. Duverney, il peut y avoir une « tromperie » dans la « pédagogie d'investigation ».
> Ainsi, organiser l'enseignement des mathématiques au collège et lycée autour de « grandes questions » ne suffira pas à résoudre toutes les difficultés. « Donner du sens aux mathématiques enseignées », passe par un programme cohérent sur le long terme. Les mathématiques sont un ensemble d'axiomes, définitions, théorèmes qui fondent des théories susceptibles de permettre de répondre à des questions naturelles. Il est possible que cela se traduise pour certaines notions par une organisation de l'enseignement en « grandes questions », mais nous ne disons pas que la même démarche stéréotypée est réalisable ou même souhaitable pour toutes.

Je souligne un point de détail : dans la problématique originelle des PER en classe de mathématiques, on ne prétend pas « organiser l'enseignement des mathématiques au collège et lycée autour de "grandes questions" » ; on prétend en revanche que, un programme étant fixé, il doit être possible de « couvrir » l'essentiel de ce programme par le moyen de *quelques* PER (au lieu d'accumuler les AER sans lendemains). Cela noté, le fumet réactionnaire de ce texte, qu'on attendrait davantage d'une association de spécialistes sur la défensive plutôt que d'instituts de « recherche », n'est qu'en partie l'effet de cette pression barbare sur les marches romaines – celle qu'exercerait la « pédagogie d'investigation » sur l'antique paradigme de la visite des savoirs. Car bien d'autres aspects de l'incertaine dynamique en cours sont la cible de l'*Avis*. C'est ainsi qu'est fustigée la « pluridisciplinarité », qui, selon l'*Avis*, « ajoute à la difficulté des mathématiques », puisque « les notions n'apparaissent pas pures, mais mélangées à d'autres notions extérieures ». « Pures » ou « mélangées » : n'en jetez plus !

c) L'APMEP a mis en ligne sur son site deux motions adoptées à l'unanimité par son comité le 22 mars 2009, où elle se réfère au programme rendu public le 16 mars (http://www.apmep.asso.fr/spip.php?article2803). Visant sans doute la partie intitulée « Algorithmique », la première motion déclare ceci.

> Ce projet introduit sans préparation ni concertation des contenus nouveaux dans des domaines peu familiers à la plupart de nos collègues et qui n'ont jamais été enseignés dans le cadre du cours de mathématique à ce niveau. Ils ne peuvent valablement être inscrits au programme sans une formation préalable, et sans la création de ressources adaptées. Or le temps manque et les crédits affectés à la formation continue seront l'an prochain, une fois de plus, en baisse importante.

De fait, cet organe de la profession qu'est l'APMEP doit se défendre ici contre un état de fait permanent ayant quasiment force de loi : *la dénégation du problème infrastructurel*, fondée elle-même sur le postulat immémorial que, de même que le comédien est censé savoir jouer la comédie *quelle qu'elle soit*, de même *l'enseignant* peut tout *enseigner* et enseignera donc ce que l'institution dont il est le mandataire lui commande d'enseigner. En répliquant ainsi qu'on l'a vu, la profession, sous les espèces de l'APMEP, reprend pourtant *en partie* à son compte ce postulat : si elle souligne la nécessité de « ressources » (soit, en particulier, de moyens infrastructurels), elle rabat cette exigence sur la *profession au sens restreint* – les enseignants et leurs entours immédiats (au sein des IREM ou de l'APMEP). Dans cette perspective, notons-le ici, elle trouve même une utilité aux « thèmes d'études », puisque la seconde motion indique : « Nous demandons le report de l'introduction de l'algorithmique faute de préparation : son introduction parmi les thèmes permettrait d'expérimenter son enseignement en seconde. » Les thèmes d'études font ainsi l'objet d'une (judicieuse) catachrèse : ils devraient permettre, si peu que ce soit, une mise à l'essai. Le problème infrastructurel est donc posé ; mais il l'est incomplètement. Même pour *visiter* l'algorithmique, il faut des « ressources » que la bonne volonté et l'ardeur au travail des enseignants en leurs IREM ne peuvent aisément créer. La revue *Repères-IREM* a lancé à cet égard un appel à contributions qui montre la difficulté qu'a la profession au sens restreint à étendre franchement le champ dans lequel elle se situe ; voici donc cet appel (http://www.dma.ens.fr/culturemath/actu/actu.htm).

∗ L'algorithmique va apparaître pour la première fois dans les programmes de seconde qui seront en vigueur à la rentrée 2009.
∗ La revue des IREM (Repères IREM) souhaite accompagner cette nouveauté des programmes en proposant rapidement à ses lecteurs des articles sur le thème de l'algorithmique, notamment par exemple autour des questions suivantes (dont la liste non exhaustive peut être complétée) :
– Quelle problématique et quels objectifs proposer à une enseignement de l'algorithmique en classe de seconde ?
– Quelle formalisation attendre dans cet enseignement ?
– Quelle différence entre algorithmique et programmation ?
– Quelle traduction sous forme de programme envisager pour une machine ?
– Quelle activité, quelle démarche pédagogique privilégier en classe ?

∗∗ Tout article – même court – sera bienvenu. Faites-nous part de votre expérience.

Les professeurs de lycée, les inspecteurs (IG, IPR, IEN, ...), les universitaires ou formateurs intervenant en formation initiale ou continue (IUFM, rectorats, IREM, ...), les didacticiens, sont particulièrement invités à répondre ou à susciter des réponses à cet appel à contribution.

Les didacticiens, parmi d'autres, « sont particulièrement invités à répondre » ou du moins – comme si la chose ne les concernait qu'obliquement – « à susciter des réponses » à cet appel, dont je ne commenterai pas davantage le texte. Quant au problème de l'infrastructure d'un enseignement de l'algorithmique selon la pédagogie de l'enquête, nous y reviendrons l'année prochaine, si vous le voulez bien.

INGÉNIERIE / CLINIQUE

1. L'atelier « Enquêtes sur Internet »

a) J'ai eu récemment à remplir une fiche d'auto-évaluation de l'action, conduite au collège Vieux Port, dont j'ai parlé lors de la séance précédente. Voici les réponses apportées à deux des questions qui y était proposées.

> **4. Objectifs**
>
> – permettre aux élèves de devenir les acteurs d'une « pédagogie de l'enquête » : *atteint*
>
> – familiariser les élèves avec les principes et les savoir-faire d'un usage raisonné d'Internet : *atteint*
>
> – initier des professeurs à la conception et à la réalisation d'actions pédagogiques de ce type : *non atteint*
>
> **5. Ce qui a favorisé et/ou ce qui a entravé l'action**
>
> **+** Accueil bienveillant de la direction de l'établissement et moyens dévolus à l'action (salle multimédia, créneau horaire adapté), bonne volonté des élèves, concours sans faille d'une petite équipe dont les membres (« extérieurs » et « intérieurs ») ont vite appris à travailler ensemble.
>
> **–** Ergonomie de la salle multimédia utilisée qui, conçue pour le travail individuel des élèves, a pu freiner le travail collectif visé.

C'est de là que je partirai, en m'attachant à la question suivante : *dans quelles conditions et par quelles évolutions des contraintes existantes une pédagogie de l'enquête est-elle possible ?* En l'espèce, le « milieu » dont nous allons commencer d'écouter la « réponse » à cette question est l'atelier « Enquêtes sur Internet » qui a existé en 2008-2009 au collège Vieux Port de Marseille. Au plus large, cette « réponse » est celle que l'on peut observer à travers les corpus de données recueillies, à savoir 1) les notes prises pendant les séances, 2) les vidéos des séances, 3) le journal des séances distribué aux participants. En fait, ici, je me référerai seulement au journal, document de

88 pages qui donne un accès simple, quoique sélectif, à la chronique des séances.

b) Toutefois, avant de prendre contact avec le milieu interrogé, certains éclaircissements élémentaires doivent être apportés. L'observation et l'analyse de réponses à une question d'examen de licence, qui a occupé le début de cette séance, fournit un exemple de constitution et d'exploitation d'un *terrain clinique* en didactique. L'atelier « Enquêtes sur Internet » constitue un autre de ces terrains cliniques ; mais à la différence du précédent, il a été conçu et réalisé d'emblée comme tel, même si, comme il en va toujours, il l'a été sous diverses *contraintes*, portées par l'institution qui lui a servi d'habitat (le collège Vieux Port avec, au-delà, le système « Ambition réussite », etc.) ou par ses sujets (élèves, etc.) Le schéma *général* dans lequel s'inscrit cette clinique est le suivant : s'étant ménagé un accès adéquat au milieu visé, on lui applique un certain *traitement* et on observe et analyse comment ce milieu réagit à *l'action* menée sur lui, c'est-à-dire à l'effort pour y créer certaines *conditions*. Le « traitement » appliqué – la « variable indépendante » du schéma expérimental classique – est déterminée ici par la volonté d'interroger le milieu sur sa capacité à devenir le théâtre d'une pédagogie de l'enquête ; ou, plus exactement, de l'enquête *non finalisée*. *L'action*, mise en œuvre par ce qu'on nomme ici *l'intervenant*, découle d'un *guide didactique* écrit avant chacune des séances et désignant *a priori* quelques-unes des étapes possibles du parcours d'étude et de recherche que pourrait suivre l'enquête en cours. Comme on le verra, ce scénario visait à permettre de créer les conditions d'une activité d'enquête partagée entre l'intervenant et les autres participants (élèves ou co-intervenants), et en particulier à permettre la manifestation d'une partie au moins de l'équipement praxéologique des participants et l'évolution éventuelle de cet équipement – dans un sens souhaité ou non –, le but premier étant à cet égard d'observation et d'analyse. Un mot encore concernant la figure de *l'intervenant* (qui est au fond *l'expérimentateur* du schéma expérimental classique déjà évoqué). Quel son rôle dans le « traitement » consistant à conduire des personnes – ici, des élèves de 4e – dans une certaine enquête codisciplinaire ? Avant de répondre, je voudrais reprendre ici un petit développement présenté lors de la séance 7 de ce séminaire ; le voici.

> D'aucuns par exemple vont attendre de l'action évoquée ici – comme ils attendent, au vrai, de toute « ingénierie didactique » – qu'elle réalise le fantasme de toute-puissance didactique porté par ce qu'il y a d'infantile dans la culture de la profession. On attendra donc qu'un miracle se produise, que les élèves concernés, qui appartiennent à une population en forte difficulté scolaire […], deviennent par enchantement des demi-dieux de l'enquête

codisciplinaire « sur Internet » et occupent pleinement un *topos* attestant une autonomie qui leur est refusée partout ailleurs. Bien entendu, il y a là l'effet d'un déni de réalité, celle des contraintes de tous niveaux qui concourent à définir l'étude scolaire ordinaire et que la création de conditions encore mal identifiées ne saurait contrebattre dans certains de leurs effets – qu'en revanche elles *révèlent* largement, comme il se doit en un terrain clinique.

Je reviens maintenant au rôle de « l'intervenant ». Qui pilote le travail d'un groupe d'élèves engagé dans une enquête sur une question *Q* donnée doit se comporter, non comme un professeur non directif qui n'oserait pas « intervenir », mais comme *le responsable d'une équipe de recherche*, un responsable que l'on supposera démocrate et non pas tyrannique, mobilisateur et non pas inhibiteur, voire répressif, mais qui n'en assumera pas moins clairement son rôle : montrer le chemin, aider à le parcourir, apporter un élément à la recherche, etc. C'est nantis de ces remarques, donc, que nous examinerons maintenant, à titre d'unique échantillon pour le moment, le journal de la 1re séance, que je reproduis ci-après (colonne de gauche), avec quelques commentaires (colonne de droite).

Enquêtes sur Internet **Journal de la séance 1** Vendredi 28 novembre 2008	**Commentaires**
[1] N.B. La séance a duré deux heures environ (entre 13 h 30 et 15 h 30). À la sonnerie de la fin de la première heure, un certain nombre de participants ont dû quitter l'atelier : leur classe de 4e avait en effet à cette heure une séance de cours (de SVT).	**[1]** Un fait, sans doute non spécifique de cet atelier, le différencie pourtant radicalement d'une classe ordinaire. Tout d'abord, ce n'est qu'à partir de la 3e séance que le groupe des élèves se stabilisera – dix élèves suivront dès lors fidèlement l'atelier. Ensuite, pendant longtemps encore, nous les croirons issus de trois classes de 4e différentes, avant de réaliser que tous provenaient d'une même 4e. Cette apparente atopie institutionnelle paraît significative du statut un peu sibyllin de l'atelier.
[2] ■ Présentation générale du travail dans l'atelier « Enquêtes sur Internet » : chercher des réponses à des questions, essentiellement à l'aide des ressources de l'Internet.	**[2]** C'est là le premier temps d'une mise en place d'une pédagogie de l'enquête : *déclarer* le *type de tâches directeur* de l'atelier, *H* (initiale du grec *historia*, « enquête »), restreint aux « ressources » de

l’Internet (ce qu’on peut noter H_I), même si ce type de tâches ne peut encore être énoncé que formellement – « chercher des réponses à des questions, essentiellement à l’aide des ressources de l’Internet » : l’atelier doit s’attacher à *construire* ce type de tâches. En préambule à certains développements qui suivent, je reproduis ici ce passage de l’Unité 7 de mon « Cours de didactique fondamentale » 2008-2009 :

> Cette pédagogie de l’enquête suppose l’entrée de l’école, de ses *X* et de ses *Y* dans un type de tâches que nous noterons H_Q et qu’on peut énoncer ainsi : « enquêter sur la question *Q* pour lui apporter une réponse $R^♥$ satisfaisant certaines contraintes » (La lettre H est l’initiale du grec *historia*, « enquête ».) Il s’agit là d’un type de tâches *coopératif*, à l’instar du « type de tâches didactique fondamental », $\Delta_♥$, introduit dans l’Unité 6, c’est-à-dire que l’accomplissement des tâches de ce type suppose la coopération – la « synergie » (du grec *sun*, « ensemble », et *ergon*, « travail ») – de *X* et *Y* et, plus précisément, lorsque *X* ou *Y* n’est pas réduit à *une* personne, la coopération des $x \in X$ et des $y \in Y$. Dans « l’enquête sur *Q* », chacun des acteurs du système didactique $S(X ; Y ; Q)$ doit connaître son *rôle* et disposer des moyens de l’exercer, ce qui implique tout un système de conditions à créer.

En ce point, donc, l’atelier pose le pied sur une terre inconnue. La *docilité* instillée par l’éducation scolaire ordinaire, une compatibilité culturelle apparente (chacun « sait » par exemple ce qu’est une *question* et ce que peut être une *réponse*), la mention de l’Internet (à laquelle les élèves pouvaient s’attendre) sont autant de

	facteurs favorisant une réception sereine, par les élèves participant à l'atelier, de cette déclaration d'intention didactique.
[3] ■ Aujourd'hui : ▪ Présentation du quotidien *Le Monde*, édition du vendredi 10 octobre 2008 : ce numéro du *Monde* contient, page 20, la traduction en français d'un article de Francis Fukuyama, « professeur d'économie politique internationale à la Johns-Hopkins School of Advanced International Studies ». L'article est intitulé *La chute d'America, Inc.*	**[3]** L'atelier entre d'emblée dans une première question, dont le choix n'est justifiée que par l'actualité du moment : on ne parle alors partout que de la « crise financière » et l'on peut penser que cela n'a pas échappé aux élèves. La présentation de la question est à la fois « concrète » (le numéro du *Monde* évoqué est physiquement présenté aux élèves) et complexe – le nom de Francis Fukuyama (connu dans le monde intellectuel français pour son livre *La Fin de l'histoire et le Dernier Homme*) est sans doute non seulement inconnu des élèves mais est surtout peu « repérable » dans leur culture. On crée donc, momentanément, une zone d'opacité relative, acceptable car conforme au régime usuel auquel sont habitués les élèves… L'enregistrement vidéo montrerait sans doute que l'auteur est évoqué par l'intervenant par comme étant « un monsieur important », « très connu » (aux États-Unis), etc.
[4] ▪ On lit ensemble (sur l'écran) les premières lignes de cet article : > Implosion des plus anciennes banques d'investissement américaines, volatilisation de plus d'un trillion de dollars de valeurs boursières en un seul jour, addition de 700 milliards de dollars pour les contribuables américains : l'ampleur de la débâcle de Wall Street pourrait difficilement être pire. ▪ Brefs commentaires explicatifs dialogués sur la crise financière, sur la notion de *banque d'investissement*, sur les mots	**[4]** La lecture du début de la traduction parue dans le *Monde* ressemble à un exercice scolaire classique : en elle-même, elle n'est pas étrangère à la culture des élèves. Il va de même de l'explication des quelques mots contre lesquels peut venir buter la lecture collective. En même temps, il ne s'agit pas d'être trop longtemps arrêtés par ces opacités (le but n'est pas « d'apprendre des mots nouveaux »). En particulier, l'intervenant ne demande pas aux élèves de rechercher dans un dictionnaire en ligne le sens de tel ou tel mot, comme il le fera ensuite à d'autres propos. Il s'agit de faire émerger la question

implosion et *débâcle*, etc. ▪ Un mot inconnu : *trillion.* On connaît *million*, *milliard*, mais on ne connaît pas *trillion.* ■ Ce sera la question du jour, qui est montrée à l'écran : **Question.** Un *milliard* (de dollars), c'est *mille* millions (de dollars) ; mais qu'est-ce qu'un *trillion* (de dollars) ?	sur laquelle va porter l'enquête. Celle-ci oppose des termes « bien connus » (million, milliard) à un terme certainement tout à fait inconnu, *trillion*, lequel n'apparaît guère en français qu'en tant que (mauvaise) traduction de l'anglais. La question étant acceptée s'ouvre un épisode *a priori* critique : la recherche d'une réponse. Mais l'entrée dans cet épisode – lequel durera beaucoup plus longtemps que les participants pouvaient le penser – est facilitée par la familiarité avec le type (apparent) de la tâche assignée – « chercher le sens d'un mot » –, épicée par ce détail : le chercher « sur Internet ».
[5] ■ Débat : comment chercher une réponse à cette question ? Comment faire pour trouver ce que cela veut dire sur Internet ? ■ Des propositions sont formulées et annoncées à l'ensemble du groupe : – « Je vais taper la question “Qu'est-ce qu'un trillion ?” » – « Je vais consulter un dictionnaire. » – « Sur plusieurs moteurs de recherche, je demande : “définition de trillion”. » ■ Sans consigne particulière, chaque participant, travaillant seul à un poste, se lance dans la recherche d'une réponse à la question.	**[5]** On voit ici l'atelier « rouler » sur le contrat scolaire traditionnel : quel que soit le type de tâches scolaire en jeu, le *topos* de l'élève n'inclut pas la tâche assignée *à la classe* (ici, apporter une réponse $R^{\heartsuit}$ à Q), mais seulement une tâche partielle, au mieux « contributive » : l'élève n'est pas, avec les autres élèves, co-responsable de la construction de la réponse $R^{\heartsuit}$; ce qui lui est demandé par le contrat usuel, c'est d'effectuer un « geste » particulier, ce qui lui assurera d'avoir « remplir son contrat » d'élève. Si rupture il doit y avoir, elle commence ici dans la continuité (ce qui pèsera lourdement dans la suite) : chacun est à son poste de travail, cherchant à rapporter *une* réponse (sous-entendu : qui satisfasse le « professeur »), sans souci évident de ce qui en sera fait et par qui. Les trois déclarations d'intention des élèves sélectionnées dans le journal de la séance s'inscrivent dans cette perspective « solipsiste ». Elles montrent trois postures distinctes : le recours à un geste d'avant l'Internet (« Je vais consulter un dictionnaire »), l'interrogation d'un moteur de recherche comme s'il s'agissait d'un

<table>
<tr>
<td></td>
<td>interlocuteur humain (« Je vais taper la question “Qu’est-ce qu’un trillion ?” »), enfin une posture voisine de la précédente mais apparemment informée de l’« internettement correct » (« Sur plusieurs moteurs de recherche, je demande : “définition de trillion” »). Cette dernière observation sera confirmée plus généralement par la suite : sauf exception, les élèves participant à l’atelier ont eu une acculturation effective à l’Internet et à ce qui s’en dit communément.</td>
</tr>
<tr>
<td>[6] ■ Après quelques minutes, on revient ensemble pour faire un bilan des trouvailles. Plusieurs participants sont arrivés sur une page du site linternaute.com, page dont l’adresse est la suivante : http://www.linternaute.com/dictionnaire/fr/sens/trillion/.

▪ On y lit les précisions suivantes.

▪ Selon ce dictionnaire en ligne, un trillion ce serait un milliard de milliards.

▪ On note que cette page donne, pour traduction en anglais du français trillion, le mot (anglais) trillion.</td>
<td>[6] Ici va se situer un point tournant : dans le contrat usuel, l’élève pourrait attendre que son « résultat » soit directement validé ou, au contraire, rejeté par celui qui n’est pas « le professeur ». Or, en l’espèce, rien de tel ne se passe. On observe d’abord ensemble une réponse $R^{\lozenge}$, celle d’un dictionnaire en ligne, on « l’analyse » (sommairement), on n’en est pas encore à l’évaluer dans la perspective de produire $R^{\heartsuit}$: si ce dictionnaire disait vrai, un trillion, en français comme en anglais, ce serait un milliard de milliards. Mais la réponse attendue reste en suspens !</td>
</tr>
<tr>
<td>[7] ■ Il ne faut jamais arrêter une recherche sur un résultat : plusieurs résultats doivent</td>
<td>[7] Ce sont là les deux grands « principes » qui servent de moteur principal à l’atelier.</td>
</tr>
</table>

être *comparés entre eux*, confrontés les uns aux autres, et cela pour au moins deux raisons : 1) le résultat affiché peut être erroné ; 2) même quand le résultat n'est pas entaché d'erreur, l'utilisateur (nous) peut ne pas bien comprendre ce qu'il (nous) dit : il faut donc s'assurer que l'on a bien compris.	Bien entendu, il y a ici une rupture forte. En majeur : il n'y a pas de source indiscutable (sous-entendu : pas même le cours du professeur…) ; en mineur : nous aussi sommes faillibles et nous devons « nous méfier de nous-mêmes ».
[8] ■ Autre trouvaille : le dictionnaire en ligne MEDIADICO donne la définition reproduite ci-après (http://www.mediadico.com/dictionnaire/definition/trillion/1).  ▪ Selon ce dictionnaire, un *trillion* c'est *un million de billions*. Mais qu'est-ce qu'un *billion* ? ▪ Le même dictionnaire répond ce qu'on voit ci-après.  ▪ Si un *trillion* vaut un million de *billions* et si un *billion* vaut un *million de millions*, alors un *trillion* vaudrait *un million de millions de millions*. ■ Un problème se pose : d'après une source, un trillion ce serait *un milliard de milliards* ; d'après une autre source, ce serait *un million de millions de millions*. Est-	**[8]** La situation se noue autour de la rencontre de *deux* réponses $R_1^{\lozenge}$ et $R_2^{\lozenge}$ qui ne sont pas *formellement identiques*. On doit souligner ici que ce nouage n'a été *ni recherché, ni anticipé* : il survient, tout simplement. L'analyse comparée des réponses doit permettre de les déclarer identiques ou, au contraire, contradictoires. Mais cela est mis dans le *topos* des participants élèves – ce qui, dans le contrat usuel, ne va pas de soi, sauf s'il s'agissait d'une enquête *finalisée* et, plus précisément, si le PER suivi avait été voulu pour provoquer la rencontre des élèves avec l'algèbre des puissances de 10 (ce qui n'est nullement le cas).

ce pareil ? A-t-on l'égalité un milliard de milliards = un million de millions de millions ? ▪ C'est aux participants, non aux intervenants, d'apporter la réponse – une réponse *prouvée.* ▪ Une participante : « Monsieur, sur un site j'ai vu que ça fait 18 zéros, donc… »	
[9] L'intervenant demande aux participants s'ils ont étudié « les puissances de dix ». Plusieurs mains se lèvent, qui correspondent à une réponse positive. Mais ces participants sont minoritaires dans le groupe. ■ Plusieurs participants proposent des réponses se référant aux nombres de zéros. ▪ Des conclusions diverses sont exprimées : une participante, ainsi, trouve d'abord, dans un cas 18 zéros, dans l'autre, et par erreur, 12 zéros. ▪ On finit par s'accorder sur les faits suivants : – un milliard, ça s'écrit avec 9 zéros, donc un milliard de milliards, c'est-à-dire un milliard multiplié par un milliard, cela fait 9 zéros et 9 zéros, soit 18 zéros ; – un million, ça s'écrit avec 6 zéros, donc un million de millions de millions, c'est-à-dire un million multiplié par un million multiplié par un million, cela fait 6 zéros et 6 zéros et 6 zéros, soit 3 fois 6 zéros ou 18 zéros. ▪ On arrive ainsi à la conclusion qu'il y a accord entre les deux définitions	**[9]** Le calcul sur les puissances de 10 est une œuvre mathématique qui n'est pas véritablement disponible dans l'atelier – même si certains disent ne pas lui être totalement étrangers. Spontanément, l'atelier se rabat sur un « protocalcul », dont le geste clé consiste à « compter les zéros » et à les additionner. Cette technique n'est pas interrogée quant à sa justification : elle est fondée d'une part sur les connaissances relatives au produit de décimaux (1000 multiplié par 10 000, par exemple, donne le nombre qui s'écrit 1 suivi de trois zéros, suivis de quatre zéros) et l'accord, progressivement construit, entre les résultats obtenus et certaines autres réponses $R^{\lozenge}$. L'introduction de la notation 10^n par l'intervenant complète – ou peut-être surcharge – la petite praxéologie de calcul mobilisée.

rencontrées dans des dictionnaires en ligne : un *trillion*, ce serait un *milliard de milliards*, ce qui est égal à un *million de millions de millions*.

▪ L'intervenant propose un petit « calcul » pour confirmer cette conclusion, en utilisant la notation « exponentielle » (avec un exposant) comme moyen sténographique (sans calculer sur les exposants) :

un milliard de milliards =
1 000 000 000 × 1 000 000 000 = 10^{18} ;
un million de millions de millions =
1 000 000 × 1 000 000 × 1 000 000 = 10^{18}.

[10] ▪ L'intervenant souligne que, jusqu'ici, nous n'avons consulté que deux sources. D'autres sources ont été visitées.

▪ Un participant lit ce qu'indique l'article « Trillion » de l'encyclopédie *Wikipédia* en français (http://fr.wikipedia.org/wiki/Trillion) : « … un **trillion** représente le nombre 10^{18}, c'est-à-dire 1 000 000 000 000 000 000, soit un milliard de milliards… »

▪ Une participante est arrivée sur une page du site du quotidien économique *Les Échos*. On y lit ceci (http://commentaires.lesechos.fr/commentaires.php?id=4781344).

jbmattret [07/10/2008 06:26] dit :

62 trillions de créances douteuses

Grâce à l'article intitulé "The end of prosperity?", douteuses, 62 trillions de dollars. Pour mémoire, l atteignait 540 trillions de dollars.

A cette aune, le plan de sauvetage américain est dans un océan de créances douteuses.

N.B. : Un trillion = mille milliards de dollars

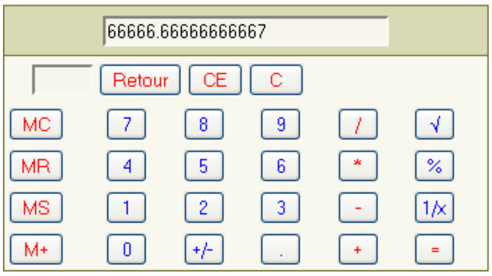
[10] La relance de la mise en commun de réponses $R^{\lozenge}$ a ici deux conséquences contraires : la première réponse confirme le résultat acquis – un trillion, ce serait 10^{18}, soit 1 suivi de dix-huit zéros ; la seconde réponse est un pavé dans la mare : un trillion, ce serait *mille* milliards, et non *un milliard* de milliards. On tient là un désaccord crucial. On pouvait penser *a priori* que la chose surgirait, sans bien sûr savoir comment le « scandale » allait éclater – ici, à travers une note appendue à un court article des *Échos*…

▪ Ce qui est remarquable, ici, c'est que le trillion est présenté comme valant *mille milliards* ! Il y aurait donc *désaccord* entre ce qu'on avait établi jusqu'ici (un *milliard* de milliards) et ce que l'on trouve là (*mille* milliards).	
[11] ■ Après avoir demandé aux participants s'ils connaissent la notion de PIB (la réponse est affirmative, mais on a un peu de mal à retrouver ce que le sigle signifie), l'intervenant propose de comparer la somme qui aurait été perdue *en un jour* (un *milliard* de milliards de dollars ou seulement *mille* milliards de dollars ?) avec le PIB de la France, ou des États-Unis, ou même « du monde ». ▪ Les recherches conduites sont assez souvent inabouties (on trouve par exemple tel texte évoquant 1,2 % du PIB d'un pays, mais pas le PIB de ce pays). Plusieurs participants parviennent toutefois à l'article « Économie des États-Unis » de l'encyclopédie *Wikipédia* (http://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89conomie_des_%C3%89tats-Unis), où on lit ceci : Les États-Unis sont la première puissance économique mondiale – Avec un Produit intérieur brut (PIB) de 14 545 milliards de dollars en 2008 [8], représentant environ un quart du PIB mondial [9] – si l'on ne classe pas l'Union européenne comme une puissance unitaire. ▪ Ce texte apparaît à d'autres adresses, telle celle-ci : http://wapedia.mobi/fr/%C3%89conomie_des_%C3%89tats-Unis.	**[11]** L'un des obstacles, ici, est que la perte d'un *milliard* de milliards de dollars *en un jour* n'apparaît pas aux élèves comme tellement énorme que c'en est impossible (alors que, on va le voir, cela va faire réagir certains des lecteurs du *Monde*). L'intervenant introduit alors un raisonnement non spontané de la part des élèves : comparer cette somme avec le PIB des principales puissances du monde. La recherche sur Internet du PIB des États-Unis, ici, ne va pas de soi : on tombe facilement sur des indications relatives à la *variation* du PIB, comme on le voit ci-dessous pour la France.  France : chute confirmée du PIB de 1,2% au premier trimestre .. Le produit intérieur brut (PIB) de la France a bien baissé de 1,2% au premier sous le coup de la crise économique, a confirmé vendredi ... www.lesechos.fr/info/france/300358426.htm - Pages similaires France : nouvelle chute du PIB au 1er trimestre 2009 (-1,2 % t/t .. Le portail LCL des entreprises propose des solutions adaptées à leurs besoin comptes, placements, financement, commerce international, ... https://entreprises.lcl.fr/.../point-de-vue-2009-05-15-1/ - En cache - Pages sim Baisse de 3 % du PIB de la France pour 2009 Le PIB français a déjà reculé de 1,2 % au premier trimestre 2009 et cette chu Pour ce deuxième trimestre, la baisse serait de 0,5 % et (...) www.finance-banque.com/baisse-3-pourcent-PIB-2009.html - En cache - Pag France 24 | Le PIB français en baisse de 1,2 % au premier ... 26 juin 2009 ... L'Insee a confirmé la contraction de 1,2 % du produit intérieur France au premier trimestre. Elle a également révisée à -1,4 ... www.france24.com/.../20090626-pib-produit-interieur-brut-insee-lagarde-econ baisse-premier-trimestre-2... - En cache - Pages similaires Mais l'idée de comparer un milliard de milliards et le PIB des Etats-Unis, soit environ 15 000 milliards de dollars, ne va pas de soi pour ces élèves. Cet épisode a le mérite de montrer un type classique de situations : plusieurs élèves n'ont pas fait leur le projet – porté par l'intervenant – de comparer une perte d'un *milliard* de

■ Arrondissant la somme à 15 000 milliards de dollars, l'intervenant souligne qu'il est très peu vraisemblable que « Wall Street » ait perdu un *milliard* de milliards de dollars en un jour ! Il demande aux élèves de calculer, à l'aide d'une calculatrice « sur l'ordinateur », combien de fois la somme d'un *milliard* de milliards de dollars est supérieure au PIB de 15 000 milliards de dollars. ▪ La majorité des élèves cherchent. Quelques-uns font autre chose. Un élève s'attarde sur la page de résultats de Google, sans aller voir les sites proposés. Un autre regarde des images… ▪ L'intervenant s'efforce de mobiliser les participants autour de la tâche proposée, en les incitant à « trouver une calculatrice sur Internet ». ▪ Certains élèves prennent leur calculatrice dans leur cartable. Plusieurs ont trouvé des calculatrices en ligne : dans l'ensemble du groupe, 8 calculatrices différentes sont affichées. Très souvent pourtant, n'ayant jamais utilisé de telles calculatrices, ils ne savent comment s'y prendre. ▪ Ce cafouillage fait perdre de vue le calcul à effectuer : « Qu'est-ce que vous voulez calculer, monsieur ? », demande une participante. L'intervenant : « Essayez de trouver combien de fois un milliard de milliard est plus grand que 15 000 milliards. »	milliards de dollars avec le PIB des États-Unis (en déterminant « combien de fois la somme d'un *milliard* de milliards de dollars est supérieure au PIB de 15 000 milliards de dollars ») ; ils se réfugient alors dans des dérivatifs classiques (y compris le *far niente*). Toutefois, le groupe progresse : bien que ce soit là une première pour ces élèves, on trouve très vite une calculatrice en ligne (même si certains sont tentés de recourir à leur calculatrice habituelle) et on en trouve même, en tout, huit différentes ! Mais l'usage de ces calculatrices leur est inconnu : une aide minimale leur permet d'en tirer partie – à condition qu'ils aient souvenir de l'opération à effectuer ! Le projet de calcul avancé par l'intervenant reste étranger à certains élèves, comme le dit crûment cette question lancée à la criée : « Qu'est-ce que vous voulez calculer, monsieur ? » La dévolution du projet est inaboutie !
[12] ▪ Beaucoup de participants ont des difficultés à transcrire sur la calculatrice le calcul demandé. L'intervenant propose à l'écran cette écriture (qui reste « approximative ») :	**[12]** L'épisode permet aux élèves de découvrir comment on peut, « sur Internet », effectuer des calculs numériques, y compris avec Google : il y a là un apport modeste mais réel à la

1000 000 000 / 15 000 = 1000 000 / 15 =

▪ Certains participants voient s'afficher le résultat du calcul, comme il en va dans le cas reproduit ci-après, celui de la calculatrice du site *ActuFinance* (que l'on trouve à l'adresse suivante : http://www.actufinance.fr/outils/calculatrice.html).



▪ L'intervenant demande aux participants s'ils se sont déjà servi d'une calculatrice en ligne. La majorité répond par la négative.

▪ L'intervenant leur signale qu'ils peuvent utiliser Google comme une calculatrice en tapant le calcul dans la zone de recherche, comme suit.

On clique alors sur le bouton **Recherche Google** (ou on appuie sur la touche **Entrée**) : Google affiche le résultat du calcul (ci-après). [11]

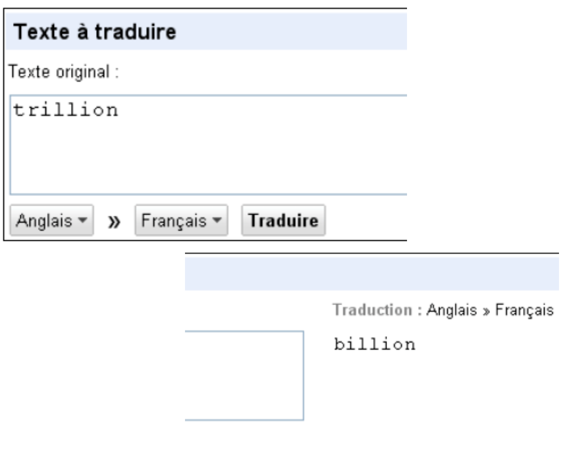
connaissance de l'Internet, et qui s'accorde sans doute avec l'idée que certains élèves se font de l'atelier – peut-être au détriment de la problématique de l'enquête qu'il s'agit d'y faire vivre.

[13] ■ Un dialogue bref mais un peu confus aboutit à cette conclusion : si « Wall Street » avait perdu un *milliard* de milliards de dollars *en un jour*, il aurait perdu une valeur plus de 65 000 fois supérieure à celle que les Etats-Unis créent *en une année* ; il est donc raisonnable de penser que la perte par « Wall Street » d'un *trillion* de dollars signifierait plutôt la perte d'un *millier* de milliards de dollars (plutôt que d'un *milliard* de milliards de dollars).

■ Que penser de tout cela ? L'idée a circulé et revient au devant de la scène que le sens du mot *trillion* « dépend des pays », que ce sens changerait d'un pays à l'autre.

▪ On peut formuler l'hypothèse suivante (à vérifier) : en anglais, l'auteur aurait employé le mot trillion, qui signifierait *mille milliards*, et le traducteur aurait traduit ce mot par… *trillion*, qui, en français, signifie (semble-t-il) *milliard de milliards* (soit un million de fois plus).

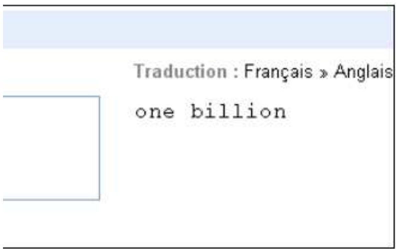
▪ Spontanément, plusieurs participants utilisent le service de traduction de Google : l'anglais *trillion* y est traduit en français par *billion*.



[13] Dans l'enquête en cours, on arrive à un point tournant. Le calcul précédent conduit à penser que, si l'auteur a bien employé le mot *trillion* dans l'original en anglais, et si, ce faisant, il n'a pas commis de lapsus, ce mot *ne peut pas signifier*, en anglais, un milliard de milliards. Une hypothèse compatible avec cette conclusion est alors formulée : « trillion » signifierait, en anglais, *mille* milliards. Cette avancée de l'enquête est cruciale ; si les élèves n'en sont certes pas les seuls protagonistes, ils la suivent et l'acceptent sans façon ; certains ajoutent des éléments de preuve en recourant spontanément au service de traduction de Google (qu'ils connaissent pour des raisons qu'on peut imaginer). La « technique des zéros » permet de vérifier qu'un *trillion* « américain » serait bien un billion « français » : mille milliards ou un million de millions. Quant à l'anomalie constatée à propos de « billion », elle n'invalide pas l'hypothèse faite.

▪ Si un billion est un *million de millions*, un billion est-il bien égal à *mille milliards* ? On compte les zéros : 6 et 6 dans le premier cas, soit 12 ; 3 et 9 dans le second cas, soit 12. On aurait donc bien un *trillion* en anglais = un *billion* en français.

▪ Une participante a songé à utiliser le service de traduction de Google dans le sens inverse, du français vers l'anglais, en demandant la traduction de *billion* en anglais. Voici ce qu'elle obtient.



En anglais, un *billion* serait donc égal à un *trillion* ?... La chose est surprenante. (Elle ne sera pas étudiée durant cette séance.)

[14] ■ L'intervenant propose alors à l'écran une URL que les participants doivent copier dans la zone d'adresse de leur navigateur : http://correcteurs.blog.lemonde.fr/2008/10/13/mibitri-mimibi.

[14] Ici, c'est l'intervenant qui apporte un document (les autres étaient dus aux élèves). En nous faisant pénétrer dans les coulisses de l'affaire, ce document confirme l'hypothèse formulée. On notera un type de travail qui sera une constante de l'atelier : prendre connaissance du contenu d'un document « qui n'a pas été fait pour cela ».

▪ La copie est laborieuse, entachée d'erreurs peu à peu éliminées... Les participants sont invités à lire ce qu'on y trouve (ci-après).

Mibitri = Mimibi

Traducteurs, journalistes, correcteurs,

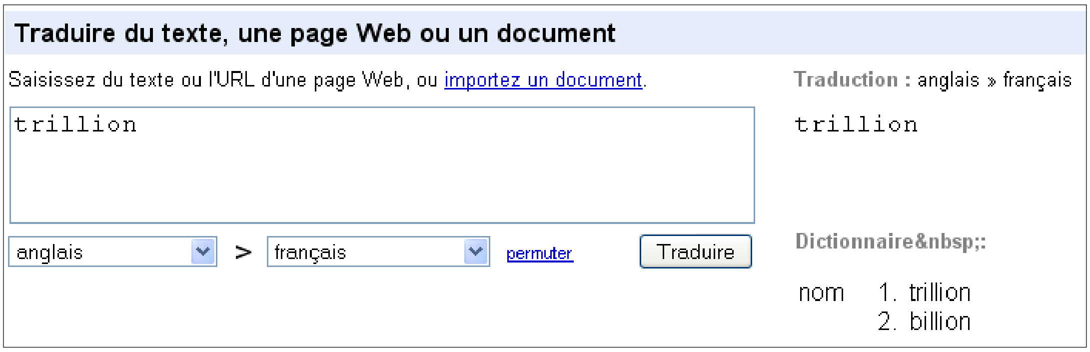
tout le monde s'est pris les pieds dans le tapis avec les billions et les trillions ; et les lecteurs qui savent compter en anglo-français ne manquent pas de le faire savoir au Monde et au Monde.fr. Prenons le texte de Francis Fukuyama "The Fall of America, Inc", traduit dans Le Monde "La chute d'America, Inc.". En <u>version originale</u>, l'auteur écrit au début : *"The vanishing of more than a trillion dollars in stock-market wealth in a day"*, traduit ainsi dans le journal : *"volatilisation de plus d'un trillion de dollars de valeurs boursières en un seul jour"*. Pan sur la calculette ! un trillion US n'arrive même pas à la cheville d'un trillion français. Un lecteur a très bien expliqué la chose dans le Courrier des lecteurs du Monde daté 12-13 octobre : *"Trillion en anglais ne donne pas trillion en français, mais billion. En effet, si, en anglais, on passe de million à billion puis à trillion (mille milliards), en français, on passe de million à milliard, puis à billion, à billiard, et enfin à trillion (soit un milliard de milliards). Ainsi, lorsque Barack Obama parle d'une dette de 10 trillions de dollars, il faut bien entendu traduire billions, c'est-à-dire dix mille milliards de dollars, et non, fort heureusement pour les Etats-Unis, dix milliards de milliards."* Résumons : ● MIllion anglais = MIllion français ● BIllion anglais = MIlliard français ● TRIllion anglais = BIllion français, mille milliards de picaillons ! ▪ L'accord se fait sur la conclusion à tirer de ce texte : elle confirme le fait que un trillion en anglais = un billion en français	

= mille milliards. Selon ce même texte, le traducteur en français aurait bien traduit le texte en anglais *“a trillion dollars”* par *« un trillion de dollars »*. **[15]** ▪ Pour en avoir le cœur net, on visite l’article en anglais, grâce au lien fournit par le texte examiné (souligné dans ce qui précède), à l’adresse suivante : http://www.huffingtonpost.com/2008/10/04/francis-fukuyama-the-fall_n_131962.html. Cet article commence ainsi : The implosion of America’s most storied investment banks. The vanishing of more than a trillion dollars in stock-market wealth in a day. A $700 billion tab for U.S. taxpayers. The scale of the Wall Street crackup could scarcely be more gargantuan. ▪ On recherche aussi l’article en traduction française. Pour cela, les participants sont invités à saisir dans la zone de recherche de Google (par exemple), et entre guillemets (pour rechercher l’expression exacte), un passage suffisant du début de la traduction française, tel celui souligné ci-après. Implosion des plus anciennes banques d’investissement américaines, volatilisation de plus d’un trillion de dollars de valeurs boursières en un seul jour, addition de 700 milliards de dollars pour les contribuables américains : l’ampleur de la débâcle de Wall Street pourrait difficilement être pire. ▪ Les participants s’empêtrent dans l’exécution de cette tâche en commettant	**[15]** Le lien contenu dans le texte apporté par l’intervenant permet d’accéder à l’article original en anglais et donc de s’assurer que l’auteur y mentionne bien *“a trillion dollars”* (ce qui était affirmé mais n’était pas « prouvé » dans le texte des correcteurs du *Monde*) On notera le travail sur des textes en anglais, qui sera un fait fréquent dans cet atelier : la technique de « décodage » mise en œuvre s’explicitera peu à peu au fil des séances de l’atelier, sans jamais être « formalisée ». L’épisode de la recherche de l’article paru dans le *Monde* fait apparaître, comme avant lui l’épisode de la copie de l’URL du blog des correcteurs du *Monde*, met en évidence une faiblesse dont on n’attendait pas la manifestation ici, ce que le journal de la séance appelle pudiquement « une insuffisante sensibilité orthographique » des élèves.

de nombreuses erreurs de copie, liées sans doute à une insuffisante sensibilité orthographique… Peu à peu, chacun y arrive.	
[16] ■ Le temps alloué étant épuisé, la séance est arrêtée. La prochaine fois, on effectuera une *synthèse* comportant un bilan des *résultats obtenus* et un inventaire des résultats qu'il resterait à *établir* ou à *confirmer*.	**[16]** En fait, il faudra encore beaucoup de temps – et plusieurs rebonds de l'enquête – pour que l'atelier rédige « sa » réponse : l'enquête ne prendra fin qu'à la séance 5. On lira donc la réponse « définitive », ci-après, en gardant à l'esprit le fait que certains des détails qui y apparaissent ont demandé une recherche longue et délicate. **Question.** Un *milliard* (de dollars), c'est *mille* millions (de dollars) ; mais qu'est-ce qu'un *trillion* (de dollars) ? **Réponse.** • En français actuel, un trillion est *un milliard de milliards* ou *un million de billions* ou *un million de millions de millions* = 10^{18}. (Un billion est un million de millions ou mille milliards.) • En anglais américain, un *trillion* vaut *mille milliards*, soit un *billion* en français actuel ; en anglais, un *billion* vaut un milliard en français. • Dans le dictionnaire de Littré, un billion était synonyme de milliard (10^9) : il avait donc le même sens qu'a le mot *billion* en anglais américain. De même, le mot trillion (10^{12}) avait le même sens qu'a ce mot en anglais américain d'aujourd'hui. • En français, il y a eu un changement entre le système de Littré et le système actuel : on a suivi la proposition (non adoptée par elle) de la conférence générale des poids et mesures de 1948. C'est ainsi que le mot trillion qui désignait autrefois 10^{12} s'est mis à désigner ensuite 10^{18}. • Le mot « trillion » a reçu en français le sens légal de 10^{18} par un décret du

	premier ministre du 3 mai 1961 entré en vigueur le 1er janvier 1962. Depuis cette date, parler par exemple de « 3,69 trillions » c'est parler, selon la loi, du nombre qu'on écrit aussi 3,69 × 10^{18}.

c) J'ajouterai ici un ultime commentaire. Si l'on refait aujourd'hui les gestes consistant à demander à Google la traduction en français de l'anglais *trillion* et, en sens inverse, la traduction en anglais du français *billion*, on obtient ceci.



Sans doute doit-on voir, dans les changements constatés ici, l'expression de l'emprise qu'a acquise, dans le français des médias de masse, le sens anglais de *trillion* à l'occasion de la crise financière : telle est du moins mon hypothèse. Du point de vue de la conduite de l'enquête, aujourd'hui serait donc différent d'hier sur ce point : une enquête n'est nullement écrite à l'avance ; ce qui ne signifie pas que, menée en des temps différents et selon des parcours différents, elle ne parvienne pas à une même conclusion.

That's all, folks!