UMR ADEF

JOURNAL DU SEMINAIRE TAD/IDD

Théorie Anthropologique du Didactique
& Ingénierie Didactique du Développement

There is a phrase I learned in college called, "having a healthy disregard for the impossible." That is a really good phrase. Larry Page (1973-)

Ceux qui prennent le port en long au lieu de le prendre en travers. Marcel Pagnol (1895-1974)

Le séminaire TAD & IDD est animé par Yves Chevallard au sein de l'équipe 1 de l'UMR ADEF, dont le domaine général de recherche s'intitule « École et anthropologie didactique des savoirs ». Ce séminaire a, solidairement, une double ambition : d'une part, il vise à mettre en débat des recherches (achevées, en cours ou en projet) touchant à la TAD ou, dans ce cadre, à des problèmes d'ingénierie didactique du développement, quel qu'en soit le cadre institutionnel ; d'autre part, il vise à faire émerger les problèmes de tous ordres touchant au développement didactique des institutions, et notamment de la profession de professeur de mathématiques. Deux domaines de recherche sont au cœur du séminaire : un domaine en émergence, la didactique de l'enquête codisciplinaire ; un domaine en devenir, la didactique des savoirs mathématiques.

La conduite des séances et leur suivi se fixent notamment pour objectif d'aider les participants à étendre et à approfondir leur connaissance théorique et leur maîtrise pratique de la TAD et des outils de divers ordres que cette théorie apporte ou permet d'élaborer. Sauf exception, les séances se déroulent le vendredi après-midi, de 15 h à 17 h puis de 17 h 30 à 19 h 30, cette seconde partie pouvant être suivie en visioconférence.

➔ Séance 6 – Vendredi 29 mai 2009

NOTES POUR UN EXPOSÉ À VENIR

1. La didactique

a) Je me suis engagé depuis quelque temps dans un travail conduit en différents contextes d'intervention visant à reprendre, à retravailler, à réorganiser les concepts de base de la TAD. J'y reviens ici, espérant clarifier un peu l'exposé de notre infrastructure scientifique. Je tenterai donc d'évoquer dans ce qui suit un certain *ordre d'exposition* – qu'on ne confondra pas avec l'*ordre de découverte*, l'ordre génétique par lequel sont advenus les éléments rapprochés.

b) La première définition à poser est celle de *la* didactique, que je rappelle : *la didactique est la science des conditions et contraintes de la diffusion (et de la non-diffusion) des praxéologies auprès des personnes et des institutions d'une société donnée*. Cette définition n'est que la spécification d'un schéma de définition valable pour toute science : toute « science » peut en effet être regardée comme se donnant pour objet – qu'elle construit indéfiniment – une certaine *catégorie de conditions et de contraintes* de la vie des sociétés.

c) La définition précédente de la didactique est très large. Elle permet bien sûr de retrouver la définition *des* didactiques « spécifiques » : « la » didactique des mathématiques est ainsi cette partie de la science didactique qui étudie la diffusion – et la non-diffusion – des praxéologies *mathématiques*. Mais elle permet aussi de prendre en compte les phénomènes de diffusion praxéologique qui ne se présentent pas – pas encore ? – comme concernant un type institutionnellement identifié de praxéologies. On pourra ainsi étudier les praxéologies que telle institution I contribue à diffuser – soit son *offre praxéologique* – même lorsque cette institution ne se présente pas comme « didactique » (comme s'assignant une mission de diffusion) à leur endroit. Une telle étude relève de ce qu'on a nommé une problématique *possibiliste*, celle de l'étude d'ensembles praxéologiques de la forme

$$\{ p \;/\; \Re\vee\partial(K, C_I, p, U) \},$$

où C_I est le système des conditions créées par l'institution I, l'instance U (personne ou institution) étant assujettie à I.

d) Cette définition de la didactique permet de rappeler (dans le tableau ci-après) les quatre grandes problématiques évoquées lors des séances précédentes. Je rappelle aussi que la distinction entre *contraintes* K et *conditions* C dépend de la *position institutionnelle* – que je note habituellement p –, à partir de laquelle on l'envisage. Pour ne pas créer de conflit de notation, je noterai désormais par la lettre $\wp$ (le « P de Weirstrass » : voir là-dessus http://wapedia.mobi/en/Weierstrass_P-function) le système praxéologique que j'ai noté p dans la séance précédente de ce séminaire.

Problématique *de base* : $\{ C \;/\; \Re\vee\partial(K_0, C, \wp_0, U_0) \}$.	Problématique *primordiale* : $\{ \wp \;/\; \Im(\wp, \Pi_0, U_0) \}$
Problématique *possibiliste* : $\{ \wp \;/\; \Re\vee\partial(K_0, C_0, \wp, U_0) \}$	Problématique *interventionniste* : $\{ \Pi \;/\; \Im(\wp_0, \Pi, U_0) \}$

2. L'étude et le didactique

a) Parmi les conditions et contraintes qu'étudie la didactique, on distingue ces conditions et contraintes qui procèdent d'une « intention didactique » et qu'on dira, pour cela, *didactiques*. C'est alors que s'introduit *le* didactique : on dit que, *dans une situation sociale donnée, il y a du didactique* lorsqu'une instance *V* (personne ou institution) de la situation *envisage de faire (ou fait)* quelque chose – *un « geste didactique » – afin que quelque* instance *U (personne ou institution) voit se modifier d'une façon souhaitée son rapport à une certaine* œuvre ♥, œuvre qui *l'*enjeu didactique *du geste envisagé ou réalisé*. J'introduirai ici la notation

$$\#(U\,;\,V\,;\,\heartsuit)$$

pour désigner la situation que je viens de décrire : *V* fait quelque chose pour que le rapport de *U* à ♥ change d'une certaine façon.

b) Le « quelque chose », le « geste didactique » invoqué vise à créer une certaine *condition*, qui sera alors (momentanément au moins) une *contrainte* pour d'autres instances, et notamment pour l'instance *U* concernée.

c) Un geste didactique, qui crée une condition (et donc une contrainte) didactique, peut être plus ou moins *spécifique* : l'enjeu didactique ♥ peut être plus ou moins « gros ». Ce peut être par exemple un ensemble de disciplines, une discipline toute entière, un domaine de celle-ci, ou un secteur, un thème, un sujet… C'est ainsi que, si une société décide de créer un certain type d'*écoles* pour l'instruction de base de ses membres, elle accomplit un geste didactique *faiblement spécifique*, c'est-à-dire concernant *un grand nombre d'œuvres*. La création d'une école municipale de musique, elle, créera des conditions plus spécifiques de l'enjeu didactique annoncé, « la musique », etc.

3. École et systèmes didactiques

a) Les conditions et contraintes dont parle la définition de la didactique sont *a priori* quelconques. Je rappelle ici l'échelle des conditions et contraintes – dite *de codétermination didactique* – actuellement utilisée.

Civilisation

↓↑

Société

↓↑

École

↓↑

Pédagogie

↓↑

Discipline

Cette échelle suppose que la société que l'on considère participe d'une *civilisation* où existent les notions suivantes :

1) la notion d'*œuvre* (ce mot n'a pas ici de charge axiologique) ;

2) la notion d'*étude* (d'une œuvre) ;

3) la notion d'*école* (de *skholê*) ;

4) la notion de *système didactique*, que je note $S(X\,;\ Y\,;\ \heartsuit)$, où ♥ est une œuvre que X étudie ♥ avec l'aide de Y.

La notion de système didactique est solidaire de la notion d'école : une école est une institution offrant de façon déclarée un habitat à certains types de systèmes didactiques.

b) La « discipline » mentionnée dans l'échelle des conditions et contraintes est celle de *l'œuvre étudiée*, telle qu'elle se révèle *à travers son étude*. Bien entendu, ce qui est regardé comme une *œuvre* et ce en quoi est supposée consister l'*étude* de l'œuvre sont des fonctions de *l'ensemble* des conditions et contraintes exerçant leurs effets du haut en bas de l'échelle de codétermination didactique. Mais le fait qu'existe, dans la culture de la société, les notions précédemment invoquées crée des conditions (et des contraintes) décisives par leurs effets dans la diffusion praxéologique.

c) Ainsi en va-t-il s'agissant de la formation de *système didactiques*

$$S(X\,;\ Y\,;\ \heartsuit).$$

On doit imaginer ici imaginer quelque instance V (il se peut, en certains cas, que $V = Y$ ou même que $V = X$) qui, pour que se modifie d'une certaine façon le rapport de $U = X$ à ♥, aura provoqué la constitution d'un système didactique permettant à X d'étudier ♥ avec l'aide de Y.

d) Le fonctionnement – le « travail » – d'un système didactique suppose *un temps et un lieu propres*, soustraits aux activités « ordinaires » (non consacrées à l'étude) de la vie sociale des $x \in X$, par rapport auxquelles l'activité au sein de $S(X\,;\ Y\,;\ \heartsuit)$ apparaît comme un *loisir studieux*, ce qui est la définition même de la notion grecque classique de *skholê* (mot d'où découlent les mots « européens » *schola*, école, *school*, *escuela*, *schule*, *skole*, etc.).

4. Société/école : le paradigme scolaire

a) La formation et le fonctionnement d'un système didactique est contemporain de l'ouverture d'une école, qui, à la limite, peut être réduite à ce seul système didactique. Ainsi en va-t-il par exemple lorsqu'une personne x sollicite une autre personne y pour l'aider à faire marcher cette œuvre qu'est une certaine machine à café ♥ : si y répond à la sollicitation de x, on assiste alors à la formation du système didactique qu'on devrait écrire

$$S(\{ x \} ; \{ y \} ; \heartsuit)$$

et qu'on écrira plus simplement $S(x ; y ; \heartsuit)$.

b) Une école crée des conditions et des contraintes en contractant avec la société pour définir un certain *paradigme d'étude scolaire* (ou, plus brièvement, un *paradigme scolaire*). Celui-ci se distingue d'abord par le *type d'œuvres* à propos duquel se formule le « pacte scolaire ». C'est ainsi que, dans l'état actuel de l'Éducation nationale française, le pacte scolaire « moderne » se formule pour l'essentiel en termes de *savoirs* à visiter : je parlerai crûment de *paradigme de l'inventaire des savoirs*.

c) Si, parmi les œuvres, il y a bien entendu les *savoirs*, qui sont des réponses, ou des dispositifs pour répondre à des questions, il y a aussi les *questions* que l'on peut formuler sur le monde. Dans un pacte scolaire pour l'essentiel *encore à venir*, le contrat de l'école avec la société s'énonce en termes d'étude de *questions* : c'est le *paradigme de questionnement du monde*. Plus brièvement, on parlera de *paradigme inventoriant* (de savoirs et d'autres œuvres) et de *paradigme questionnant*.

d) Concrètement, la différence est sensible entre paradigme inventoriant et paradigme questionnant du point de vue de l'écologie du didactique. C'est ainsi surtout que, par contraste avec les stratégies didactiques « néoclassiques » consistant à proposer à X d'étudier telle question Q *seulement* (ou presque) pour lui faire rencontrer certains systèmes praxéologiques $\wp$ désignés à l'avance, dans un paradigme de questionnement du monde une école (et chaque système didactique qu'elle héberge) aura rempli son contrat lorsque X aura étudié certaines questions Q_1, Q_2, …, Q_n et non lorsque X aura rencontré certains systèmes praxéologiques $\wp_1$, $\wp_2$, …, $\wp_m$. Un système didactique scolaire aura ainsi à rendre des comptes *sur les questions qu'on y aura étudiées* plutôt que sur les praxéologies que cette étude aura conduit à rencontrer.

5. Pédagogies d'autrefois

a) Une école est le lieu d'une *pédagogie*, qui offre des conditions et impose des contraintes « génériques » à l'étude des œuvres ; ou plus précisément, qui *contribue à définir* la notion d'*étude scolaire* dans ce *type* d'écoles (voire dans *cette* école). L'histoire récente – depuis deux siècles – a vu défiler et, souvent, se heurter ou se combiner, différents types de pédagogies. En me référant dans ce qui suit à l'enseignement *secondaire* surtout et aux systèmes didactiques $S(X\,;\ y\,;\ \heartsuit)$ qui y vivent, je reprendrai des développements anciens, en les synthétisant.

b) Une première pédagogie est ce qu'on a pu nommer la *pédagogie de régent*. Le régent conduit l'étude d'une œuvre ♥ en n'ayant sur elle, ordinairement, que de bien faibles lumières. Stendhal, qui fut pendant trois ans (1796-1799) élève de l'école centrale de Grenoble (les écoles centrales sont les ancêtres des lycées que créera Napoléon au début du siècle suivant) a laissé de son expérience, dans sa *Vie de Henry Brulard*, une description fort peu amène. Monsieur Dupuy, le professeur de mathématiques, ne donne pas véritablement de cours, ce dont sans doute il aurait été incapable. Et Stendhal de fulminer.

> Dupuy, le bourgeois le plus emphatique et le plus paternel que j'aie jamais vu, écrit Stendhal, fut professeur de mathématiques, sans l'ombre de l'ombre de talent. C'était à peine un arpenteur et on le nomma dans une ville qui avait un Gros !

Nous verrons plus loin qui était ce Gros. Assis dans un « immense fauteuil », muni d'une canne, le « régent » se contente de faire passer les élèves au tableau pour les interroger sur « le plat cours de Bezout », dont chaque proposition, tonne Stendhal, « a l'air d'un grand secret appris d'une bonne femme voisine ». Tout pourtant n'était pas à ce point sombre dans « l'enseignement » de Dupuy.

> M. Dupuy eut le bon esprit de nous parler de Clairaut et de la nouvelle édition que M. Biot (ce charlatan travailleur) venait d'en donner. [...] Clairaut était fait pour ouvrir l'esprit que Bezout tendait à laisser à jamais bouché.

Dans cette « pédagogie de régent », on étudie l'œuvre *dans des livres* ; et *y* n'est là que pour impulser cette étude.

c) Le développement de la pédagogie de régent conduit au XIX^e siècle à ce que je nommerai une *pédagogie de l'étude*, expression où le mot d'étude désigne « le travail en étude ». L'historienne Françoise Mayeur (1933-2006) a donné jadis cette brève description de ce que *y* fait alors *en classe*.

> Tout en parcourant et en signant les cahiers de correspondance, il fait réciter les leçons. Puis un élève lit les leçons du lendemain. Le professeur distribue ensuite les copies corrigées des jours précédents. Arrive la correction des devoirs : c'est l'exercice principal, qui réclame le temps le plus long. Cette correction terminée, le professeur dicte un devoir à faire ; la dernière demi-heure est employée à traduire la page de latin ou de grec que les élèves ont dû préparer d'avance ».

L'auteure conclut par ce commentaire : « La classe, dont il ne faut pas oublier qu'elle dure alors deux heures, contrôle donc le travail de l'étude et fournit pour l'étude de nouveaux matériaux. » Comme le souligne l'historien Antoine Prost, il n'y a là rien qui ressemble à un « cours magistral » : « l'exposé du professeur, rarement autonome et suivi, écrit-il, est subordonné aux textes qu'il explique. »

d) Après 1880 se met en place ce que je nommerai la *pédagogie de professeur*, dont l'emblème, précisément, est le « cours magistral ». Un siècle plus tôt, Stendhal avait aussi connu cette pédagogie, où, si l'on peut dire, *y* se substitue aux « textes ». À l'arpenteur Dupuy, il oppose ainsi, on l'a vu, le géomètre Louis-Gabriel Gros (1765-1812), dont l'enseignement est affranchi de toute référence à des auteurs que le jeune Henri Beyle exècre.

> J'avais un plaisir vif, écrit Stendhal à propos des leçons qu'il reçut de ce mathématicien, analogue à celui de lire un roman entraînant. Il faut avouer que tout ce que Gros nous dit sur les équations du second degré était à peu près dans l'ignoble Bezout, mais là notre œil ne daignait pas le voir. Cela était si platement exposé que je ne me donnais pas la peine d'y faire attention. À la troisième ou quatrième leçon, nous passâmes aux équations du troisième degré et là Gros fut entièrement neuf. Il me semble qu'il nous transportait d'emblée à la frontière de la science.

Le professeur professe la matière que les élèves devront étudier ensuite par eux-mêmes ou avec l'aide de quelque répétiteur – qui, lui, en reviendra peut-être à une pédagogie de régent.

e) Dans tous les cas précédents – pédagogie de régent, pédagogie de l'étude, pédagogie de professeur –, ce que *y* doit faire, didactiquement, est en vérité *limité*. Outre les gestes répressifs (tel l'usage de la férule et autres instruments équivalents, qui occupaient une place centrale dans les pédagogies anciennes), il doit, dans la pédagogie de régent, savoir interroger, corriger les réponses erronées et déficientes. Dans la pédagogie de l'étude, il se devra de faire comprendre « le livre » – les textes – que l'on suit, et cela notamment à l'aide de travaux donnés à faire, qui seront corrigés et commentés. Quant à la pédagogie de professeur, elle substitue au « livre » – qui devient alors, souvent, un rival – le *cours* du professeur : ce qui qualifie un professeur en ce sens est sa capacité à concevoir et à « donner son cours » (même si d'autres gestes professionnels lui sont demandés – donner des devoirs, les corriger, etc.). Par contraste avec le régent d'autrefois, le professeur, lauréat de l'agrégation ou titulaire de la licence, est réputé « savant » et se regarde comme tel : au lieu d'aller chercher dans « le livre » (du maître) les réponses aux questions qu'il propose à *X* d'étudier, le professeur *y* est censé les tirer de son propre fonds.

6. Pédagogies d'hier et d'aujourd'hui

a) Les choses vont changer avec l'arrivée officielle de la *pédagogie « active »* que prônent les instructions générales du 1er octobre 1946. Tout d'abord, ces instructions visent à ouvrir un espace à l'élève en lui donnant la parole au nom du passage à la « méthode active », « dont la valeur n'est plus guère contestée ». Pour *y*, il convient donc de *changer sa manière de faire la classe.*

> C'est, pour employer un terme traditionnel, le « cours », ou la « leçon du maître » qui apporte et communique aux élèves les notions nouvelles qu'ils doivent acquérir. Il ne peut s'agir quelle que soit la classe, d'un enseignement *ex cathedra*, où le professeur a seul la parole ; un tel « monologue » est trop souvent sans portée. La pratique de la « méthode active » s'impose [...] : elle exige, pour donner son plein rendement, beaucoup d'application et peut-être une certaine virtuosité que l'expérience conférera peu à peu. Le débutant aura parfois quelque peine à s'y adapter, mais il ne doit point se décourager devant les difficultés [...].

b) En quoi la « méthode active » change-t-elle véritablement le « cours » ? La première exigence est de faire diminuer le temps dévolu au « cours proprement dit », c'est-à-dire à l'avancée du temps didactique.

> ... il convient de réserver une fraction notable de chaque heure de classe au contrôle et à la mise en œuvre directe des notions acquises (récitations de leçons, recherche d'exercices, correction des devoirs), donc, de limiter la durée du « cours » proprement dit, c'est-à-dire la présentation de notions nouvelles. Il ne peut être fixé, à cet égard, de règle précise ; l'essentiel est que le temps consacré aux « exercices » ne soit pas excessivement réduit.

Corrélativement, il faut *accroître le temps d'activité des élèves.*

> ... une bonne part de l'activité des élèves doit être consacrée à l'étude et à la recherche de la solution de « problèmes », depuis le simple exercice d'application proposé pour illustrer un théorème, pour rendre vivante une formule, jusqu'au « devoir », exigeant un effort plus personnel, rédigé hors de la classe et donnant lieu ensuite à un compte rendu précis et détaillé.

c) Appelés par le souci de donner un rôle actif à l'élève dans la classe même, les exercices faits en séance sont une relative nouveauté que le texte nomme, maladroitement, *exercices improvisés*, ce qui oblige alors à donner cette précision.

> Les exercices « improvisés » (pour les élèves) doivent faire l'objet d'une préparation de la part du maître ; ils ne seront profitables qu'à cette condition ; leur choix doit permettre de saisir, sous leurs différents aspects, les initiatives à prendre pour mettre en train, pour conduire un raisonnement.

La direction de l'étude d'un exercice « improvisé » est alors une tâche neuve, pour laquelle le texte de 1946, qui proscrit la « méthode d'autorité » au profit d'un « esprit libéral », doit prodiguer des recommandations.

> ... une question étant à résoudre, on acceptera, dans les tâtonnements de la recherche, toute idée raisonnable ; on comparera les démarches possibles ; on montrera comment l'on fixe son choix ; on fera comprendre la nécessité d'une mise au point ; on guidera peu à peu vers une solution harmonieuse et satisfaisante, dont on fera apprécier la valeur.

d) Le « cours proprement dit », lui-même, une fois ramené à ses justes proportions, doit permettre « la participation constante des élèves », qui devront prendre part « à l'élaboration du "cours", c'est-à-dire à l'exposé et à l'application des questions nouvelles », ce qui ne présente pas de difficultés insurmontables, du moins « si le professeur sait partir de l'expérience accessible à l'enfant, enchaîner les faits dans une progression naturelle, élargir peu à peu le champ des acquisitions, construire logiquement un édifice solide et harmonieux ».

e) Les instructions tentent de définir, en la matière, un juste milieu. D'un côté, en chaque classe, « un livre sera mis entre les mains des élèves », mais on ne doit pas revenir à une « pédagogie de régent », et, en pratique, « il ne faut point qu'une leçon soit donnée dans un manuel sans qu'elle ait été expliquée, commentée et comprise en classe ». Dans ce sens, encore, « il va de soi que [...] les élèves ne doivent, sous aucun prétexte, garder leur livre ouvert sous les yeux pendant que le professeur expose une question [...] ». D'un autre côté, bien sûr, le cours dicté « est à proscrire », ainsi que « la prise de notes "à la volée" par les élèves cherchant à enregistrer la totalité d'un exposé ». Pourtant « cette interdiction n'empêche pas la dictée d'un résumé ou d'un texte bref destiné à modifier ou à compléter, sur quelque point, la rédaction d'un livre ». Le texte ajoute : « Une telle dictée, qui doit toujours être courte, constituera d'ailleurs un exercice actif et profitable si elle est présentée comme une mise au point, faite en commun, de la question traitée. »

f) L'organisation de l'étude préconisée sait en outre faire sa place au travail d'équipe. Ainsi, à propos des révisions de fin d'année, le texte note que « ce travail peut être rendu plus attrayant et plus fructueux par la constitution de petites équipes d'élèves, dont chacune reçoit la charge d'exposer une question déterminée, en présentant en même temps quelques exercices d'application imaginés ou choisis par elle ». Plus généralement, le travail en équipe pourra être envisagé, même si, « en l'absence d'une tradition ou d'une expérience déjà assise », il convient de se montrer prudent : « ... il paraît préférable de ne constituer d'équipes qu'en vue de l'accomplissement d'une tâche nettement limitée : étude d'une question exigeant une certaine documentation et que l'équipe devra exposer à l'ensemble de la classe ; recherche de la solution d'un problème présentant quelque difficulté ; préparation d'un travail de révision ; confection de modèles de géométrie ; rédaction d'un formulaire ; organisation d'une bibliothèque de classe [...] ». Ce travail en équipe trouve en fait sa place à l'occasion des *séances de travail dirigé*, en classe, qui, « bien préparées et bien conduites », sont l'occasion pour le professeur « d'étudier les réactions et les comportements de chacun devant une tâche proposée et de donner, individuellement, les conseils appropriés ».

g) Le travail du professeur se fait ainsi plus complexe, plus riche aussi, ce que le texte examiné commente en ces termes.

> On ne saurait trop insister sur l'importance que doit attacher le professeur à la préparation de chacune de ses classes. Bien plus que l'enseignement *ex cathedra*, la pratique de la « méthode active » rend nécessaire une mise au point préalable de ce qui sera fait par le maître et de ce qui sera demandé aux élèves. Il faut prévoir dans le détail : la matière de la leçon nouvelle ; la nature et la forme des questions qui solliciteront, au cours d'un exposé, la participation de la classe ; l'énoncé bien choisi, des exercices d'application, des calculs numériques, le texte, soigneusement étudié, du devoir.

h) La pédagogie « active » promue par les instructions de 1946 intègre donc des dispositifs empruntés à la pédagogie de régent – le manuel –, à la pédagogie de l'étude – les devoirs et leur correction –, enfin à la pédagogie de professeur – le cours. Mais elle les « corrige » afin de ménager en chacun d'eux, y compris dans l'ancien « cours magistral » une place « active » à *X*. On aura observé que le tableau ainsi brossé au lendemain de la Libération est, au cours des dernières décennies, devenu réalité, même si toutes ses promesses n'ont pas été accomplies ou ne l'ont été que bien imparfaitement. Cette *pédagogie hybride moderne* exige en droit bien davantage de *Y* que ce n'était le cas antérieurement. *Le métier se complique* : *Y* n'est plus un régent (sauf par moments), et il n'est vraiment un professeur que par intermittences (ce que certains déplorent). On pourrait dire qu'il est devenu un « impulseur d'étude », qui doit avoir plusieurs cordes à son arc – un peu régent, un peu professeur, un peu aide à l'étude et directeur d'étude. Cette pédagogie hybride est aujourd'hui devenue dominante à travers d'innombrables variantes – spontanées plutôt que délibérées. Mais la pédagogie scolaire s'est installée ainsi *à l'intérieur d'une frontière que, depuis trente ans, elle ne parvient pas à franchir*. Tel est le grand problème.

7. La pédagogie des AER ou la Frontière

a) Qu'elle est cette infranchissable frontière ? Au-delà du mot d'ordre de la « méthode active », au-delà des pédagogies hybrides qui en ont découlé s'étend en fait un vaste domaine que les professeurs n'ont, pour l'essentiel, pas réellement investi : il s'agit là d'une *frontier*, au sens américain du mot, qui désigne *"a region at the edge of a settled area"* ainsi que le rappelle l'article correspondant de *Wikipedia*. En utilisant ici les mots et les sigles de la théorie anthropologique du didactique, ce domaine est celui ouvert par une *pédagogie des AER*, les *activités d'étude et de recherche*. L'essentiel de cette pédagogie se trouve dans la *théorie des situations didactiques* (TSD) développée en pionnier par Guy Brousseau, théorie dont je n'évoque ici que la notion de *situation fondamentale*, telle que la présentait en 2003 le *Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques* (que l'on trouvera en ligne : http://pagesperso-orange.fr/daest/guy-brousseau/textes/Glossaire_Brousseau.pdf).

> **Situation fondamentale (correspondant à un savoir)**
> C'est un schéma de situation capable d'engendrer par le jeu des variables didactiques qui la déterminent, l'ensemble des situations correspondant à un savoir déterminé. Une telle situation, lorsqu'on peut l'identifier, offre des possibilités d'enseignement mais surtout une représentation du savoir par les problèmes où il intervient permettant de restituer le sens du savoir à enseigner.

b) Le recours à une situation fondamentale en ce sens est une exigence épistémologique fondée, qui définit un projet d'élaboration d'une *infrastructure mathématique didactiquement adaptée à une pédagogie des AER*. Mais une pédagogie des AER *stricto sensu* requiert toutefois des conditions moins radicales ; je les rappelle ici dans la formulation qui en était donnée dans la séance 4 (tenue le mardi 26 septembre 2000) de mon séminaire de l'année 2000-2001 pour les élèves de 2e année d'IUFM, professeurs stagiaires de mathématiques. (Le sigle OMP désigne une organisation mathématique *ponctuelle*, de la forme $[T/\tau/\theta/\Theta]$.)

– Soit un type de tâches T dont l'étude est programmée. L'AER par laquelle sera mise en place dans la classe l'OMP $[T/\tau/\theta/\Theta]$ doit ***en premier lieu motiver*** le type de tâches T, en exhibant l'une au moins de ses ***raisons d'être***.
– Le schéma général permettant cette motivation est le suivant : on choisit une tâche, notée ✓ (« coche »), d'un ***type*** familier à l'élève, mais dont l'accomplissement selon une certaine technique amène ce dernier à rencontrer une difficulté déterminée, une tâche ***problématique*** $t^* \in T^*$ que l'accomplissement d'une tâche $t \in T$ permettrait de dépasser.
– Le type de tâches T apparaît ainsi comme permettant d'accomplir les tâches du type T^* : T^* (et derrière T^*, ✓) motive T, dont il apparaît alors comme une raison d'être.
– Voici d'abord l'ébauche d'un exemple relatif au type de tâches T consistant à effectuer une division (dans $\mathbb{N}^*$) :

• la tâche ✓, ici, n'est pas à la charge de l'élève, mais à la charge ***d'un personnage évoqué par l'énoncé*** : « Un paysan doit expédier un lot de 250 œufs dans des boîtes pouvant contenir chacune 6 œufs » ;
• la ***difficulté*** qui surgit devant le personnage évoqué – ici, le paysan – dans l'accomplissement de ✓ est, elle aussi, ***évoquée*** : combien ce paysan doit-il se procurer de boîtes ? Répondre à cette question revient à accomplir une tâche du type T^* suivant : « Déterminer le nombre N de boîtes pouvant contenir n objets d'un certain type afin qu'on puisse y ranger m objets de ce type » ;
• le type de tâches T^* est supposé être ***problématique*** pour le personnage évoqué, mais aussi – et surtout – ***pour les élèves*** ;
• le travail demandé alors ***à la classe, sous la direction du professeur***, est la création d'une OMP du type $[T^*/\tau^*/\theta^*/\Theta^*]$, la technique τ^* imposant l'accomplissement ***d'une tâche du type T*** (ici, une division), et donc la mise au point d'une OMP $[T/\tau/\theta/\Theta]$: dans l'exemple proposé on aura ainsi $N = \left[\frac{m}{n}\right] + 1 = \left[\frac{250}{6}\right] + 1 = 41 + 1 = 42$;

– Voici un second exemple.

• La tâche ✓ est la suivante : « Trois vacanciers doivent se partager la somme de 860 F qui, à l'issue de leurs vacances, reste dans la caisse commune créée pour faire face aux frais quotidiens collectifs, et dans laquelle ils ont versé en tout, respectivement, 1900 F, 2100 F, 2200 F » ;
• La ***tâche problématique*** $t^* \in T^*$ consiste ici à « déterminer les sommes x, y, z qui doivent être restituées aux trois vacanciers » ;
• Les tâches du type T^* peuvent être accomplies – tel est ici le type de tâches T à motiver – ***en mettant le problème en équation et en résolvant le système obtenu*** : celui-ci comportant ici les équations $1900 \text{ F} - x = 2100 \text{ F} - y = 2200 \text{ F} - z$ & $x + y + z = 860$ F, sa résolution conduit à $x = 120$ F, $y = 320$ F, $z = 420$ F.

c) Notons que, dans les situations précédentes, la volonté prêtée à une personne (ou à un collectif de personnes) d'accomplir une certaine tâche ✓ conduit à devoir affronter une certaine question Q ayant la forme suivante : comment accomplir (de façon intelligible et justifiée) les tâches t^* d'un certain type T^* ? C'est cette question Q qui est ainsi au principe d'une certaine activité d'étude et de recherche.

d) Quelle est alors la difficulté centrale que rencontre le projet d'une pédagogie des AER ? Réponse : *l'absence d'une infrastructure didactique* (c'est-à-dire, ici, *didactico-mathématique*) adéquate. Pour toute entité à enseigner ♥, il s'agit en principe de concevoir une « situation », d'inventer une AER (avec sa tâche ✓, etc.) proposant un problème dont la tentative de résolution induise la rencontre avec ♥ et, si cela se peut, oblige à une certaine « maîtrise » de ♥. Ainsi une pédagogie des AER en mathématiques suppose-t-elle une infrastructure didactico-mathématique exprimant les raisons d'être des praxéologies mathématiques « à enseigner » et de leurs éléments – telles les notions mathématiques d'angle, de droites parallèles, de droites sécantes, de demi-droite, de segment de droite, de nombre décimal, de développement d'une expression algébrique, de factorisation d'une expression algébrique, de réduction d'une fraction, etc. (La liste, on l'imagine, est fort longue !) Or c'est devant cette grande ambition que « la profession » va s'arrêter. Symptôme mineur mais proliférant : les « activités » que leur employeur – l'Éducation nationale – demande aux professeurs d'introduire dans la classe sont bientôt rebaptisées « activités *préparatoires* », alors même que ce qualificatif est absent des prescriptions officielles. La pédagogie des AER (ou « des situations ») est ainsi réduite à un simple ajout au corpus des gestes professoraux d'un geste – proposer une « activité préparatoire » – qui apparaît à beaucoup inutile et se trouve de ce fait vite abandonné, sans que ses raisons d'être originaires en aient été même comprises.

8. Le problème de l'infrastructure

a) Toute activité humaine suppose ce que je nomme une *infrastructure praxéologique*. Cette notion relève de *l'analyse praxéologique*, laquelle est logiquement préalable à *l'analyse didactique* dans un exposé de la TAD : comme souvent, *l'ordre d'exposition* renverse ici *l'ordre de découverte*. Je dois en cette étape rappeler un point de théorie : une technique peut se décrire – il en est ainsi depuis le début – comme l'association d'un *dispositif* et de *« gestes »*. Une infrastructure praxéologique comporte en particulier des dispositifs, grands et petits, qui sont des œuvres, et qui permettent de développer des *activités superstructurelles* prenant appui sur cette infrastructure. Cette idée est évidemment fort simple et évidente : si je me promène dans la ville, j'utilise l'infrastructure des rues, passages, escaliers, etc., qui y ont été créés au fil du temps. Si je veux retrouver rapidement l'expression des coordonnées (x', y') du point M' image par la rotation de centre O (origine du repère) et d'angle α rad du point M de coordonnées (x, y), je peux recourir à l'infrastructure des nombres complexes et écrire que l'affixe $z' = x' + \mathrm{i}\, y'$ de M' est lié à l'affixe $z = x + \mathrm{i}\, y$ de M par l'égalité $z' = z\,e^{\mathrm{i}\alpha}$. Il vient alors : $z' = x' + \mathrm{i}\, y' = (x + \mathrm{i}\, y)e^{\mathrm{i}\alpha} = (x + \mathrm{i}\, y)(\cos\alpha + \mathrm{i}\sin\alpha) = (x\cos\alpha - y\sin\alpha) + \mathrm{i}\,(x\sin\alpha + y\cos\alpha)$. Il en résulte que l'on a la correspondance suivante :

$$\begin{cases} x' = x\cos\alpha - y\sin\alpha \\ y' = x\sin\alpha + y\cos\alpha \end{cases}.$$

Bien entendu, ce petit travail mathématique est superstructurel et s'inscrit dans une durée brève. Par contraste, la création de l'infrastructure mathématique que ce travail sollicite – les nombres complexes et leur usage en géométrie du plan – a été, on le sait, le fruit d'une très longue histoire !

b) Quelques remarques semblent cruciales touchant la notion d'infrastructure. La première est sans doute qu'il y a une propension forte chez les personnes et dans les institutions *à « oublier » l'infrastructure comme problème* – tout en l'exploitant de façon routinière comme *moyen*. Ce qui domine en ce cas est ce qu'on peut appeler le « silence de l'infrastructure ». De même qu'on a pu dire (à peu près) que la santé du corps, c'est le silence des organes (René Leriche), de même on peut dire que la santé praxéologique d'une personne ou d'une institution, c'est (d'abord) le silence de l'infrastructure : la santé, c'est quand l'infrastructure se fait oublier ; c'est lorsque prévaut *l'illusion superstructurelle*, qui refoule la question des conditions et contraintes infrastructurelles des activités superstructurelles.

c) Le refoulement du problème de l'infrastructure, l'essor corrélatif de l'illusion superstructurelle sont le lot – et le symptôme – des « périodes normales » de la vie praxéologique des personnes et des institutions. Dans les périodes « critiques », où la vie praxéologique se dégrade parce que des difficultés récurrentes, insistantes, apparemment insurmontables l'affectent, le refoulement infrastructurel continue d'abord de régner : la crise souterraine en est d'autant augmentée, avant qu'un jour elle éclate au grand jour, faisant apparaître du même coup le désajustement infrastructurel dont elle apparaît comme le symptôme éclatant.

d) Le problème infrastructurel se pose à toute pédagogie : toute pédagogie nécessite une infrastructure didactique adaptée, sur laquelle s'élèveront les organisations didactiques « implémentant » cette pédagogie. Pour que le régent Dupuy exerce son art, il lui faut ainsi disposer du « plat cours de Bezout », sans doute le *Cours complet de mathématiques à l'usage de la marine et de l'artillerie* en six volumes (1770-1782) rédigé par Étienne Bézout (1730-1783), lequel avait déjà donné (en 1764-1767) un *Cours de mathématiques à l'usage des Gardes du Pavillon et de la Marine* en quatre volumes. Bien entendu, Dupuy aurait pu user aussi des *Éléments d'algèbre* d'Alexis Claude Clairaut (1713-1765), dont la 5^{e} édition est de 1797 : il s'agit là – la chose n'avait pas échappé au jeune Henri Beyle – d'une infrastructure didactico-mathématique qui permet une autre pédagogie, qui n'est plus tout à fait une pédagogie de régent. On voit aussi, par contraste, que, dans le cas du « savant » Gros, ces infrastructures mathématico-didactiques contrastées semblent occultés, comme si, par exemple, Gros tirait de lui-même la technique de résolution (classique) des équations du 3^{e} degré : on a là une forme essentielle de *l'illusion superstructurelle.*

e) Les observations précédentes seraient incomplètes si je ne notais pas, sans m'y attarder, le plus formidable remaniement infrastructurel qu'on ait connu depuis longtemps : je veux parler de la *réforme des mathématiques modernes* qui prend son essor dans les années 1960. On tient là, au demeurant, un exemple superlatif d'un phénomène toujours menaçant : contre l'infrastructure mathématique « classique » jugée alors moribonde, la réforme met en place une infrastructure profondément revitalisée au plan mathématique mais qui n'est guère adaptée qu'à une pédagogie de professeur, au moment même où certains cherchent à promouvoir une pédagogie des situations. On sait que, une fois reconnue cette inadéquation, on passera sans façon à une infrastructure hétéroclite, faite des débris des infrastructures antérieures.

9. Remanier l'infrastructure : un exemple

a) S'agissant de la pédagogie des AER (et, à plus forte raison, des PER), je voudrais contribuer à révéler la crise infrastructurelle apparemment invisible dont les effets sont pourtant partout visibles : on « n'implémente » pas une pédagogie des AER sans une infrastructure adéquate, qui est aujourd'hui un projet plutôt qu'une réalité.

b) Pour mieux poser le problème, je m'arrêterai ici sur un exemple d'AER dont, bien entendu, je n'évoquerai ici que l'argument. Toute notion mathématique, ai-je rappelé, a ses raisons d'être. Pourquoi, ainsi, s'intéresser à ce qu'on peut appeler la *pente* en un certain point de la courbe représentative d'une fonction ? Considérons la situation du monde suivante.

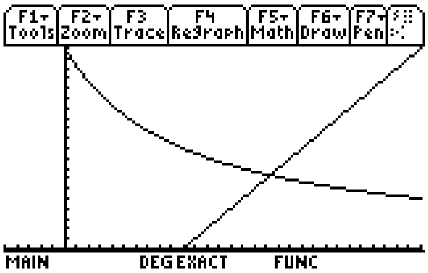
> Voulant calculer l'expression $\frac{2}{\sqrt{3}+1}$ et ne disposant que de la calculette de son téléphone mobile, un élève a remplacé $\sqrt{3}$ par la valeur approchée 1,7 ; il obtient ainsi $\frac{2}{\sqrt{3}+1} \approx 0{,}7407407$. En utilisant l'égalité
>
> $$\frac{2}{\sqrt{3}+1} = \sqrt{3} - 1$$
>
> il réalise ensuite qu'il obtient alors $\frac{2}{\sqrt{3}+1} \approx 0{,}7$. Pourquoi cette différence entre ces deux valeurs approchées ? se demande l'élève ; et quelle est la bonne valeur ? Ou plutôt : laquelle de ces deux valeurs (0,7 et 0,74) est la plus proche de la valeur exacte de $\frac{2}{\sqrt{3}+1}$?

Ici, la tâche ✓ prêtée à l'élève consiste à calculer (avec certains moyens de calcul) une valeur décimale approchée du réel $A = \frac{2}{\sqrt{3}+1}$. L'accomplissement de ✓ également évoquée conduit l'élève à devoir choisir la meilleure des deux valeurs 0,7 et 0,74 : c'est la tâche t^*. Pour tout cela, on va être conduit à accomplir une tâche t d'un type que l'on explicite ci-après.

c) Cette tâche t consiste ici, pour l'essentiel, à introduire les fonctions définies par

$$f(x) = \frac{2}{x+1} \text{ et } g(x) = x - 1$$

et à comparer leur rapidité de croissance ou de décroissance autour de $\sqrt{3}$. La technique τ peut se satisfaire d'une calculatrice scientifique où l'on affiche les courbes représentatives de f et g (ci-après).



On a bien sûr $f(\sqrt{3}) = g(\sqrt{3}) = A$; mais, parce que $1{,}7 < \sqrt{3}$ et que la courbe représentative de f « descend », on a $f(1{,}7) > f(\sqrt{3})$ et donc $0{,}741 > A$. De même, on voit que la droite représentative de g « monte », en sorte que l'on a $g(1{,}7) < g(\sqrt{3})$, soit $0{,}7 < A$. On a donc ainsi, finalement, l'encadrement

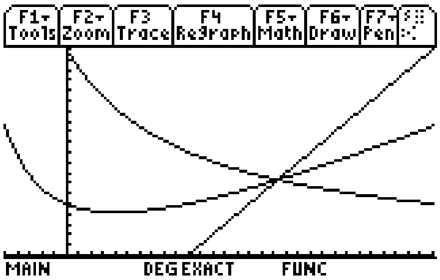
$$0{,}7 < A < 0{,}741.$$

Ce premier résultat trouve son origine dans la considération du caractère *croissant* ou *décroissant* des fonctions f et g implicitement manipulées quand on remplace $\sqrt{3}$ par 1,7 : ce sont ces propriétés-là *qui expliquent le phénomène constaté*. Quelle est alors la valeur la plus proche de la valeur exacte A : $f(1{,}7)$ ou $g(1{,}7)$? Il faut pour cela examiner un deuxième aspect des fonctions manipulées : la *pente* de leur courbe représentative près de $\sqrt{3}$. La fonction f décroît plus lentement que la fonction g ne croît, si bien que, quand on s'éloigne de ε de $\sqrt{3}$, en conséquence, $f(\sqrt{3} + \varepsilon)$ s'éloigne moins de A que ne le fait $g(\sqrt{3} + \varepsilon)$: la valeur la plus proche est donc $f(1{,}7)$.

d) On voit au passage que l'activité requise pour apporter une réponse R à la question Q est « ouverte » : on pourra poursuivre l'étude en se demandant comment *mathématiser* la notion de pente de f en $\sqrt{3}$ ou autour de $\sqrt{3}$ (ce que l'on aura fait sans trop y réfléchir pour la fonction affine g). La notion de *dérivée* de f en $\sqrt{3}$, qui est au bout de ce questionnement, permettra alors, en principe, de prévoir, *sans même examiner* les courbes représentatives de f et g, quelle est la meilleure expression de A à utiliser : on a $f'(x) = -\dfrac{2}{(x+1)^2}$ et donc $|f'(\sqrt{3})| = \dfrac{2}{(\sqrt{3}+1)^2} < \dfrac{2}{(2{,}7)^2} < 0{,}275$, alors que g a pour pente 1, en sorte que c'est la première expression qui donne la valeur la plus proche. On peut aussi songer à fabriquer une expression de A « meilleure » que les deux disponibles, c'est-à-dire correspondant à une fonction h ayant, près de $\sqrt{3}$, une pente plus faible. Une « idée graphique » simple est de créer une fonction h dont la courbe représentative passe par l'intersection des deux courbes précédentes et se situe entre les deux courbes déjà tracées. Ainsi peut-on penser à prendre la fonction

$$h = \frac{f+g}{2}$$

qui vérifie bien l'égalité $h(\sqrt{3}) = A$. En ajoutant aux deux précédentes la courbe représentative de h, on obtient la configuration qui se révèle sur la copie d'écran ci-après.



On a alors : $h(1{,}7) = \dfrac{1{,}7-1}{2} + \dfrac{1}{1{,}7+1} = 0{,}35 + \dfrac{1}{2{,}7} = 0{,}720\ldots$ On peut penser à itérer le procédé en prenant

$$i = \frac{f+h}{2} = \frac{f + \frac{f+g}{2}}{2} = \frac{3f+g}{4}$$

ce qui donne : $i(1{,}7) = \dfrac{\dfrac{6}{1{,}7+1} + 0{,}7}{4} = \dfrac{6 + 2{,}7 \times 0{,}7}{2{,}7 \times 4} = \dfrac{6 + 1{,}89}{10{,}8} = 0{,}73\ldots$ Bien entendu, rien n'empêche de recommencer : on aura chaque fois un résultat plus proche de $A = 0{,}7320508075688772\ldots$

e) L'étude pourra être davantage fouillée : on pourra par exemple se proposer d'établir par le calcul, *sans* utiliser de dérivées ou au contraire *à l'aide* des dérivées, ce que *montre* la calculatrice graphique. On notera aussi que la bonne ou moins bonne qualité de l'approximation de $\sqrt{3}$ utilisée pourra être compensée par le bon choix de la fonction permettant de calculer la valeur approchée. Dans cette perspective, on soulignera l'apparition, dans ce qui précède, de l'idée de « barycentres » de deux fonctions ; et on pourra alors s'essayer à déterminer pour quelles valeurs du paramètre $\lambda \in [0\ ;\ 1]$ on aura avantage à prendre, pour expression de A, $h_\lambda(\sqrt{3})$, où

$$h_\lambda = \lambda f + (1-\lambda)g.$$

Je laisse au lecteur intéressé le soin de mener à bien, pour son compte, une telle étude. Ce que je voudrais souligner surtout, c'est qu'une telle AER suppose localement une *infrastructure mathématique adaptée*, qui reste en général partiellement à créer comme tel (même si les matériaux utiles existent pour cela). À titre d'illustration de ce phénomène, voici un document qui, sous le titre *The slope of a function*, exemplifie le nécessaire travail de création d'une infrastructure voulue adéquate à un certain objectif didactique (nous allons voir lequel, en ce cas) qui ressemble à ce que pourrait être l'infrastructure sur laquelle pourrait s'appuyer le développement de l'AER précédente (http://www.htdp.org/2001-01-18/Book/node128.htm#figfuncdiff).

The Slope of a Function

For many problems, we need to be able to draw a line that has the same slope as some curve at a certain point. Indeed, computing the slope is often the true goal. In economics problems, the slope is the growth rate of a company if the curve represents the income over time. In a physics problem, the curve could represent the velocity of some object; its slope, at any point, is then the current acceleration of the object.

Determining the slope of some function *f* at some point *x* is to *differentiate* the function. The differential operator (also called a functional) returns a function *f'* (pronounced "f prime"). It tells us for any *x* what the slope of *f* is at that point. Computing *f'* is complicated, so it is again a good task for a computer program. The program consumes some function *f* and produces *f'*.

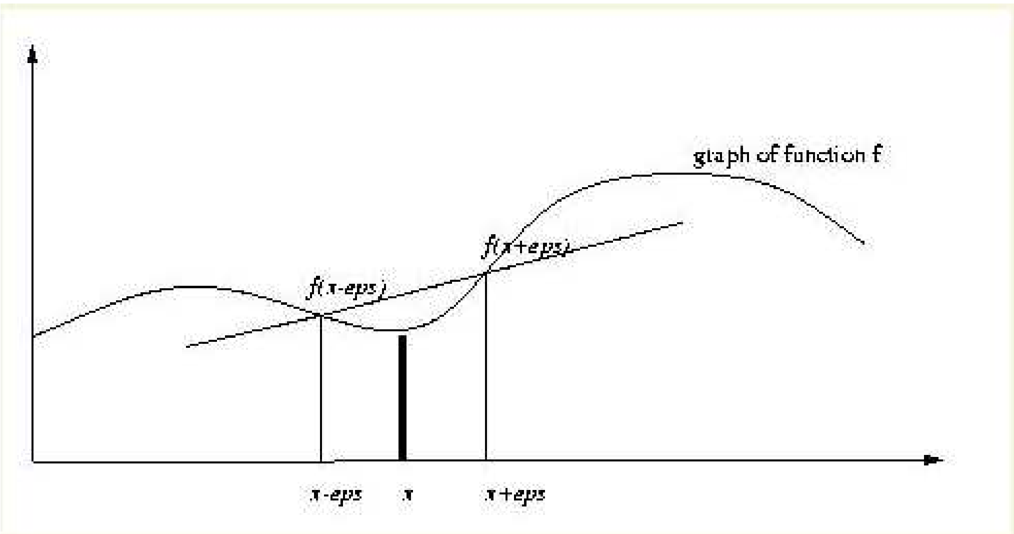


Figure: The graph of some function

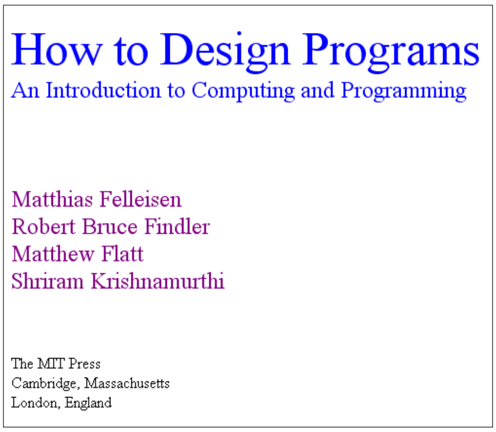
To design a "differentiator" we must study how we could construct lines that have the same slope as a curve. In principle, such a line touches the curve at just that point. But suppose we relax this constraint for a moment and look at straight lines that intersect the curve close to the point of interest. We pick two points that are equally far away from x, say, $x - \varepsilon$ and $x + \varepsilon$; the constant ε, pronounced epsilon, represents some small distance. Using the two corresponding points on the curve, we can determine a straight line that has the proper slope.

The situation is sketched in figure [cross-reference]. If the point of interest has coordinate x, the two points are $(x, f(x - \varepsilon))$ and $(x, f(x + \varepsilon))$. Hence the slope of the line is

$$\frac{f(x+\varepsilon)-f(x-\varepsilon)}{2\cdot\varepsilon}$$

That is, the difference between the height of the right point and the left point divided by their horizontal distance.

L'erreur que l'on n'aura pas manqué de constater – les points à considérer ont en fait pour coordonnées $(x-\varepsilon, f(x-\varepsilon))$ et $(x+\varepsilon, f(x+\varepsilon))$ – est typique d'une infrastructure didactico-mathématique *naissante*, peut-être trop vite constituée. En fait, si l'on se reporte à l'adresse http://www.htdp.org/2001-01-18/Book/index.htm, on découvrira qu'il s'agit là d'un extrait d'un ouvrage – apparemment des plus sérieux – d'initiation à la programmation.


How to Design Programs
An Introduction to Computing and Programming

Matthias Felleisen
Robert Bruce Findler
Matthew Flatt
Shriram Krishnamurthi

The MIT Press
Cambridge, Massachusetts
London, England

On devine à cet exemple que le passage à une pédagogie des AER suppose des remaniements infrastructurels importants, qui ne devraient pas le céder en difficulté à ceux que réalisa jadis la réforme des mathématiques modernes. On notera que, ici, ce qui est défini (et calculé) est ce qu'on nomme généralement la *dérivée symétrique*, qui n'appartient pas au corpus mathématique usuel au secondaire. Il est clair que si une fonction admet une dérivée en un point, elle y admet une dérivée symétrique, égale à cette dérivée. Il est tout aussi clair que la réciproque est fausse : une fonction comme $|x|$ possède une dérivée symétrique en 0 mais n'y est pas dérivable. Il est immédiat encore que, s'il existe une dérivée à gauche et une dérivée à droite, alors la dérivée symétrique existe et vaut la demi-somme des dérivées à gauche et à droite. Comme toujours, ce qui est utile n'est pas fixé à l'avance : cela dépend très largement de la question à laquelle on désire répondre.

AER, PER ET INGÉNIERIE DIDACTIQUE

1. Une problématique à déconstruire

a) Je me limiterai ici à quelques notations rapides sur la question de l'ingénierie didactique (ID). Cette notion porte en elle une grande ambition, qu'il nous faut analyser et déconstruire. Dans une acception que je crois commune et qu'on peut appeler « classique », un travail ordinaire d'ID ambitionne d'élaborer une organisation didactique (OD) – ce que d'aucuns nomment « *une* ingénierie didactique » – qu'on peut dire *quasi déterministe*, c'est-à-dire engendrant une activité d'étude et de recherche dont la chronique comme les effets d'apprentissage seraient insensibles, au premier ordre au moins, si l'on peut dire, aux conditions et contraintes qui ne sont pas explicitement prises en compte par cette OD. C'est ainsi que, si l'on parle d'une « ingénierie didactique » pour l'enseignement de la symétrie en 6e, on laisse entendre que l'OD correspondante provoquera l'apprentissage de la symétrie (telle qu'on est censé l'apprendre en 6e), et cela quelle que soit la classe de 6e et quel que soit le professeur. Cette ambition mériterait sans doute d'assez longs commentaires – à propos par exemple du fantasme (ou du projet) d'un enseignement *teacherproof*. Mais je voudrais insister ici sur un aspect crucial qui pourrait passer presque inaperçu : la promesse d'une « ingénierie didactique » tient surtout en ceci qu'elle provoquerait, à l'instant i du temps didactique, l'apprentissage de praxéologies (mathématiques) bien déterminées, $\wp$, et que le travail d'étude et de recherche engendrant cet apprentissage n'impliquerait aucune autre rencontre praxéologique que celles déjà effectuées dans la classe jusque-là, avec donc un ensemble de praxéologies qu'on peut noter $\bigcup_{k \prec i}\{\wp_k\}$ (où l'ordre $\prec$ est celui, construit, du temps didactique de la classe). On retrouve ici le recours à un temps didactique *linéaire* comme solution au problème difficile de la gestion des fins à atteindre ($\wp$) et des moyens pour ce faire – ceux-ci s'égalant alors au « déjà appris » et ceux-là au « à apprendre ».

b) D'où peut venir cette ambition de l'ID « classique » ? Au plus près, il y a l'effet rémanent – et d'une prégnance extrême – du paradigme de l'inventaire des savoirs, tel par exemple que le réalise le cours magistral. Si, aujourd'hui, je traite de la dérivée, je parle de la dérivée *et de rien d'autre*. Le contenu de mon propos est déterminé, il ne souffre d'aucune indétermination. Il n'est pas « mité » par des contenus praxéologiques *autres* qui seraient *inédits* : s'il mobilise certains contenus, ceux-ci auront été « traités » à un instant antérieur, et ceux qui ne l'ont pas été, qui trouveront peut-être leur place, ultérieurement, dans le défilé qu'institue le « cours », n'auront pas à être sollicités. C'est l'idée même du *cursus studiorum*, du « cours d'étude ».

c) Derrière cette notion classique d'ingénierie didactique, il y a cependant une volonté « politique », celle d'une institution qui entend détenir un *contrôle a priori* aussi rigoureux que possible sur ce qu'elle suscite – qu'elle s'interdit, donc, de penser en termes d'*aventure*. Ce souci du contrôle s'incarne bien évidemment dans les dispositifs de *contrôle expérimental*, dont les limites se rappellent pourtant constamment au chercheur. (On pourra voir, dans l'article "Experiment" de *Wikipedia*, la distinction entre *Controlled experiments* et *Natural experiments*.) Dans un article paru récemment dans *The New Yorker* (18 mai 2009) et intitulé *Don't! The secret of self-control*, l'auteur, Jonah Lehrer – dont je vous laisserai découvrir le sujet : voir http://www.newyorker.com/reporting/2009/05/18/090518fa_fact_lehrer –, écrit ceci, typique du choc entre deux manières de concevoir et d'aborder le réel institutionnel.

> For the past few months, the researchers have been conducting pilot studies in the classroom as they try to figure out the most effective way to introduce complex psychological concepts to young children. Because the study will focus on students between the ages of four and eight, the classroom lessons will rely heavily on peer modelling, such as showing kindergartners a video of a child successfully distracting herself during the marshmallow task. The scientists have some encouraging preliminary results—after just a few sessions, students show significant improvements in the ability to deal with hot emotional states—but they are cautious about predicting the outcome of the long-term study. "When you do these large-scale educational studies, there are ninety-nine uninteresting reasons the study could fail," Duckworth says. "Maybe a teacher doesn't show the video, or maybe there's a field trip on the day of the testing. This is what keeps me up at night."

On observera par contraste que l'ID « classique » semble assumer une ambition plus grande encore que l'expérimentalisme de laboratoire transporté « sur le terrain » : ses produits sont censés, dans une certaine mesure, être robustes *aussi* par rapport aux errements de la vie scolaire.

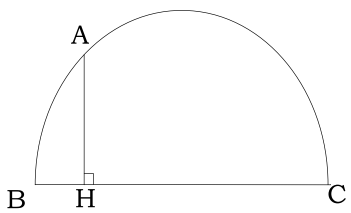
d) L'ambition ou l'exigence qui est celle de l'ID classique semble être passée de l'inventaire des savoirs au questionnement du monde. À cet égard, il convient d'être attentif au sort réservé à l'exigence que, en se référant désormais aux PER (qui généralisent les AER), on peut écrire plus généralement

$$\{ R_1^\lozenge, R_2^\lozenge, \ldots, R_n^\lozenge, O_{n+1}, \ldots, O_m, R^\heartsuit \} \subset \bigcup_{i=1}^{N+1} \{\wp_i\}$$

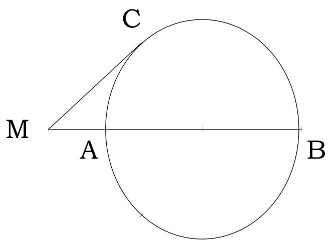
où la famille d'éléments praxéologiques $\{\wp_i\}_{1 \leq i \leq N+1}$ est fixée *à l'avance* – ce qui situe l'enquête *finalisée* dans la perspective de l'ingénierie didactique traditionnelle. Or, c'est précisément cette exigence-là qu'il faut, je crois, accepter de repenser dans une *didactique* de l'enquête et des PER (qui est l'affaire du chercheur) et, sans doute aussi, dans une *pédagogie* de l'enquête et des PER (qui est l'affaire du « professeur »). Il est à souligner, à cet égard, que l'exigence à déconstruire va plus loin que celle qui anime ce que j'ai appelé la problématique *de base* en didactique, où l'on étudie l'ensemble suivant : $\{ C \,/\, \Re\vee\partial(K_0, C, \wp_0, U_0) \}$. Si C est un ensemble de conditions appartenant à cet ensemble, en effet, il y a au moins rencontre avec le système praxéologique $\wp_0$; mais cela n'implique pas que, dans les conditions C, ne se produise, le cas échéant, une *première* rencontre (dans l'histoire didactique de U_0) avec d'autres systèmes praxéologiques $\wp_1$, $\wp_2$, etc. Il faut donc commencer par s'affranchir de cette problématique de base *restreinte* pour assumer que, si une finalité en termes de « savoirs rencontrés » est assignée à un PER, la rencontre visée ne soit pas exclusive de rencontres auxiliaires, engendrées, non tant par l'enquête elle-même que par le PER en lequel elle se coule, qui est l'objet de contraintes objectives, certes, mais aussi le fruit de conditions créées par les acteurs – X et Y – du processus d'enquête. Dans un tel contexte pédagogique, on se contentera déjà de réaliser seulement ce qu'énonce le formalisme suivant :

$$\wp \subset \{ R^\Diamond_1, R^\Diamond_2, \ldots, R^\Diamond_n, O_{n+1}, \ldots, O_m \} \cup \{ R^\heartsuit \}.$$

e) En même temps, exploitant la relative liberté *économique* qui s'offre à une pédagogie des PER, $X \cup Y$ pourra imposer au parcours d'étude et de recherche des contraintes qui écartent, *a priori* ou *a posteriori*, certaines réponses $R^\Diamond$ ou certaines œuvres O. Voici de cela un exemple, relatif à un PER engendré par la question Q suivante : « Comment construire un calculateur graphique ? » Pour qui connaît un tant soit peu la question, il est clair que l'enquête amènera à rencontrer le théorème de Thalès et le théorème de Pythagore, à titre d'œuvres O outillant la construction de $R^\heartsuit$. Si l'enquête conduit à examiner certaines réponses $R^\Diamond$, elle pourra conduire aussi à rencontrer des propriétés mathématiques étrangères au « programme de rencontres » auquel on souhaite se limiter. C'est ce qu'illustre le passage suivant de la séance 12 du séminaire 2004-2005 destiné aux élèves professeurs de mathématiques de 2e année de l'IUFM d'Aix-Marseille.

> ① Supposons d'abord qu'on veuille calculer graphiquement le nombre $\sqrt{n}$, où n est un entier naturel. On peut le faire en construisant une épure conforme au schéma ci-après, où BH = 1 et HC = n.
>
> 
>
>
> La connaissance géométrique clé est ici le fait qu'on a l'égalité $AH^2 = BH \times HC$, soit le fait que « dans un triangle rectangle, la hauteur est moyenne

proportionnelle entre les segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse ». Cette propriété implique qu'on a ici $AH^2 = BH \times HC = 1 \times n = n$ et donc $AH = \sqrt{n}$.
② On peut encore utiliser la technique suivante : on construit des points alignés M, A, B tels MA = 1, MB = n, puis on trace une des deux tangentes issue de M au cercle de diamètre [BC], soit (MC), où C est le point de contact ; enfin on mesure MC, ce qui donne le nombre cherché.



La connaissance géométrique cruciale s'exprime ici à l'aide de la notion de ***puissance d'un point par rapport à un cercle*** : la puissance de M pour le cercle de diamètre [AB] est égale d'une part au produit $MA \times MB$, d'autre part au carré MC^2 ; si l'on a donc $MB = n$ et $MA = 1$, il vient $MC^2 = n$ et $MC = \sqrt{n}$.

Ici, bien entendu, la référence à la notion de « puissance d'un point par rapport à un cercle », étudiée jadis en classe terminale scientifique, fait sortir des programmes actuels – dont elle souligne du même coup le caractère presque nécessairement arbitraire. Mais cette apparente difficulté n'en est pas une : en tant qu'il dirige l'enquête, le professeur y peut toujours décider d'écarter tel ou tel développement possible qui, en une certaine étape du parcours d'étude et de recherche, apparaît pertinent.

f) Tel est, je l'ai annoncé plus haut, l'un des intérêts *économiques* des PER : ils ne sont pas écrits à l'avance et s'écrivent en se déployant. Mais c'est là aussi un de leurs points de faiblesse *écologique*. Dans la logique d'étude qui vise $\wp$ à travers l'étude de Q, ce qui tend à être valorisé est $\wp$, tandis que la question *Q et tout ce qui découle de son étude au-delà de* $\wp$, à savoir

$$\{ R^{\lozenge}_1, R^{\lozenge}_2, \ldots, R^{\lozenge}_n, O_{n+1}, \ldots, O_m, R^{\heartsuit} \} \setminus \wp$$

auront peut-être, en fait sinon en droit, le statut d'éléments provisoires, constitutifs d'un échafaudage ayant permis (ou devant permettre) d'arriver à $\wp$. On imagine que, en ce cas, il devient un jour tentant *d'aller directement à* $\wp$ sans passer par l'étude de Q. Ainsi revient-on bientôt à la présentation frontale du « savoir à enseigner », $\wp$, détaché de toute espèce de motivation ! Pour cette raison, je l'ai souligné lors de la séance précédente de ce séminaire, l'enquête *finalisée* constitue un élément *essentiellement fragile* de l'infrastructure didactique.

g) La viabilité d'une pédagogie des PER se heurte ainsi à deux difficultés solidaires. Tout d'abord, nous le savons, on est tenté de vouloir contrôler *a priori* les parcours d'étude et de recherche selon l'usage de la pédagogie magistrale d'exposition du savoir. Ensuite, on est tenté d'aller trop vite au but désigné à l'avance, $\wp$, en négligeant de voir émerger comme nécessaires, ou du moins comme clairement utiles, l'ensemble des éléments praxéologiques composant le « butin » de l'étude, soit l'ensemble

$$M \cup \{ R^{\heartsuit} \} = \{ R_1^{\diamond}, R_2^{\diamond}, \ldots, R_n^{\diamond}, O_{n+1}, \ldots, O_m, R^{\heartsuit} \}.$$

2. Une problématique en construction

a) En quoi pourrait consister une ingénierie didactique des PER ? Telle est la question que je souhaiterais mettre au cœur du travail des dernières séances de ce séminaire. Il est clair que le mot même d'ingénierie porte en lui, aujourd'hui, des contraintes dont j'ai dit qu'elles apparaissaient contre-productives. Dans l'état de développement de la recherche sur les PER, Je pousserai en avant la *clinique didactique des PER* comme condition de possibilité de travaux en ingénierie didactique des PER et en particluier de travaux sur la notion même d'ingénierie.

b) Comme son nom l'indique, la première problématique que le chercheur doit faire sienne est la problématique *primordiale*, qui conduit à s'intéresser à des ensembles de la forme

$$\{ \wp \ / \ \Im(\wp, \Pi_0, U_0) \}$$

où Π_0 est le projet d'enquêter sur une ou plusieurs questions Q. Pour cela, il y a une première clinique des PER à développer pour mettre en œuvre la problématique primordiale. La culture commune des chercheurs est à cet égard insuffisamment émancipée des confinements disciplinaires scolaires ou savants pour que nous n'ayons pas tout, ou presque, à construire – notamment dans l'appréhension des besoins infrastructurels dans les divers champs de connaissance utiles. Les chercheurs doivent ainsi se livrer, seuls ou en équipes, à des enquêtes, en rendre compte, les analyser, etc. Il y a là la source d'un matériel de recherche indispensable.

c) Une telle clinique interne au petit monde de la recherche doit s'étendre à des mondes voisins, celui des « adultes cultivés » (professeurs, formateurs, étudiants avancés, etc.) qui voudront bien se livrer à des enquêtes selon des protocoles « légers » définis avec les chercheurs, de façon directe ou de manière indirecte – par le truchement d'un enseignant universitaire donnant ce type de travail à ses étudiants par exemple.

d) Ce dernier cas de figure se généralise à un troisième type de clinique : la clinqiue des « terrains » ouverts dans les institutions de formation (scolaires ou autres) où l'on tente de mettre en œuvre une pédagogie des PER, à l'instigation de chercheurs ou non. Nous en savons aujourd'hui beaucoup trop peu sur ce monde des PER qui se met en place ici ou là aujourd'hui ; et c'est donc à une première enquête sur ce sujet – la clinique des PER aujourd'hui observables dans l'enseignement secondaire ou supérieur – que seront consacrés les ateliers associés au cours que je donnerai dans le cadre de l'école d'été à venir. Au cœur de l'analyse didactique à mener se tient la problématique *possibiliste*, qui conduit à examiner des ensembles de la forme

$$\{ \wp \ / \ \Re\vee\partial(K_0, C_0, \wp, U_0) \}$$

où K_0 et C_0 sont les contraintes et conditions gouvernant le PER observé. L'examen de l'ensemble de ces possibles praxéologiques portera notamment sur ce que le PER met en relief et sur ce que, en sens inverse, il minore, écrase, ignore ; sur les rencontres praxéologiques qu'il rend inévitables et sur celles qui se révèlent évitables (ainsi que sur les conditions de leur évitement), etc.

e) Le fait de se rendre disponibles les œuvres *O* utiles à une enquête participe de ce que je nommerai la *viabilisation* de l'étude d'une question, processus qui constituera progressivement le *milieu didactique M* de l'enquête. Quel que soit le niveau de l'étude (et, corrélativement, de l'outillage utilisé), cette viabilisation indispensable identifie, élabore et organise les principaux composants praxéologiques qui entreront ultérieurement dans la *synthèse*, laquelle a pour fonction de rassembler, d'organiser, de présenter les outils et les résultats de l'enquête. Cette viabilisation *superstructurelle* est l'affaire *de la classe* $X \cup Y$. Bien entendu, je l'ai assez souligné, un autre niveau de viabilisation existe, celui de *l'infrastructure didactique* (*didactico-mathématique*, etc.), qui excède généralement les possibilités de création autonome du système didactique concerné, $S(X ; Y ; Q)$. En ce cas, la classe devra étudier, non pas une *question*, mais une *œuvre*, élaborée plus ou moins spécifiquement en vue de l'étude de *Q* – à la façon dont certaines œuvres mathématiques sont élaborées spécialement pour faciliter le travail des ingénieurs, ou des chimistes, ou des biologistes, etc., en l'interrogeant de façon finalisée par le désir de répondre à la question *Q*. On retrouvera alors l'intérêt bien compris de la problématique de base en didactique.

f) Bien entendu, l'étude codisciplinaire d'une question – par exemple celle-ci : « Pourquoi dit-on que les émissions de CO_2 tendent à augmenter l'effet de serre ? » –, conduit à étudier un certain nombre d'œuvres relevant de champs de connaissance multiples. Une telle situation appelle en règle générale des efforts d'étude et de recherche déployés au double niveau superstructurel et infrastructurel – dont la nécessité devient alors souvent une évidence. Derrière l'apparente immédiateté superstructurelle (relative), on n'oubliera pas alors la satisfaction de besoins infrastructurels présents *et à venir*. Si toute enquête conduit à rencontrer des œuvres et, dans une mesure qui dépend du parcours adopté, à les étudier, cette étude peut, dans le sillage de l'enquête *stricto sensu*, être plus ou moins approfondie – comme il en va au reste dans le traditionnel inventaire des savoirs. Il est loisible alors d'adopter à leur égard, d'une manière prospective et à titre d'investissement pour l'avenir, une problématique *interventionniste* conduisant à examiner des ensembles de la forme

$$\{ \Pi \;/\; \Im(\wp_0, \Pi, U_0) \}.$$

Une telle extension de l'étude visera ici, non à une vaine érudition, mais à la préparation du socle infrastructurel d'enquêtes futures, ardente obligation que ne doivent pas dissimuler les aspects superstructurels de l'enquête en cours.

h) Pour compléter ces trop rapides remarques, j'ajoute qu'il serait irréaliste de croire – selon l'habitus professoral du petit producteur indépendant – que toute l'infrastructure adaptée à une pédagogie donnée pourrait toujours être produite (ou même simplement organisée) par ceux dont l'activité la présuppose – les X et les Y du schéma herbartien. On ne demande pas aux médecins généralistes de découvrir le VIH ou d'inventer les trithérapies, mais seulement de faire de l'infrastructure scientifique et médicale ainsi spcifiquement enrichie le meilleur usage au chevet du malade atteint du SIDA. Il n'en va pas autrement en matière d'éducation : comme en matière de santé, l'infrastructure adéquate ne peut y être produite, en certaines de ses parties essentielles, que par des forces productives énormes, systématiquement développées. La question de l'ingénierie didactique, dont j'essaierai de montrer qu'elle continue de se poser lorsque X et Y entrent en scène, ne peut pas davantage être rendue indépendante de la question de l'infrastructure didactique.

That's all, folks!