Éléments pour une instruction publique nouvelle

Yves Chevallard
EAM ADEF, Aix-Marseille Université

Que faire devant la situation actuelle des mathématiques à l'école ? Pour répondre, il faudrait se mettre d'accord sur une analyse de cette situation. Ce n'est pas possible encore : une longue route nous reste à faire. Je parlerai donc pour moi, à partir de mes travaux et de quelques autres, ce qui ne me donne certes aucune prérogative en matière de *pouvoir*, exactement comme le pouvoir ne donne aucune privilège en matière de savoir, de lucidité, d'opérationnalité.

Mon analyse de la situation me conduit à conclure de façon pessimiste. En dépit des mille tours déployés pour séduire les élèves et les convaincre d'entrer dans le paradis du *Mathematics is fun!*, en dépit des inventions didactiques de tous ordres, le curriculum actuel est moribond.

L'acharnement pédagogico-didactique actuel peut prolonger encore un peu la vie du malade, mais celui-ci n'en a plus pour très longtemps. Hier, je dénonçais le monumentalisme pédagogique triomphant, dans lequel l'enseignement devient une suite de visites de monuments dont souvent on ignore les *raisons d'être*, alors même que l'école devrait les « enseigner » ! Bientôt, voici qu'on pique-nique dans les ruines de ces monuments, qu'on s'y ébroue, qu'on s'y ennuie, en attendant la fin de la visite.

Je vois en tout cela les prémisses d'un *effondrement en cours de l'ordre didactique scolaire*. Il nous faut donc passer à une *nouvelle civilisation didactique*, à un *nouveau paradigme scolaire*. Voilà ce que je voudrais proposer ici et maintenant.

Pour y voir clair, il faut *déplacer le problème*. Notre culture a été façonnée dans des sociétés où il y a un âge pour apprendre, qui se termine tôt, et au-delà duquel on n'apprend plus, parce qu'on sait, parce qu'on devrait savoir, ou parce qu'on n'a pas à savoir. Or c'est à cette vision des choses devenue presque naturelle qu'il nous faut dire adieu.

Le problème à poser est celui, non de ce qu'apprennent et de ce que savent les enfants ou les adolescents en mathématiques, en histoire, etc., mais bien de ce que savent et de ce que peuvent apprendre les *citoyens*.

Le problème cesse alors d'être seulement celui des « mathématiques à l'école ». Il devient celui de la *composante mathématique de l'équipement mental, intellectuel, pratique*, c'est-à-dire de l'*équipement praxéologique*, des citoyens, quels qu'ils soient.

La question à examiner est alors : que peut apporter l'école de la scolarité obligatoire à la « fabrication », à la maintenance, au développement de la composante mathématique de l'équipement praxéologique des citoyens ?

Ce problème d'instruction publique se situe à un niveau de difficulté *très supérieur* à celui du problème de l'éducation mathématique des enfants et adolescents. On a oublié que l'enfance et même l'interminable adolescence sont un temps bref de la vie. Ce qui se passe au-delà, l'instruction publique semble n'en avoir cure. Or c'est à cela qu'il faut en venir.

Le constat de départ est accablant. Une étude récente du Credoc révèle ainsi que « seule une personne sur deux sait que 100 € placés à 2 % par an conduisent à un capital de 102 € » (Bigot, Croutte & Muller, 2011, p. 6). L'ancien ministre Xavier Darcos (en 2008), interrogé à la télévision, se refuse à considérer le problème de proportionnalité suivant : « Sachant que 4 stylos valent 2,42 euros, combien valent 14 stylos ? » Après lui, confronté à la question « Dix objets identiques coûtent 22 euros. Combien coûtent quinze de ces objets ? », Luc Chatel répond : 16,5 euros − ce qui met 15 objets à un prix *inférieur* à celui de 10 de ces objets.

Rassurez-vous : en rappelant ces faits, je ne dis aucun mal de ces ministres ou anciens ministres ! Car ces personnes-là sont en réalité *normales* − et même *modales*. Aujourd'hui, en effet, si l'on n'est pas professeur (de mathématiques, de préférence) ou ancien élève de CPGE, on ne saurait répondre correctement que si l'on est, culturellement, une espèce de *monstre*. Didier Migaud, président de la Cour des comptes, n'est pas un monstre, mais une personne normale, qui déclare avec une assurance feinte que 7 fois 9, c'est 76, c'est-à-dire plus que 7 fois 10. Il en va de même d'Olivier Besancenot, qui, à l'instar de Xavier Darcos devant une règle de trois simple, refuse de s'engager à donner la valeur du produit 8×9.

À l'instar de la plupart des adultes cultivés, les ministres eux-mêmes ne maîtrisent pas le socle. Cela pèse indirectement mais durement sur ce que peuvent apprendre les enfants ; car, sauf exception, ceux-ci aspirent à devenir des adultes *normaux* dans la société où ils vivent. Or la culture des adultes cultivés est devenue résolument étrangère, voire hostile, à tout commerce personnel avec tout ce qui peut apparaître comme mathématique.

À cet égard, voici un test dont je ferais l'alpha et l'oméga de la nouvelle instruction obligatoire. Prenez un texte ; faites-le lire à un adulte cultivé modal. Supposez qu'il comporte en un certain point une formule « mathématique ». Voici de cela un exemple, que je tire du livre de Patrice David et Sarah Samadi (2011) intitulé *La théorie de l'évolution. Une logique pour la biologie* (Flammarion, 2011) :

> On peut démontrer, en utilisant les calculs théoriques de la dérive génétique, que dans une population de n gènes, qui mutent à chaque génération avec un très faible taux de mutation μ, la diversité génétique moyenne approche au cours du temps une limite donnée par :
>
> $$\hat{H} = 1 - \frac{1}{1 + 2n\mu}.$$
>
> Que nous apprend cette formule ? Elle montre que l'on ne doit pas observer de polymorphisme quand $2n\mu \ll 1$ (auquel cas $\hat{H}$ est proche de zéro). En revanche, dès lors que l'ordre de grandeur de $2n\mu$ est…

Le lecteur modal sautera ladite formule, ou se récriera, ou renoncera à comprendre, et protestera même, au motif que, parmi les droits de l'homme et du citoyen *mis à jour*, il est désormais un droit inaliénable, celui de ne faire jamais, une fois le bac passé, de rencontre non désirée avec rien qui soit « mathématique ».

Dans un livre intitulé *La course de la gazelle. Biologie et écologie à l'épreuve du hasard* (Pavé, 2011), l'auteur use d'un petit modèle mathématique pour expliquer comment, du fait des mécanismes de l'évolution darwinienne, il y a deux sexes et non pas trois ou quatre, et pourquoi les proportions p et q des individus de l'un et l'autre sexe sont approximativement égales. La chose est explicitée dans un encadré qui s'ouvre par ces mots : « Avertissement important : l'auteur souhaitant ne pas porter la responsabilité de troubles de santé, les lecteurs allergiques aux mathématiques, mêmes élémentaires, peuvent se reporter directement à la conclusion. »

Dans cet encadré, l'auteur explicite le fait que, selon un modèle probabiliste très simple, si une espèce comportait n sexes présents en telle population dans les proportions $p_1, p_2, \ldots, p_n$ (avec $p_1 + p_2 + \ldots + p_n = 1$), alors la probabilité d'une rencontre « féconde » de n individus serait donnée par l'expression $n!p_1p_2\ldots p_n$, laquelle est maximale lorsque $p_1 = p_2 = \ldots = p_n = 1/n$. Le maximum de probabilité d'une rencontre féconde vaut ainsi $n!/n^n$ et diminue donc rapidement quand n croît.

C'est cela que la culture normale ne supporte pas. Et c'est à faire, tout au contraire, qu'elle en vienne à l'assumer comme allant de soi que l'école, selon moi, doit travailler.

Je tracerai le portrait du citoyen que doit former cette école nouvelle en usant de trois qualificatifs qui disent peu par eux-mêmes : le citoyen – et l'élève qui le précède – devra devenir *herbartien, procognitif, exotérique* ; tout cela à la fois.

Il devra être *herbartien* : devant l'un ou l'autre des textes précédents, il se posera face à un système de *questions,* au lieu de chercher à les fuir. Il se proposera ainsi d'étudier la question « Pourquoi, lorsque le produit $n\mu$ est petit, la diversité génétique $\hat{H}$ est-elle proche de zéro ? » ; et aussi, question plus ambitieuse : « D'où vient cette formule donnant $\hat{H}$ en fonction de n et de μ ? » Dans le second cas, de même, il se demandera ce que signifie la notation $n!$ et pourquoi le maximum de l'expression est obtenue lorsque les proportions des divers sexes sont égales, et d'où vient tout cela.

Le fait de ne pas être herbartien dérive souvent du fait de ne pas être *procognitif*, c'est-à-dire, en vérité, d'être *rétrocognitif*, tel que l'école d'hier et d'aujourd'hui nous a voulus. Pour se poser les questions précédentes, il serait nécessaire, nous a-t-on fait accroire, d'en connaître la réponse par avance ! Si j'ignore ce que désigne l'écriture $n!$, ainsi, il est *trop tard*, j'aurais dû l'apprendre *avant.*

Dans le paradigme scolaire classique, on « sait vers l'arrière ». Dans le paradigme scolaire à construire, comme dans la vie scientifique, on sait « vers l'avant ». Ce que j'ignore, ou ce que j'ai su un jour mais que j'ai oublié aujourd'hui, je l'apprendrai *hic et nunc*. Mon passé ne scelle pas mon présent. L'étude du monde, l'enquête sur le monde se poursuivent indéfiniment.

Dans l'équipement mental du citoyen, il doit donc y avoir ceci : entre les deux cul-de-sac du « Je sais (d'avant, et d'avance) » et du « Je ne sais pas et (donc) ne saurai jamais », il y a l'échappée belle du « Je peux étudier, apprendre, savoir, ici et maintenant ». Tout citoyen doit ainsi se regarder non comme qui devrait être un « ésotérique », grand familier de tout savoir, mais, indéfiniment, comme un *exotérique*, pour qui les connaissances adéquates sont toujours à conquérir, ou à contrôler. (Tout citoyen doit savoir qu'il n'existe pas d'ésotérique, sinon dans le fantasme des institutions.)

Comment alors organiser l'instruction ? J'utiliserai pour répondre une petite fiction didactique. L'étude d'une question engendre des questions ; toute question a un certain *pouvoir générateur*. Voici alors un premier élément du scénario : les élèves suivent un *séminaire codisciplinaire* où ils étudient des questions que je dis *ombilicales* parce qu'elles nous lient essentiellement au monde, et qui ont en règle générale un fort pouvoir générateur.

Une telle question engendrera par exemple la question *a priori* un peu étrange (pour qui ne l'aurait jamais rencontrée) que je résume ainsi : « Pourquoi deux sexes plutôt que trois ou quatre ? » Une telle question est, comme toute question, une *œuvre*, c'est-à-dire une production humaine délibérée et finalisée, et toute œuvre a une ou plusieurs *raisons d'être*. Les autres types d'œuvres – théoriques, expérimentales, pratiques, etc. – que l'étude d'une question conduit à rencontrer et à étudier pour en tirer profit seront dites de même engendrées par l'étude de la question.

La question qui peut engendrer la question du nombre de sexes dans le contexte où nous l'avons rencontrée, la question donc qui est sa raison *d'être là*, et que je vous laisserai identifier, cette question doit-elle être inscrite au répertoire scolaire des questions ombilicales à étudier et, si oui, à quels niveaux ? Il y a là une question cruciale en matière d'instruction publique, à laquelle je ne répondrai ici que par un principe que j'emprunte à un historien et pédagogue américain, Paul Gagnon (1925-2005). Dans un article paru en 1995, Gagnon définit (pp. 71-72) le noyau essentiel d'instruction (*the essential core of learning*) comme devant être constitué de ces connaissances que « tous les élèves dans une démocratie moderne ont le droit qu'on leur interdise de ne pas rencontrer » (*that all students in a modern democracy have the right not to be allowed to avoid*).

Bien entendu, je laisse cette grande question ouverte. D'une façon générale, le répertoire national des questions et des œuvres évoluera en permanence de façon quasi expérimentale grâce au fonctionnement des séminaires codisciplinaires et de leurs dépendances, qui, partant d'un répertoire initial, permettront d'affiner et d'améliorer les choix utiles aux futurs citoyens, par ajouts progressifs et mises en sommeil sans éliminations brutales.

Dans le cas du nombre de sexes, on voit que les œuvres mathématiques engendrées par l'étude comporteront certainement des éléments relevant de la théorie des probabilités, qui est un domaine d'œuvres fréquemment rencontré. (Je note en passant que le livre de John Allen Paulos paru en 1988, *Innumeracy: Mathematical Illiteracy and its Consequences*, qui a rendu fameux le mot d'*innumeracy*, se réfère fortement aux probabilités.) Bien entendu, il faudra aussi, en l'espèce, des outils mathématiques permettant de déterminer le maximum de $n!p_1p_2\dots p_n$, ce qui, au demeurant, n'exige nullement cette méga-œuvre qu'est le calcul différentiel à n variables. On voit en passant que, à côté de la question ouverte du *choix des questions*, il y a la question seulement à demi fermée du choix des autres œuvres.

Je poursuis mon scénario didactique. Les questions et les autres œuvres dont l'étude est engendrée par l'étude des questions ombilicales examinées dans le séminaire codisciplinaire seront étudiées, pour autant qu'elles en relèvent, dans les *ateliers disciplinaires* – à peu près nos classes actuelles de mathématiques, d'histoire, etc. – où l'on mettra au point les outils (mathématiques, historiques, etc.) de l'étude. Cette mise au point appellerait nombre de précisions. Je n'en citerai qu'une sans la commenter, qui me semble avoir été largement perdue de vue : il faudra y combiner la *qualité praxéologique* et le *niveau utile de maîtrise théorique et pratique* des outils ainsi « fabriqués ».

Je voudrais pour terminer ce propos liminaire attirer l'attention sur trois motifs d'inclure ou d'exclure telle question ou tel outil dans le nouveau curriculum, qui sont selon moi *des motifs à rejeter*.

Le premier d'entre eux, parfois subrepticement présent, est que telle œuvre serait utile à une certaine élite scolaire. Le problème pluriel de la formation des élites « fonctionnelles » (je ne parle pas des élites sociales) est réel et doit être à chaque génération résolu à nouveaux frais. Mais le noyau d'instruction citoyenne auquel nous nous référons ici ne saurait s'arrêter à la satisfaction de besoins qui devront d'abord se faire reconnaître, ce qui adviendra en temps utile – n'oubliez pas que nous nous situons dans une culture didactique de la procognitivité.

Pour la même raison essentiellement, on n'usera pas d'un deuxième motif, l'argument passe-partout de la supposée « valeur formatrice » de l'étude de telle ou telle œuvre. En un sens, toute œuvre a une « valeur formatrice » potentielle. Faire simplement état de la valeur formatrice de ceci ou de cela a donc une valeur argumentative *nulle* si, comme il en va souvent, on ne précise pas dans quelles enquêtes elle pourrait se révéler utile au citoyen « non spécialisé ».

Le troisième motif annoncé, qui est un motif de rejeter, et non d'inclure, est celui de la prétendue « difficulté pour les élèves ». Il est possible de faire apparaître toute chose comme « difficile ». De là que le collège ait fonctionné depuis trente ans comme un triangle des Bermudes, d'où disparaissent ce qui est tout à coup jugé « conceptuellement » trop difficile. (Cela ne vaut pas que pour les mathématiques, certes.) Mais la difficulté d'une œuvre n'a rien d'intrinsèque. La transposition didactique, qui est un jeu avec le temps, est faite pour les humains et leurs petits. Surtout, connaître est un devoir du citoyen, et c'est un devoir inconditionné dès lors que notre rapport au monde est en jeu.

Références

Bigot, R., Croutte, P. & Muller, J. (2011). *La culture financière des Français*. Paris : Crédoc. http://www.latribune.fr/static/pdf/La_culture_financiere_des_Francais_2011.pdf

David, P. et Samadi, S. (2011). *La théorie de l'évolution. Une logique pour la biologie*. Paris : Flammarion.

Gagnon, P. (1995, décembre). What Should Children Learn? *The Atlantic Monthly, 276*(6), 65-78. http://www.theatlantic.com/past/docs/issues/95dec/chilearn/chilearn.htm

Pavé, A. (2011). *La course de la gazelle. Biologie et écologie à l'épreuve du hasard*. Paris : EDP Sciences.

Paulos, J. A. (1988). *Innumeracy: Mathematical Illiteracy and its Consequences*. New York : Hill and Wang.