

## **Improvisaciones cruzadas sobre lo didáctico, lo antropológico y el oficio de investigador en TAD**

Yves Chevallard

*Universidad de Provenza*

Quisiera introducir un nuevo tema de investigación que no es nuevo en nuestra comunidad como tema de debate pero sí como objeto de investigación. Se trata del tema de *los problemas de la profesión de investigador en didáctica* (de las matemáticas), o sea de *las condiciones y restricciones del oficio de didacta* ayer, hoy día y, quizás, mañana.

### **¿Qué es la didáctica?**

La didáctica es la ciencia de la difusión social de las praxeologías (o de las entidades praxeológicas). En otras palabras, la didáctica es la ciencia de las condiciones y restricciones de la difusión institucional de las entidades praxeológicas.

El motor de la difusión praxeológica es lo didáctico. De ahí esta definición más sucinta: *la didáctica es la ciencia de lo didáctico, de sus condiciones y restricciones*.

### **¿Cómo se autoriza una ciencia nueva?**

Hay dos respuestas posibles que consideraré a continuación. En lo que sigue, emplearé la manera de decir —la «fórmula»— del psicoanalista francés Jacques Lacan que solía decir que «el psicoanalista se autoriza *de sí mismo*».

#### **Una ciencia ajena a sí misma (1)**

Puede ser que una ciencia se autorice de *cierta institución ya existente* (la más potente e «imponente» posible). Es el caso más habitual en didáctica: «la didáctica de las matemáticas» se suele autorizar del sistema de enseñanza de las mismas.

Las consecuencias científicamente asoladoras de esta opción son muchas. De una manera general, en este caso, la ciencia incipiente tiende a copiar la relación de la institución «autorizadora» a todos los objetos que comparte con ella.

En este caso no se toma en consideración el principio de que una ciencia tiene que *crear* y modelar una relación propia, sui géneris, a sus objetos, con el fin de conseguir la libertad de estudio e investigación, es decir de pensamiento científico, que le resulta imprescindible.

De hecho, al someternos a tal o cual institución, corremos el riesgo de «repetir» dicha institución en lugar de estudiarla (si resulta que se halla en el territorio investigado) o, más en general, en lugar de perseguir nuestra meta verdadera de investigación.

Más concretamente, cuando se copia una institución *docente*, se copian sus praxeologías, incluyendo sus «creencias», tecnologías y teorías, especialmente respecto de la «disciplina» enseñada, en lugar de estudiarlas, analizarlas e intentar explicarlas.

En este caso, ocurre generalmente que la relación de una institución docente con la disciplina enseñada se manifiesta a través de arengas, discursos apologéticos, alabanzas que, aunque puedan desempeñar un papel funcional, no dejan de generar disfuncionamientos.

En lo que respecta a las matemáticas, he subrayado muchas veces la tendencia idealizadora, en las instituciones docentes, por santificar, incluso «heroizar» lo enseñado, condición favorable al proceso de degeneración «monumentalista» que no permite un análisis *justo* del papel praxeológico del conocimiento enseñado.

He combatido a menudo esta visión interesada, de miras estrechas, con una imagen provocadora, afirmando que «hacer matemáticas» es como «hacer fontanería» —usando herramientas apropiadas, fabricando las herramientas que faltan, etc. Veamos primero dos ejemplos *internos* al campo matemático.

### Fontanería matemática 1

Se supone conocida la fórmula del volumen de un tronco de cono de base *triangular*,  $V = \frac{h}{3}(B + b + \sqrt{Bb})$ , en la que  $B$  y  $b$  son las superficies de las bases mayor y menor y  $h$  la altura del tronco de cono. Se pide demostrar que esta fórmula vale también para cualquier tronco de cono poligonal.

Descomponiendo el tronco de cono en troncos triangulares, se obtiene:

$$V = \frac{h}{3}(B_1 + b_1 + \sqrt{B_1b_1}) + \frac{h}{3}(B_2 + b_2 + \sqrt{B_2b_2}) + \dots$$

es decir:

$$V = \frac{h}{3}(B_1 + B_2 + B_3 + \dots + b_1 + b_2 + b_3 + \dots + \sqrt{B_1b_1} + \sqrt{B_2b_2} + \sqrt{B_3b_3} + \dots)$$

o sea:

$$V = \frac{h}{3}(B + b + \sqrt{B_1b_1} + \sqrt{B_2b_2} + \sqrt{B_3b_3} + \dots).$$

Ahora se quiere demostrar lo siguiente:

$$\sqrt{B_1b_1} + \sqrt{B_2b_2} + \sqrt{B_3b_3} = \sqrt{(B_1 + B_2 + B_3)(b_1 + b_2 + b_3)} \quad (*)$$

lo que conduciría a:  $V = \frac{h}{3}(B + b + \sqrt{Bb})$

Para poder demostrar la fórmula (\*), lo que se necesita es cierta «pieza de arte» poco conocida (y que no demostraré aquí), que se presenta así: Si se supone que  $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ , entonces

$$\sqrt{ax} + \sqrt{by} + \sqrt{cz} = \sqrt{(a+b+c)(x+y+z)}.$$

Aquí, para emplear legítimamente esta pieza de matemáticas, falta probar lo siguiente:

$$\frac{b_1}{B_1} = \frac{b_2}{B_2} = \frac{b_3}{B_3}.$$

Ahora bien, cada uno de estos cocientes es igual (por similitud geométrica) a  $\frac{H^2}{H^2}$ , donde H' y H son las alturas de las pirámides cuya «diferencia» es el tronco de cono. Por lo tanto son iguales entre sí.

## Fontanería matemática 2

Sea un diamante de peso P. Lo partimos en tres trozos de pesos  $a$ ,  $b$  y  $c$ , de modo que  $a + b + c = P$ . Sea A,  $x$ ,  $y$  y  $z$  respectivamente los precios del diamante y de los trozos de peso  $a$ ,  $b$  y  $c$ . Se supone que el precio de un diamante es directamente proporcional al cuadrado de su peso:

$$\frac{A}{P^2} = \frac{x}{a^2} = \frac{y}{b^2} = \frac{z}{c^2}.$$

La antigua «álgebra» de las fracciones permite escribir lo siguiente:

$$\frac{A}{P^2} = \frac{x}{a^2} = \frac{y}{b^2} = \frac{z}{c^2} = \frac{x+y+z}{a^2+b^2+c^2} = \frac{A-(x+y+z)}{P^2-(a^2+b^2+c^2)} = \frac{A-(x+y+z)}{(a+b+c)^2-(a^2+b^2+c^2)} = \frac{A-(x+y+z)}{2(ab+bc+ca)}.$$

De ahí que  $A > x + y + z$ . La expresión anterior muestra también que la pérdida de valor del diamante  $A - (x + y + z)$  es máxima cuando lo es  $ab + bc + ca$ .

Para concluir, se necesita cierta pieza de arte matemática, a saber la siguiente identidad (que una vez más, no demostraré):

$$(a+b+c)^2 \equiv \frac{1}{2}[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2] + 3(ab+bc+ca).$$

Esta identidad se puede también escribir como:

$$3(ab+bc+ca) = P^2 - \frac{1}{2}[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2].$$

Esto muestra que  $ab + bc + ca$  es máximo cuando  $a - b = b - c = c - a = 0$  es decir cuando  $a = b = c$ . □

## Una ciencia ajena a sí misma (2)

De forma general, el hecho de identificarse con los actores de cualquier institución es una fuente de restricciones (a menudo no percibidas, por un efecto de «naturalización»), que imponen límites inútiles sobre la libertad del investigador.

Entre esos límites «clandestinos» se halla *el efecto de «mundo pequeño»*, que consiste en ignorar el mundo externo más o menos completamente, es decir en creer que el «pequeño

mundo» en el que vivimos ofrecería todo lo que podemos necesitar y que el mundo «externo» no ofrecería nada más.

El efecto de «mundo pequeño» se traduce también por el *olvido de las infraestructuras*, sin las que los actores no podrían hacer nada: prevalece la ilusión de que todo lo necesario para actuar está «dado», lo que implica que, de hecho, no se hará lo que necesitaría ese «algo que falta».

Este sentimiento de cerradura y completitud del pequeño universo vivido entra en contradicción con el paradigma del cuestionamiento del mundo, que necesita ir siempre más allá que cualquier horizonte. Doy aquí un ejemplo recientemente observado y analizado.

### **Ejemplo**

Imaginemos que una persona se pregunta sobre una obra  $O$  de la que conoce sólo un detalle: un símbolo, el símbolo «proporcional a», es decir  $\propto$ . Esta persona quiere contestar a una pregunta clave: ¿qué se hace o se puede hacer con este símbolo?

Descubre rápidamente, en un texto de internet, un ejemplo de utilización de este símbolo en la frase siguiente: «dadas dos variables  $x$  e  $y$ , se escribe  $y \propto x$  si, y sólo si, existe un número no nulo  $k$  tal que  $y = kx$ ».

La persona se pregunta entonces qué significa la palabra «variable» en este contexto.

En la conceptualización matemática que esta persona conoce, sólo se puede dar sentido a la expresión « $f$  es función de la variable  $x$ » y no se sabe definir la noción de variable «en sí», de manera que se pueda decir: «dadas dos variables  $x$  e  $y$ ...»

En el caso observado, la persona acabó decidiendo que todo esto «no son matemáticas» y no fue más allá de esta primera etapa en su estudio de la obra  $O$ ...

De este modo, nunca podrá descubrir que existe todo un «álgebra» del símbolo  $\propto$  que, por ejemplo, permite concluir que, si  $A$  es el área de un rectángulo de lados  $x$  e  $y$ , como se puede escribir que  $A \propto x$  y  $A \propto y$ , también se puede escribir que  $A \propto xy$ , es decir que existe un número  $k \neq 0$  tal que  $A = kxy$ .

### **La didáctica como ciencia, realmente**

Se trata todavía de responder a la pregunta: ¿Cómo se autoriza una ciencia nueva?

La respuesta será: «Una ciencia nueva puede —y debe— autorizarse *de sí misma*.»

Lo que llamo *la didáctica* debe rehusar —y rehuir— la dependencia de cualquier otra institución.

Por ejemplo, si un didacta se dedica al estudio de la difusión (y retención) de conocimientos de índole matemática, debe controlar estrictamente su dependencia de «las matemáticas» en tanto institución potente y culturalmente invasiva.

Para librarse de tal peligro, me parece que hay una única solución: definir la didáctica como la ciencia de *lo didáctico* y de sus *condiciones y restricciones* —es decir, definirla de manera independiente de toda «disciplina» escolar particular y, más en general, de todo «campo praxeológico» determinado—.

En este sentido, el problema de la relación que el didacta debe tener con la «materia praxeológica» debe gestionarse de manera interna al campo científico suyo, sin esconderse detrás de ninguna norma alógena.

Aparecen aquí dos puntos esenciales al respecto. En primer lugar, el didacta debe, en cada nueva investigación que emprende, reconsiderar su relación a los objetos que surgen en este contexto, sea cual sea su «familiaridad» previa con esos objetos. En segundo lugar, un didacta no debe parapetarse detrás de «su disciplina»: debe enfrentarse también y al mismo tiempo con otros «territorios», lo que le permitirá ver hechos que se le escapan cuando se producen en «su disciplina» —por ejemplo el consumo abusivo de «saber sabio» por parte de ciertas disciplinas escolares que no gozan de buena salud—.

Defino la noción de «territorio» de investigación como un conjunto de tres entes —un *ámbito de actividad*, un *público*, y un *campo praxeológico*— reunidos por el hecho de que los miembros del público ejercen su actividad en el ámbito considerado y, por lo tanto, necesitan conocimientos procedentes del campo praxeológico indicado.

Cada territorio define una especialidad o subespecialidad de la didáctica. La adecuación entre la relación que tiene el didacta con el territorio en el que opera y sus propias necesidades recae bajo la responsabilidad del investigador o, más exactamente, de la comunidad didáctica en cuanto comunidad científica.

Lo que afirmo es que ningún didacta, ninguna comunidad didáctica debe encerrarse en un territorio único: la vida de relaciones es también aquí una necesidad de la vida científica.

Esto no se puede comprender bien en una visión de nuestros «saberes» típica de la *retrocognición*; no se puede entender, pues, si no adoptamos una visión *procognitiva*, en la que lo que «sabemos» tiene que ver con nuestro porvenir más que con nuestro pasado —distinción que surgió en otros territorios de mi investigación didáctica—.

### **Lo didáctico y lo antropológico**

Hasta aquí he comentado, de la expresión «Teoría antropológica de lo didáctico», la parte final —lo didáctico—. Ahora voy a comentar la parte central: «lo antropológico» en la TAD.

Lo didáctico supone la existencia de sistemas didácticos  $S(X; Y; O)$  donde  $O$  es la obra por estudiar. Lo que podrían hacer (*ecología*) y lo que harán (*economía*) los estudiantes  $X$  para estudiar  $O$  y lo que podría hacer o hará el profesor  $Y$  para ayudar a  $X$  a estudiar  $O$  son «gestos didácticos», que componen «lo didáctico».

Aquello en lo que puede consistir lo didáctico depende primero de la obra  $O$ , de su «disciplina», que emana no sólo de su estructura propia (por ejemplos en términos de temas y cuestiones), sino del campo praxeológico al que pertenece, con sus estructuras de más alto nivel (por ejemplo en términos de sectores y ámbitos).

El *análisis didáctico* descansa entonces primero en el *análisis praxeológico* de la obra  $O$ . Pero, cabe mucho más en el análisis de lo didáctico.

Lo que la TAD añade a la situación anterior —que es más o menos la situación común en didáctica— es un ensanchamiento enorme del «mundo pequeño» en el que viven y piensan la mayoría de los actores de la noosfera del ámbito de actividad  $O$ , más en particular, de la escuela específica de este ámbito.

Este ensanchamiento se expresa mediante la —bien conocida— escala de niveles de codeterminación didáctica, a la que, por razones que no mencionaré aquí, he añadido últimamente un escalón: más allá del nivel de la civilización, el nivel de la *humanidad*.

Ahora bien, el manejo de esta herramienta exige un conocimiento específico de esas realidades llamadas «pedagogías», «escuelas», «sociedades», «civilizaciones» —y de la «humanidad», que es única—.

El ensanchamiento correlativo del equipamiento praxeológico del didacta es un problema mayor de la profesión de investigador en didáctica —y no por estar familiarizado con el mundo pequeño de los actores estará por ello mejor preparado—.

Tengo que añadir que este problema no lo pueden resolver por sí solas, y de una manera idónea para el didacta, las aportaciones espontáneas (alguna vez interesadas) de algunas «disciplinas» (como la «pedagogía», la «sociología», etc.) que se consideran «propietarias» de cada uno de los niveles de codeterminación.

Todo esto queda reflejado en la manera cómo se recibe a la TAD en el mundo de la didáctica «clásica».

Esto es lo más evidente en el así llamado *debate científico*, que, al menos en Francia, me parece actualmente muy débil.

El fenómeno de debilitación del debate científico en didáctica no ha sido nunca tan visible como en el caso de la vida medio-secreta de las revistas científicas, en la que la «revisión por pares» se convierte en una pelea en la que unos «pares» insultan a otros «pares» como lo haría un profesor déspota con un alumno delincuente.

Se sospecha que, a la mayoría de nosotros, siempre nos falta, individual y colectivamente, el equipamiento praxeológico de índole didáctica —y por ejemplo matemática— y antropológica que se necesita para hacer investigación en didáctica.

El problema quedará sin resolver si no pasamos, como conviene en toda comunidad científica, del antiguo modo «retrocognitivo» al modo *procognitivo*, que nos permite decir: casi todo lo que necesitamos está delante nuestro, por conquistar. ¡Espero que sabremos estar a la altura!