

Chapitre II

Les ressources manquantes comme problème professionnel

Yves Chevallard et Gisèle Cirade

Ce chapitre veut apporter, à la réflexion partagée sur le travail documentaire des professeurs de mathématiques, une observation cruciale : à côté des ressources disponibles, et souvent dissimulées par elles, il est des ressources *manquantes*, qui, parfois pour une longue période, *font défaut*, non pas seulement à tel ou tel professeur, mais, collectivement, à la *profession* dont il est membre.

Les phénomènes transpositifs et la noosphère

Notre étude s'appuie sur la *théorie anthropologique du didactique* (TAD) (Chevallard 2007b). Celle-ci met au premier plan la notion de *praxéologie*, qui, en généralisant différentes notions courantes (celles de savoir et de savoir-faire, ou, en anglais, de *skill*, mot qui désigne "*an ability that has been acquired by training*"), doit permettre de désigner, sans jugement de valeur, toute structure de connaissance possible. La structure praxéologique la plus simple se compose d'un *type de tâches* T , d'une *technique* τ , manière réglée d'accomplir les tâches t du type T , d'une *technologie* θ , discours raisonné (*logos*) sur la technique (*tekhnê*) censé la rendre intelligible comme moyen d'accomplir les tâches du type T , enfin d'une composante *théorique* Θ , qui gouverne la technologie θ elle-même, et donc l'ensemble des composantes de la praxéologie. Une telle praxéologie se note $[T/\tau/\theta/\Theta]$: elle s'analyse en une partie pratico-technique ou *praxis* (qu'on peut nommer « savoir-faire »), et une partie technologico-théorique ou *logos* (qu'on peut identifier à un « savoir » au sens usuel du terme).

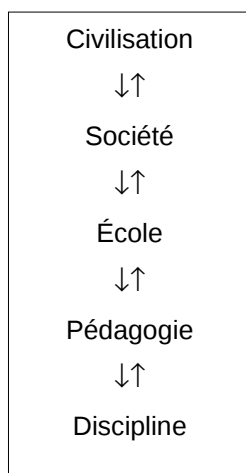
Un aspect crucial du concept de praxéologie est qu'il n'existe pas de *praxis* sans *logos*, même quand celui-ci paraît absent, parce que peu visible. Une praxéologie existant en une institution peut être *transposée* en une autre institution avec une *praxis* identique mais un *logos* modifié ; ou, à l'inverse, avec un *logos* maintenu, mais une *praxis* modifiée. Ces altérations et recombinaisons praxéologiques sont au cœur de l'histoire sociale des praxéologies et au cœur du problème que nous voudrions soulever dans ce qui suit. De cela, voici un exemple très simple, où le type de tâches T est la division d'un entier par un autre : une tâche t du type T est par exemple la division de 509 par 15. Une certaine technique τ relative à T conduit alors à faire ceci : puisque $15 = 3 \times 5$, on divise 509 par 5, ce qui revient à diviser 505 par 5 ; le quotient, 101, est alors divisé par 3, ce qui revient à diviser 99 par 3 : on obtient ainsi 33, *qui est le quotient cherché*. Cette technique était encore enseignée au collège dans les premières décennies du xx^e siècle. Aujourd'hui, beaucoup de professeurs de mathématiques se surprendront à douter qu'elle « soit juste » : pour que le lecteur éprouve un instant une salutaire incertitude technologico-théorique, nous lui abandonnons donc le soin de reconstruire, s'il le souhaite, le *logos* mathématique correspondant.

Les praxéologies mathématiques enseignées sont le fruit d'un processus complexe de *transposition didactique*, dont l'opérateur anonyme est cette institution composite et ouverte que l'un des auteurs, reprenant de façon parodique un terme popularisé autrefois par Teilhard de Chardin (1955, p. 279), a naguère appelé la *noosphère* – la sphère où se « pense », c'est-à-dire où se conçoit et se construit, l'enseignement des mathématiques (Chevallard 1991, p. 25). La même remarque s'applique aux praxéologies *didactiques* organisant la rencontre des élèves avec les praxéologies mathématiques enseignées. Quels membres de la noosphère peuvent intervenir utilement dans la transposition didactique des praxéologies à enseigner et dans la constitution des praxéologies didactiques correspondantes ? Telle sera la question générale en filigrane de notre étude : nous souhaitons en effet ouvrir un débat crucial (à nos yeux) touchant une hypothèse qui court dans cet ouvrage (Winsløw chap. 6 ; Gueudet & Trouche chap. 7 ; Sensevy chap. 8) à propos du rôle que pourraient assumer les collectifs de professeurs, en tant qu'acteurs de la noosphère. Nous tenterons de montrer (a) que le projet de faire reposer la vie de la noosphère sur l'activité de tels collectifs est promis à pérenniser l'état actuel du système scolaire et en particulier du métier de professeur, et (b) qu'une *autre perspective* est possible, qui donne à l'activité de ces collectifs un rôle productif dans le *développement effectif* du système scolaire.

Enseigner, une semi-profession ?

La TAD définit la didactique comme la *science des conditions et des contraintes de la diffusion sociale des praxéologies* : la didactique des mathématiques est ainsi la science des conditions et contraintes de la diffusion sociale des praxéologies mathématiques. Soulignons la distinction faite en TAD entre

conditions et contraintes : une contrainte est une condition regardée, depuis une certaine position institutionnelle, à un certain instant, comme *non modifiable* ; de même, une condition est une



contrainte jugée *modifiable*, en ce même sens. Ce que la didactique a étudié d'abord, ce sont les conditions et contraintes créées par ce qu'on nomme *le* didactique, ensemble des « faits et gestes » personnels ou institutionnels inspirés par une *intention* didactique, soit une intention de faire qu'une personne ou une institution rencontre un certain contenu praxéologique. La didactique s'est centrée d'abord sur le didactique créé *dans la classe, par le professeur*. Contre cette limitation du champ de l'étude, la théorie de la transposition didactique (qui a constitué le premier état de la TAD) a mis en avant des conditions *non créées par le professeur*, qui sont souvent pour lui des contraintes, et, plus largement, des conditions créées à d'autres échelons de ce qu'on nomme *l'échelle des niveaux de codétermination didactique*. Cette échelle distingue, du bas vers le haut (voir ci-après), le niveau de la *discipline* dont relève le contenu praxéologique visé (mathématiques, grammaire du français, biologie, etc.), puis le niveau de la *pédagogie*, ensuite celui de l'*école*, au-delà celui de la *société*, enfin celui de la *civilisation*. Contre

une tradition qui voyait dans le niveau de la pédagogie (siège de conditions et contraintes regardées comme non spécifiques de tel ou tel contenu praxéologique) l'alpha et l'oméga de l'écologie du didactique scolaire, les didacticiens ont étudié les conditions et contraintes ayant leur siège *au niveau de la discipline*, oublieux parfois, alors, des *contraintes de niveau supérieur* sans lesquelles nombre de phénomènes touchant la diffusion de la discipline ne peuvent être expliqués. Ainsi en va-t-il s'agissant du statut du métier d'enseignant : la TAD regarde comme la conséquence d'une *contrainte de civilisation* de longue durée le statut *dominé* du champ de l'enseignement et la difficulté corrélative de voir l'activité professorale reconnue comme un véritable *métier* (Chevallard, 1997). Mais un autre fait doit être souligné : ce qu'il existe de métier en la matière ne parvient guère à se *professionnaliser* ; le « métier » qu'entendent exercer nombre de professeurs stagne dans un état historique de *semi-profession*. Introduisant autrefois cette notion, Amitai Etzioni (1969) écrivait :

Lacking a better term, we shall refer to those professions as *semi-professions*. Their training is shorter, their status is less legitimated, their right to privileged communication is less established, there is less of a specialized body of knowledge, and they have less autonomy from supervision or societal control than "the" professions. (p. v)

Il poursuivait par cette observation, que nous ferons nôtre :

We use the term semi-professions without any derogatory implications. Other terms which have been suggested are either more derogatory in their connotations (e.g. sub-professions or pseudo-professions) or much less established and communicative (e.g. "heteronomous" professions, a concept used by Max Weber).

Comme y invite le titre de l'ouvrage cité – *The semi-professions and their organization: Teachers, nurses, social workers* –, on peut regarder comme soumis au régime des semi-professions les métiers de professeur, d'infirmier ou de travailleur social, par contraste avec les professions proprement dites d'avocat ou de médecin ("Semiprofession", 2008) ¹.

Nombre de semi-professions travaillent à leur transformation en professions. Mais alors que le slogan « Enseigner est un métier ! » est devenu familier dans les luttes pour la formation des professeurs, rien de tel n'existe aujourd'hui concernant la *profession* de professeur : la professionnalisation du métier n'est toujours pas un objet de revendication. La frontière entre semi-profession et profession est un Rubicon que, d'une façon générale, les professeurs ne s'autorisent guère à franchir, ni même à évoquer. Ce sont les effets de ce non-franchissement que nous examinerons, en même temps que nous explorerons, si peu que ce soit, les voies et moyens d'aller au-delà. Dans ce but, nous parlerons ici, par anticipation, de *profession* là où nous n'avons encore affaire, pour l'essentiel, qu'à une semi-profession : cette expérience de pensée nous paraît en effet indispensable pour prendre conscience des limites actuelles imposées au *métier* de professeur.

Sous le nom de *profession* (de l'enseignement des mathématiques), nous désignerons en fait un vaste ensemble incluant, à côté des professeurs, les animateurs et responsables de l'enseignement des mathématiques, et aussi les chercheurs – mathématiciens, didacticiens ou autres – travaillant

¹ En France, le « métier » d'enseignant-chercheur illustre opportunément la distinction entre semi-profession et profession. En tant que *chercheur*, l'universitaire est un supposé savant, membre d'une *profession*. En tant qu'*enseignant*, et à l'instar de ses collègues du primaire et du secondaire, il est soumis au régime d'une *semi-profession* : sur ce point, voir par exemple Siracusa (2008).

spécifiquement sur des *problèmes de la profession*. L'introduction du concept de profession change de façon abrupte les perspectives. Dans l'état historique encore actuel, le professeur est regardé et, par force, se regarde souvent comme un *petit producteur indépendant* qui doit se procurer ses « ressources » (Adler chap. 1), inventer ses solutions, et vivre seul ce qu'il croit être « ses » échecs et « ses » réussites. Mais si on l'imagine membre d'une profession, on voit d'un coup sa culture de métier changer profondément : lorsqu'il rencontre une difficulté, *c'est vers la profession qu'il se tourne*, même s'il n'abdique pas sa liberté personnelle de praticien. Un médecin n'invente ni la science médicale qu'il met en œuvre, ni les thérapies qu'il prescrit : on ne demande pas à des collectifs de médecins de ville de découvrir le VIH ou de mettre au point les trithérapies aujourd'hui en usage. Par contraste, dans l'état actuel du métier de professeur, la profession est d'un piètre secours : elle ne répond qu'à très peu de questions que l'exercice de son métier pose au praticien.

Dans une profession, ce que sait un professionnel n'est guère différent de ce que sait la profession. Ou, pour user des concepts de la TAD, le *rapport personnel* de tel professeur à tel objet – mathématique ou didactique – de son métier est pour l'essentiel superposable au *rapport institutionnel* qui est celui de la profession à cet objet. Dans une profession, toute difficulté du métier est problème *pour* la profession, que celle-ci doit s'efforcer de résoudre *pour l'ensemble de ses membres*, même si chacun d'eux engage sa responsabilité personnelle dans ses choix de praticien. Par contraste, dans la situation actuelle, les instances semi-professionnelles existantes se limitent à faire connaître les trouvailles erratiques de quelques-uns de leurs membres, sans qu'existe à leur propos un débat scientifique fort, garant de leur validation et de leur validité : chacun peut apporter ses produits sur un marché libre auquel, à l'évidence, l'Internet donne aujourd'hui une formidable extension. Selon un mot qui a fait florès dans l'Éducation nationale, la ligne d'horizon est celle de la « mutualisation » de « découvertes » qui, si elles honorent leurs auteurs, *ne font pas pour autant une profession*. Au-delà de cette ligne d'horizon, nul ne sait ce qu'il y a, alors que, dans une profession véritable, c'est l'état historique de développement de la profession qui détermine la ligne d'horizon du métier – laquelle, de ce fait, s'éloigne constamment.

Un modèle de développement d'une profession à venir

Nous nous plaçons ici dans l'hypothèse où le métier de professeur (de mathématiques) serait pris en charge par une véritable profession. Comment poser alors le problème de l'équipement praxéologique « normal » des membres de la profession, c'est-à-dire comment poser ce qu'on nommera *le problème praxéologique de la profession* ? Soulignons d'emblée que cette question doit être maintenue ouverte, la réponse étant périodiquement déconstruite et reconstruite, pour des raisons qui deviendront évidentes plus loin. On a pu proposer une description de l'équipement praxéologique d'un professeur en distinguant savoirs *à enseigner* et savoirs *pour enseigner*. Souvent reprise depuis², cette distinction est insuffisamment élaborée pour permettre un repérage réaliste des praxéologies utiles à un professeur de mathématiques, notamment parce que les « savoirs pour enseigner » y sont souvent réduits aux « savoirs pédagogiques, organisationnels et relationnels » (Bourdoncle & Demailly 1998, p. 14). Or, pour enseigner des mathématiques, il y a, parmi les savoirs pertinents, des savoirs *mathématiques* qui ne sont pas des mathématiques *à enseigner* : le premier outil pour enseigner des mathématiques, *ce sont les mathématiques elles-mêmes*. Pour cette raison, nous placerons d'abord dans une catégorie unique, ouverte, celle des *praxéologies pour la profession*, l'ensemble des praxéologies dont la profession peut avoir avantage à s'équiper. Bien entendu, cette catégorie contient la sous-catégorie des praxéologies *à enseigner* ; mais elle est loin de s'y réduire : au plan mathématique, elle inclut ainsi les connaissances indispensables pour *identifier* les praxéologies à enseigner. L'ensemble (flou, et évolutif) des praxéologies mathématiques *à enseigner* peut alors s'inclure dans une autre sous-catégorie, celle des praxéologies *pour l'enseignement*, qui comprend, avec les *praxéologies didactiques* relatives à telle ou telle praxéologie mathématique *à enseigner*, les praxéologies mathématiques directement utiles pour concevoir et construire ces praxéologies didactiques (dont l'élaboration suppose aussi des praxéologies *pour la profession* qui ne sont pas à strictement parler des praxéologies *pour l'enseignement*). On peut donc écrire ceci :

praxéologies pour la profession $\supset$ praxéologies pour l'enseignement $\supset$ praxéologies à enseigner.

Notons que les praxéologies *mathématiques* pour la profession ou pour l'enseignement sont des praxéologies *professionnelles à l'égal des autres*. En outre, le schéma proposé ne doit suggérer aucun ordre génétique privilégié. Ainsi, contre ce que peut porter à croire l'habitus d'une semi-

² Voir ainsi Perrenoud (2006), ou encore Cavet (2007). Par contraste, voir Chevallard (2008).

profession soumise aux décisions d'une administration d'État, on ne part pas ici de la « donnée » des praxéologies à enseigner : idéalement, la profession se doit au contraire de se doter des praxéologies utiles pour contribuer à la construction d'une réponse validée à la question *Quelles praxéologies mathématiques enseigner ?* – réponse qui, bien sûr, ne lui appartient pas en propre.

Comment identifier ces praxéologies professionnelles ? Certaines sont observables, analysables, évaluables. Mais d'autres ne sont là *que par le manque que crée leur absence*. Comment « voir » ce manque ? Plusieurs techniques sont possibles ; l'une d'elles a été utilisée depuis plus de dix ans dans le cadre de la formation initiale des professeurs de mathématiques à l'IUFM d'Aix-Marseille, parce que la création continuée d'une telle formation est apparue d'emblée comme ne pouvant qu'aller de pair avec la création continuée de la profession visée : elle consiste à demander aux professeurs en formation (en deuxième année d'IUFM), qui ont une pratique (à temps partiel) du métier, de *témoigner* par écrit, semaine après semaine, des difficultés rencontrées dans l'exercice du métier et dans la formation au métier. Les « réponses » aux questions ainsi formulées renvoient à un grand nombre de praxéologies *pour la profession*, qu'il s'agisse de praxéologies à enseigner, de praxéologies pour l'enseignement ou d'autres encore. D'une façon générale, pour se constituer en profession, la semi-profession de professeur de mathématiques doit ainsi se doter des moyens de réaliser un inventaire permanent des questions qui se posent à elle et de les mettre à l'étude en vue de leur apporter réponse. La question des « ressources du professeur » se transmue alors en la question des ressources *de la profession* pour faire face au problème praxéologique de la profession. Or l'inventaire de ces ressources laisse aujourd'hui apparaître de nombreux blancs. Tel est le problème des *ressources manquantes*, problème crucial de la profession en construction.

Manques mathématiques : quelques exemples

Il existe plusieurs types de manques praxéologiques. Ce qui apparaîtra le plus frappant sans doute, au point de susciter dénégations et réprobations, ce sont ici les *manques mathématiques* ; et c'est donc sur eux que nous nous arrêterons³. Un manque mathématique peut surgir dans la profession quand paraît un nouveau programme comportant des praxéologies mathématiques non enseignées jusque-là au secondaire « général » (auquel nous nous limiterons). Au lycée, la série économique et sociale (ES) est plus souvent l'objet de tels renouvellements, à la durée de vie parfois fort courte. Ainsi en alla-t-il pendant quelque temps, dans les années 1990, avec l'introduction en classe terminale ES de la notion de *dérivée logarithmique*, notion dont beaucoup de professeurs étaient sans doute peu familiers – ainsi que de la notion associée d'*élasticité*⁴ – et que la profession n'eut pas le temps de vraiment « connaître », puisque la dérivée logarithmique disparut du programme de la terminale ES dès la rentrée 2000⁵. En d'autres termes, le rapport institutionnel de la profession à la dérivée logarithmique ou à l'élasticité était encore à l'état naissant quand l'arrêt de mort de ces objets fut prononcé. Au début des années 2000, une innovation de plus grande ampleur, quoique confinée à « l'enseignement de spécialité » de la terminale ES, fut décidée : l'introduction de la *théorie des graphes*, jamais enseignée jusqu'alors au secondaire. Même si des efforts rapides furent accomplis pour produire des ressources afin de nourrir le rapport de la profession à ce domaine d'études nouveau⁶, on a là un cas typique d'un manque mathématique suscité par l'évolution ordinaire des programmes.

Les exemples précédents peuvent susciter deux ordres de commentaire. Tout d'abord, certains professionnels protesteront en affirmant qu'ils connaissaient, eux, cet objet « nouveau » que serait la théorie des graphes ; ou que, du moins, ils ont appris à le connaître pour l'enseigner. La réponse que nous ferons à ce type d'arguments est toujours la même : « la profession », elle, *ne le connaissait pas*, alors qu'elle connaît (ou croit connaître) les nombres décimaux, la dérivation, le produit scalaire ou même la programmation linéaire (à deux variables). L'individualisme traditionnel d'un métier où chacun est porté à voir midi à sa porte fausse ici la vision d'ensemble. Dans une profession véritable, le professionnel sait ce que sait la profession : *tel est le signe qu'une profession existe bien*.

D'où viennent les principaux manques mathématiques de la profession ? Ce que sait la profession est largement dépendant de la formation donnée à l'université aux futurs professeurs. Or on retrouve là

³ Nous empruntons notamment, ici, à la thèse de Gisèle Cirade (2006) : on s'y reportera pour de plus amples développements.

⁴ L'élasticité d'une fonction f dérivable en un point x_0 est égale à $x_0 \frac{f'(x_0)}{f(x_0)}$: c'est le produit de x_0 par la dérivée logarithmique de f en x_0 (Michel 1989, p. 263).

⁵ Voir <http://www.education.gouv.fr/bo/2000/hs8/math.htm>.

⁶ Voir <http://eduscol.education.fr/D0015/intentions.htm> ; et aussi Cogis & Robert (2003), ou Mény, Aldon & Xavier (2005).

un phénomène déjà souligné : la « profession » n'étant aujourd'hui encore qu'une semi-profession, elle est soumise à la domination de puissances tutélaires qui, en l'espèce, se soucient fort peu de ses besoins praxéologiques véritables, *y compris en mathématiques*. Les exemples sont légion ; nous n'en esquisserons qu'un, relatif aux *systèmes de nombres* « à enseigner » au secondaire. Longtemps, dans la période « moderne », la formation universitaire a diffusé dans la profession une « construction » des systèmes de nombres qui décalquait des démonstrations de consistance relative établies au XIX^e siècle : si le système des entiers *naturels* **N** « existe », alors les systèmes de nombres **Z** et **Q** « existent » aussi. Mais le système **Q** des nombres rationnels ne permet pas de satisfaire les besoins de l'enseignement, *même au collège* : dans l'état présent des choses, il y faut, idéalement, un corps de nombres ordonné archimédien contenant les racines carrées de ses nombres positifs ainsi que le nombre π et les valeurs des fonctions cosinus et sinus et de leurs inverses, ce qui plaide pour « l'introduction » du corps des réels **R**. Or une telle infrastructure numérique n'est pas disponible au secondaire. Jean Dieudonné (1906-1992) avait tenté, en vain, de convaincre qu'on pouvait se passer de **R** en supposant seulement un corps ordonné archimédien ayant la propriété que tout polynôme de degré au plus trois y possède la propriété des valeurs intermédiaires (Dieudonné 1964, p. 22), ce qui aurait bouleversé des habitudes mentales séculaires (il existe de tels corps non isomorphes, par exemple). La même année, dans un livre dédié à l'enseignement de la géométrie au secondaire, Gustave Choquet (1915-2006) précisait ne supposer que la « structure de corps commutatif totalement ordonné et archimédien, sans l'axiome de continuité » (Choquet 1964, p. 28), ce qui ne résolvait pas le problème posé à la profession : l'élaboration progressive, concomitante et *solidaire*, au collège, des systèmes de nombres et des espaces géométriques.

Arrêtons-nous un instant sur la vaste étendue numérique qui s'étend entre **Q** et **R**. Un professeur stagiaire ayant en charge, durant l'année 2003-2004, une classe de 4^e témoignait de difficultés qu'on ne peut ignorer lorsqu'on doit piloter une classe ou former à ce pilotage : « Je voudrais, écrivait-il, faire avec les élèves un bilan sur les différentes écritures des nombres rencontrées en 4^e : forme décimale, fractions, racines carrées, puissances de 10. Je ne sais pas comment traiter les cosinus. » Que faire en effet des cosinus ? La question renvoie d'abord à un manque *mathématique* de la profession. Disons en quelques mots par quoi ce manque pourrait commencer d'être comblé. Il est « facile » d'abord de montrer que, si $\theta = \frac{m}{n} \pi$ rad (où $m, n \in \mathbf{N}^*$), alors $\cos \theta$, $\sin \theta$ et $\tan \theta$ sont des nombres

algébriques : ce ne sont pas nécessairement des nombres *constructibles* (au contraire des racines carrées d'entiers), mais ce ne sont pas non plus des nombres *transcendants*. Ces derniers sont pourtant nécessaires quand on manipule (on le fait dès la classe de 4^e) des fonctions trigonométriques *inverses* : en classe de seconde, on sait ainsi qu'un angle dont le cosinus vaut 0,5 a pour mesure en radians $\frac{\pi}{3}$; et on peut montrer que, lorsque a est un réel algébrique différent de 0 et de 1, alors $\arccos a$, $\arcsin a$ et $\arctan a$ sont transcendants. Ainsi en va-t-il en particulier lorsque a est rationnel, ou même constructible, résultat qui généralise le fait connu que, par exemple, $\arccos \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$. Tous ces résultats relèvent des mathématiques *pour la profession*, même si celle-ci les ignore.

Que telle soit bien la réalité ne saurait être contesté au motif que, parmi les membres de la profession, d'aucuns sauraient tout cela, du fait par exemple de quelque particularité dans les études supérieures suivies à l'université. Dire « la profession sait cela », en effet, c'est dire que ses membres le savent, à de rares exceptions près ; et que, surtout, chacun de ses membres *peut* le savoir aisément dès lors que la profession le sait : *scire licet* – « il est possible de (le) savoir » – est la maxime de toute profession véritable. Les jeux individuels ou collectifs clos sur eux-mêmes ne sont ainsi que le symptôme d'un *retard de développement de la profession* : le professionnel véritable apprend de la profession, qui apprend de tous. Tout professeur de mathématiques peut se demander ce qu'on peut savoir de la nature du nombre $\frac{\arcsin a}{\pi}$ lorsque a est un nombre algébrique différent de 0 et de 1 ;

mais imaginer que chacun recherche la réponse *par lui-même* serait ignorer que c'est à *la profession* de s'affairer pour rendre disponible une réponse adéquate, que chacun en son sein puisse connaître.

Tous ces manques ont une commune origine : ce qui est proposé à la profession par la sphère savante *n'est pas compatible avec les conditions et contraintes* sous lesquelles la profession doit remplir sa mission. Longtemps, au primaire et au secondaire, on a « défini » la notion de nombre comme ce qui permet de mesurer une grandeur (longueur, aire, volume, masse, etc.) : le nombre 2,7 est ainsi la mesure de grandeurs de différentes espèces qu'on notera 2,7 cm, 2,7 m², 2,7 mm³, 2,7 g,

etc. Si l'on admet que toute grandeur (continue) est mesurable (une unité ayant été choisie) et peut être divisée par b pour tout $b \in \mathbf{N}^*$, alors la mesure x de la grandeur quotient vérifie $b x = a$, où a mesure la grandeur que l'on a divisée. C'est ce nombre x , supposé unique, qu'on notera de façon générale $\frac{a}{b}$. Tout le calcul des « fractions » découle de là ⁷. Ainsi, puisque, par définition, on a $3 \times \frac{2}{3} =$

2 et $8 \times \frac{5}{8} = 5$, on a aussi

$$(3 \times 8) \times \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{8} \right) = (3 \times 8) \times \frac{2}{3} + (3 \times 8) \times \frac{5}{8} = 8 \times \left(3 \times \frac{2}{3} \right) + 3 \times \left(8 \times \frac{5}{8} \right) = 8 \times 2 + 3 \times 5$$

en sorte que, par définition, $\frac{2}{3} + \frac{5}{8} = \frac{8 \times 2 + 3 \times 5}{3 \times 8}$.

On notera encore que, puisque (par exemple) $10 \times 2,7 = 27$, le nombre $2,7$ n'est rien d'autre que le nombre qui s'écrit $\frac{27}{10}$: quand elle est conduite de façon appropriée, l'étude des décimaux prépare ainsi l'étude des fractions, dont elle est une répétition générale. Or, pour des raisons étrangères à l'usage des fractions, la construction dite naguère *moderne* du corps des rationnels s'est affranchie de cet enracinement des fractions dans leur raison d'être première : la mesure de grandeurs *fractionnées*. La faible vigilance mathématique et didactique de la profession conduit ainsi depuis des décennies à une schizophrénie dévastatrice : alors que la dynamique et l'organisation mathématique du calcul des fractions qu'on vient d'évoquer ont été plus que suggérées par les programmes successifs de 6^e, la profession, qui paraît n'avoir pas entendu ce message répété ⁸, est demeurée clivée : d'un côté, son surmoi mathématique valorise une organisation d'origine savante, solide et cohérente mais inutilisable ; de l'autre côté, on propose aux élèves une organisation praxéologique souvent indigente, en n'évitant pas des pièges autrefois bien connus mais oubliés depuis, telle la confusion entre *grandeurs* et *objets*. (On peut parler des trois quarts d'une *masse*, non des trois quarts d'une *tarte*, objet qui n'est en rien défini ; et on peut parler aussi, bien sûr, des *sept* quarts d'une *masse*, alors que d'aucuns, vétillieux jusque dans l'erreur la plus grossière, voudraient interdire qu'on parle ainsi, parce qu'ils confondent la *grandeur* avec l'*objet matériel* auquel cette grandeur est attachée.)

C'est tout le numérique qui, sous les contraintes existantes, est donc à repenser. Mais il faut pour cela s'émanciper d'une contrainte asphyxiante : le régime de semi-profession imposé au métier de professeur. Cette situation tend à réduire le rapport du professeur aux mathématiques à son rapport au rapport des élèves aux mathématiques. Or il se trouve – c'est là un legs de l'histoire – que ce rapport professoral est marqué par des traits qui n'ont à voir ni avec les mathématiques ni avec leur didactique : ils participent d'une vision compassionnelle et altière à la fois de l'élève comme *incapable* de ceci ou de cela, par exemple de saisir que, *puisque* $8 \times 3 = 24$, on a l'égalité $\frac{24}{3} = 8$ *par définition*

du nombre noté $\frac{24}{3}$. Il y a en cela un héritage non liquidé d'un schéma social ubiquitaire, où l'un se vit comme dominant face à un autre supposé dominé, sans parvenir à annuler l'emprise en lui-même de cette domination ; ce dont témoigne par exemple, chez nombre de professeurs, la croyance que ce qu'on n'entend pas soi-même (parce qu'on le découvre) ne sera *jamais* entendu de l'élève. Toute une civilisation, toute une société, toute une école, toute une pédagogie même paraissent militer en ce sens.

Le souci « pédagogique » contre les mathématiques

« Parlant rigoureusement, écrivait Charles Péguy (Passeron 1991, p. 349), on peut dire [que les élèves] sont faits pour le cours, et que le cours n'est pas fait pour eux, puisqu'il est fait pour l'objet du cours. » Le professeur enseigne les fractions, dit-on ; qu'il enseigne quelque chose est certain, mais est-ce bien « les fractions » ? Ou bien est-ce un produit de substitution, qu'on croit adapté au destinataire ? Le cours est-il conforme à l'*objet déclaré* du cours ? Question cardinale, qui engendre une jonchée de questions. Il est facile ainsi de s'assurer que deux fractions ayant la même forme réduite désignent le même nombre ; mais comment établir, au plus près de la vie mathématique

⁷ Bien entendu, il resterait à prouver, comme l'ont fait les mathématiciens du XIX^e siècle, que tout cela est cohérent ; mais il serait déraisonnable de mettre la charrue avant les bœufs.

⁸ Le programme constitue ainsi une *ressource* qui, sur ce point, n'a jamais été utilisée comme telle par la profession.

partagée avec les élèves, que deux fractions qui *n'ont pas* la même forme réduite désignent deux nombres *distincts* ? La question a-t-elle une réponse dans la profession aujourd'hui ? En avait-elle une hier ou avant-hier ? Où sont aujourd'hui les ressources pour façonner une telle réponse, que les professeurs *puissent dûment utiliser* ?

On a dit que l'équipement praxéologique de la profession devrait inclure une certaine connaissance des nombres irrationnels, qu'ils soient constructibles, non constructibles mais algébriques, ou transcendants : le tableau esquissé plus haut est ainsi de nature, croyons-nous, à permettre au professeur qui s'interroge de revoir son projet, de le reformuler, voire, en certains cas, de l'écarter ; bref, de prendre une décision didactique mieux éclairée. Supposant pourtant que la profession choisisse de s'en tenir à la distinction entre décimaux, rationnels et irrationnels, en particulier sous l'angle des développements décimaux. Comment alors « définir » le développement décimal d'un nombre ? Question clé, si du moins on ne reprend pas, pour les écarter presque aussitôt parce que non viables à ce niveau des études, les solutions toutes faites de la sphère savante. La profession n'est aujourd'hui pas innocente du fait que certains de ses membres puissent dire sans façon à leurs élèves : « Que votre calculatrice fournisse le même affichage pour les fractions $\frac{851}{703}$ et $\frac{1633}{1349}$ ne prouve pas que ces fractions soient égales ; parce qu'il se pourrait par exemple que la 50^e décimale ne soit pas la même ! Ça, vous ne le savez pas ! Et c'est pareil pour $3\sqrt{7}$ et $\sqrt{63}$. » On voit là d'abord que la notion de développement décimal se présente ici comme une extension de ce qu'affiche la calculette. Mais comment mathématiser cette intuition ? Comment aller loin, voire « aussi loin que l'on veut » dans la connaissance des décimales à l'aide de tels moyens de calcul ? Est-il vrai, en outre, que les développements décimaux de $3\sqrt{7}$ et $\sqrt{63}$ ou de $\frac{851}{703}$ et $\frac{1633}{1349}$ *pourraient* différer à la 50^e décimale ?

Selon le cas, l'aggiornamento empruntera ses ressources – sinon ses réponses, qu'il échoit à la profession d'élaborer – aux mathématiques, savantes ou enseignées, présentes ou passées. Il y faudra aussi des élaborations mathématiques *inédites*, si simples soient-elles. Revenons ainsi sur la comparaison de fractions : le souci « pédagogique » de l'élève comme « incapable » conduit à une situation où la profession est, *mathématiquement*, dans l'erreur (Chevallard 2006). Un petit raisonnement le montre : la différence entre les deux fractions mentionnées plus haut est, en valeur absolue, ou bien nulle, ou bien supérieure ou égale à $\frac{1}{703 \times 1349} = \frac{1}{948\,347} > 10^{-6}$. Supposons que la calculatrice utilisée donne dans les deux cas l'affichage suivant : 1,21052631579 ; en admettant que le nombre affiché se trouve à moins de 10^{-n} de la « vraie valeur » de la fraction, n étant le rang du dernier chiffre affiché, on ne peut que conclure (puisque, ici, $n = 11$) à l'égalité des fractions : *aucun doute n'est permis*. Il est *faux* de dire que les développements décimaux *pourraient* différer au 50^e rang : dès le 6^e rang, en ce cas, le doute n'est plus permis. Il en va de même avec les expressions contenant un radical ; de l'identité élémentaire

$$|a\sqrt{b} - \sqrt{c}| = \frac{|a^2b - c|}{a\sqrt{b} + \sqrt{c}}$$

on tire que, ou bien la différence entre $a\sqrt{b}$ et $\sqrt{c}$ est nulle, ou bien elle est, en valeur absolue, supérieure ou égale à $\frac{1}{a\sqrt{b} + \sqrt{c}}$. Dans le cas proposé, on a :

$$\frac{1}{a\sqrt{b} + \sqrt{c}} = \frac{1}{3\sqrt{7} + \sqrt{63}} > \frac{1}{3 \times 3 + 8} = \frac{1}{17}.$$

Il suffit donc que les *deux* premières décimales affichées soient identiques pour qu'on puisse conclure à l'égalité des nombres $3\sqrt{7}$ et $\sqrt{63}$. Le souci « pédagogique » de l'élève conduit ainsi la profession à une erreur mathématique : le professeur est surpris à protéger l'élève contre la vérité mathématique ! On découvre ainsi que les conditions et contraintes *pédagogiques* incitent la profession à faire fi des contraintes propres à la discipline étudiée, au point que, en nombre de cas, on pourra parler sans façon d'abus de pouvoir de la part du professeur.

Le souci didactique du rapport des élèves aux mathématiques

D'importantes ressources doivent être mobilisées par la profession autour d'une grande ambition : le souci didactique du rapport, scolairement construit, des élèves aux mathématiques. Ce rapport est promis à se dégrader lorsque, déjà, *l'infrastructure mathématique* de l'enseignement proposé est

déficiente. Or elle l'est aujourd'hui presque de part en part : la profession, on l'a suggéré, ne propose rien de solide à propos du *numérique* ; et il en est de même à propos de l'*algébrique* (en dépit d'efforts officiels récents, marqués par l'introduction plus complète dans les programmes de collège de la notion de *programme de calcul*) ou de la *géométrie* (ainsi n'aperçoit-on pas aujourd'hui dans la noosphère de réponse sérieuse à la question de la structure vectorielle du plan ou de l'espace, au collège ou au lycée).

Le rapport potentiel des élèves aux mathématiques ne peut que se dégrader encore lorsque, de plus, ce qui est proposé comme « à enseigner » n'est plus *vu* par la profession *comme mathématique*, et semble ne se justifier, aux yeux des professionnels, que parce que cela serait « pédagogiquement adapté aux élèves », à leur âge, à leur innocence intellectuelle, bref, à leur incapacité. En 6^e, le programme enjoint de « comparer des aires à l'aide de reports, de décompositions, de découpages et de recompositions, sans perte ni chevauchement ». Or l'équipement mathématique de *la profession* ne lui permet guère, aujourd'hui, de penser mathématiquement ce qui est demandé. Le manque mathématique est celui d'une élaboration qui inclurait non seulement le théorème de Bolyai-Gerwin (établi dans les années 1830) mais aussi bien le théorème de Hadwiger-Glur (1951) ainsi que tout ce qui est susceptible, en la matière, d'éclairer *mathématiquement* les décisions didactiques d'un professeur⁹. Certes, des travaux sur ce thème existent qui, en puissance, offrent des *ressources pour la profession*¹⁰. Mais aucune profession ne vient aujourd'hui les reprendre à son compte pour en tirer les matériaux d'un équipement praxéologique *promis à tous ses membres*. Il est vrai que le ministère lui-même prétend s'adresser *directement à chaque professeur*, en ignorant tout collectif professionnel possible, ainsi qu'en témoigne le préambule de la page du site ÉduSCOL proposant des « Ressources pour faire la classe » au collège¹¹ :

Les programmes sont [...] la seule référence réglementaire adressée aux professeurs. Les ressources et documents proposés aux enseignants garantissent ce principe, il revient à chaque enseignant de s'approprier les programmes dont il a la charge, d'organiser le travail de ses élèves et de choisir les méthodes qui lui semblent les plus adaptées en fonction des objectifs à atteindre. Les ressources pour faire la classe proposées par la DGESCO ne sont que des appuis à la libre disposition des professeurs.

Les exemples précédents clarifient un point clé : la noosphère de l'enseignement des mathématiques, en France ou ailleurs, ne manque ni de bras ni de cerveaux capables de pourvoir aux besoins praxéologiques *de la profession* ; mais trop souvent le peu qui est fait est bientôt perdu, en tant que *ressources pour la profession*.

Par delà les phénomènes d'affaïssement de l'infrastructure mathématique et de *démathématisation* subséquente de l'enseignement illustrés dans ce qui précède, il est d'autres causes de dégradation du rapport des élèves aux mathématiques. La principale nous paraît liée à une dégradation du rapport de *la profession* aux mathématiques à enseigner qui se traduit par des phénomènes massifs et solidaires de *démotivation* et de *monumentalisation* de la matière enseignée (Chevallard 2007a). Lorsque s'introduit dans un programme scolaire une notion inconnue de la profession, chacun est porté à se demander *ce que c'est* et *à quoi ça sert* : on s'interroge sur la *structure* et sur la *fonction* de l'outil mathématique introduit. Dans le cas de la dérivée logarithmique, ainsi, tel ouvrage de mathématiques « pour économistes » précise d'abord (Michel 1989, p. 263) que « la dérivée logarithmique en x_0 d'une fonction f dérivable et non nulle en x_0 est la dérivée en x_0 de $\ln |f(x)|$, c'est-à-dire : $f'(x_0) / f(x_0)$ », avant d'ajouter : « Pour calculer la dérivée de produits, quotients, puissances, il est souvent commode d'utiliser les dérivées logarithmiques. » Un exemple suit : la dérivation de $f(x) = x^\alpha (\ln x)^\beta e^{ax} / (ax + b)$. Tout cela est limpide et, pour d'aucuns, peut-être un rien désenchanté. Mais quand on en vient aux notions plus anciennement présentes dans le paysage scolaire, l'atmosphère s'obscurcit en même temps que s'entend parfois un chant quasi mystique de vénération. Pourquoi enseigner la simplification des fractions, ou la factorisation des expressions algébriques, ou la « chasse » aux radicaux apparaissant au dénominateur d'une expression fractionnaire ? Pourquoi enseigner le triangle, son centre de gravité, son orthocentre, et le reste ? Pourquoi les angles ? Et les parallèles ? Pourquoi la moyenne d'une série statistique ? Pourquoi les vecteurs ? « Pour l'honneur de l'esprit

⁹ Le théorème de Bolyai-Gerwin énonce que, lorsque deux plaques polygonales ont même aire, l'une peut être décomposée en un nombre fini de sous-plaques polygonales qui, par un réarrangement au moyen de translations et de rotations, reconstitueront l'autre plaque. Hugo Hadwiger (1907-1981) et Paul Glur (1917-2007) ont montré que cela pouvait se faire en n'employant que des translations et des symétries centrales, ce qui n'est pas intuitif.

¹⁰ Voir la page du site ÉduSCOL intitulée « Aire et périmètre » (2001) et en particulier à l'article d'André Pressiat qui y apparaît (<http://eduscol.education.fr/D0049/aire-perimetre.htm>).

¹¹ <http://eduscol.education.fr/D0015/LLPHAG00.htm>

humain », répondent sans ciller, mais en trahissant Jacobi (Dieudonné 1987, p. 7), certains qui se satisfont ainsi de l'état de choses régnant. Faute de réponses, en vérité, tout cela n'est bientôt plus qu'une galerie de structures qu'on visite à l'instar de monuments dont on ne peut dire l'usage qu'ils avaient et dont les *raisons d'être* nous échappent.

Aux questions évoquées ici, en quoi une réponse de la profession peut-elle consister ? Distinguons deux niveaux, tous deux nécessaires. Le premier niveau est celui d'une réponse « épistémologique », qui peut prendre une forme discursive. Ainsi une réponse condensée à la question sur les raisons d'être de l'étude du triangle pourrait-elle être la suivante : « L'étude du triangle (dans le plan) a quelque chose d'essentiel à voir avec l'étude analogue du tétraèdre (dans l'espace) et avec la notion générale de repère (affine) : quand on "tient" trois points (non alignés), on "tient" le plan qu'ils déterminent. » Ce n'est là pourtant qu'un premier niveau, indispensable pour que s'élève le second niveau de réponse. La profession doit en effet proposer *une réponse « didactique »*, qui peut se résumer en ce que la théorie des situations didactiques (TSD) nomme une *situation fondamentale* (Brousseau 2003). Une telle entité est en fait intermédiaire entre l'épistémologique et le didactique, comme le note aussi Guy Brousseau : « Une telle situation, lorsqu'on peut l'identifier, offre des possibilités d'enseignement mais surtout une représentation du savoir par les problèmes où il intervient permettant de restituer le sens du savoir à enseigner. » On dira aussi, en TAD, qu'il s'agit de répondre en produisant des *activités d'étude et de recherche* (AER) donnant vie, pour l'élève, à certaines au moins des raisons d'être de la praxéologie mathématique à étudier. Or c'est en ce point qu'une question essentielle quant à l'avenir de la profession doit être soulevée.

Les travaux mathématiques et didactiques nécessaires afin de pourvoir aux besoins praxéologiques de la profession ne peuvent guère se faire au chevet de la classe (qui n'en reste pas moins l'alpha et l'oméga de l'affaire). Ils demandent en général le concours de *forces productives considérables*. Ainsi, ce n'est pas un anonyme mais Hermann Weyl (1855-1955) qui, si l'on suit I. M. Yaglom (1986 p. 146), a dès 1917 fait imprimer une réponse utile à la question de la structure vectorielle de l'espace. C'est à Hassler Whitney (1907-1989) qu'on doit une mathématisation (Whitney 1968) devenue indispensable à la profession depuis l'introduction plus franche de la notion de grandeur au collège¹². Le point crucial est alors le suivant : ce qui vaut pour les infrastructures *mathématiques* vaut aussi pour les infrastructures *didactiques*, comme le montrent les travaux de Brousseau (1998, chap. 3 & 4) sur les décimaux. Nous sommes là à *une croisée des chemins*. Ou bien, selon la tradition semi-professionnelle, la production de ressources « professionnelles » restera limitée à l'activité de professeurs non loin du chevet de leurs classes (ce qui est certes indispensable pour apporter des réponses finement paramétrées) : la dégradation évoquée plus haut ne pourra alors que s'accélérer. Ou bien ce qui n'est pas encore une profession mais entendrait le devenir suscitera la réunion de forces nécessaires pour mener à bien, dans le moyen et le long termes, la *production* de ressources impulsée par des recherches sur l'ensemble des questions auxquelles la profession est confrontée. Face à cette alternative décisive, il serait fâcheux que la mise en avant du « travail documentaire des professeurs », réalité dont on peut (et dont il faut) repenser la signification (Gueudet & Trouche chap. 3), apparaisse comme un symptôme de résistance à la professionnalisation du métier de professeur.

Que faire ?

Le passage du professeur petit producteur indépendant aux collectifs de professeurs change les conditions et contraintes de l'exercice du métier. Que de tels collectifs se forment dans un collège, un lycée, un IREM ou autour d'un site Web, il y a là un phénomène que la didactique se doit d'étudier, en particulier parce que la floraison des communautés en ligne lui donne une extension inédite. Le passage de l'individu à la communauté, et notamment à la communauté en ligne, est en lui-même un objet d'étude. Que sait-on ainsi de ce qui fait d'une majorité de « membres » d'une communauté virtuelle ce que le jargon d'Internet nomme des *lurkers* et que sait-on de ce qui en pousse d'autres à « contribuer » parfois compulsivement à l'activité dudit collectif (Nielsen 2006) ? Ce passage, pourtant, ne peut être confondu avec la métamorphose d'une semi-profession en profession : nous l'avons vu, il peut même *retarder* ce changement. Le fait crucial des ressources *manquantes* de la profession interdit en tout cas de poser dans sa plénitude la question du travail documentaire du professeur ; car, sauf à prendre le risque de l'incongruité, ce travail, qu'on peut appeler « superstructurel », suppose deux conditions essentielles. Tout d'abord, nous l'avons vu, il nécessite des *infrastructures adéquates*,

¹² Voir le document *Grandeurs et mesures* accessible depuis la page « Ressources » du site ÉduSCOL.

qu'elles soient de nature didactique, mathématique, pédagogique ou scolaire. C'est, croyons-nous, autour de cette ambition infrastructurelle que la profession pourra se constituer et que le travail des collectifs de professeurs devra se déployer. Mais sauf à s'enfermer en un petit monde, le travail superstructurel suppose une autre condition : la validation objective des ressources produites. Comme toute activité scientifique ou technique, il doit se développer dans une dialectique ouverte entre *médias* pourvoyeurs de documents et *milieux* (adidactiques, au sens de la TSD) susceptibles d'en réfuter le contenu. Or le pilotage de cette dialectique ne va pas de soi, notamment sur le Web (Ladage 2008, 1^{re} partie). Il en est plus encore ainsi quand prévaut l'emprise d'un communautarisme associant « marginalisation de la question de l'altérité » et « possibilité de s'enfermer dans des espaces virtuels » (Wolton 2009, p. 31). Tel est bien le risque. Tel est aussi l'enjeu : arrimer le travail des collectifs de professeurs au développement de leur profession, sans lequel ce travail ne saurait, croyons-nous, avoir de vraie fécondité.

Références

- Bourdoncle, R., & Demailly, L. (dir.). (1998). *Les professions de l'éducation et de la formation*. Lille : Presses Universitaires du Septentrion.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée sauvage.
- Brousseau, G. (2003). *Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques*. Disponible à http://pagesperso-orange.fr/daest/guy-brousseau/textes/Glossaire_Brousseau.pdf
- Cavet, A. (2007). *Enseignant : un "métier" ou une "profession" ?* Disponible à http://www.inrp.fr/vst/blog/2007/10/02/enseignant_un_metier_ou_une_profession/print/
- Chevallard, Y. (1991). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné* (2^e éd.). Grenoble : La Pensée sauvage.
- Chevallard, Y. (1997). Familière et problématique, la figure du professeur. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 17(3), 17-54.
- Chevallard, Y. (2006). La calculatrice, ce bon objet. *Les dossiers de l'ingénierie éducative*, 54, 20-25.
- Chevallard, Y. (2007a). Les mathématiques à l'école : pour une révolution épistémologique et didactique. *Bulletin de l'APMEP*, 471, 439-461.
- Chevallard, Y. (2007b). Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. In L. Ruiz-Higueras, A. Estepa, F. Javier García (Éds), *Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de la Didáctica (TAD)* (pp. 705-746). Jaén : Université de Jaén.
- Chevallard, Y. (2008). Qu'est-ce qu'une formation professionnelle universitaire non indigne ? *Former des maîtres*, 570, 10-12.
- Choquet, G. (1964). *L'enseignement de la géométrie*. Paris : Hermann.
- Cirade, G. (2006). *Devenir professeur de mathématiques : entre problèmes de la profession et formation en IUFM. Les mathématiques comme problème professionnel*. Thèse de doctorat. Université de Provence. Disponible à <http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00120709>
- Cogis, O., Robert, C. (2003). *Au-delà des ponts de Königsberg. Théorie des graphes. Problèmes, théorèmes, algorithmes*. Paris : Vuibert.
- Dieudonné, J. (1964). *Algèbre linéaire et géométrie élémentaire*. Paris : Hermann.
- Dieudonné, J. (1987). *Pour l'honneur de l'esprit humain. Les mathématiques aujourd'hui*. Paris : Hachette.
- Etzioni, A. (1969). *The semi-professions and their organization: Teachers, nurses, social workers*. New York : The Free Press.
- Ladage, C. (2008). *Étude de l'écologie et l'économie des praxéologies de la recherche d'information sur Internet. Contribution à la didactique de l'enquête codisciplinaire*. Thèse de doctorat non publiée. Université de Provence.
- Mény, J.-M., Aldon, G., Xavier, L. (2005). *Introduction à la théorie des graphes. Butinage graphique*. Lyon : CRDP.
- Michel, P. (1989). *Cours de mathématiques pour économistes*. Paris : Economica.

- Nielsen, J. (2006, 9 octobre). Participation Inequality: Encouraging More Users to Contribute. *Alertbox*. Disponible à http://www.useit.com/alertbox/participation_inequality.html
- Passeron, J.-C. (1991). *Le raisonnement sociologique. L'espace non poppérien du raisonnement naturel*. Paris : Nathan.
- Perrenoud, P. (2006). *Dix nouvelles compétences pour enseigner. Invitation au voyage*. Paris : ESF.
- Pressiat, A. (2001). Décompositions et recompositions pour les aires et volumes. Disponible à <http://eduscol.education.fr/D0049/pressiat.pdf>
- Semiprofession. (2008, 18 décembre). *Wikipedia, The Free Encyclopedia*. Disponible à <http://en.wikipedia.org/wiki/Semiprofession>
- Siracusa, J. (2008). *Vacances sociologiques. Enseigner la sociologie à l'université*. Saint-Denis : Presses universitaires de Vincennes.
- Teilhard de Chardin, P. (1955). *Le phénomène humain*. Paris : Seuil.
- Whitney, H. (1968). The Mathematics of Physical Quantities, Part II: Quantity Structures and Dimensional Analysis. *The American Mathematical Monthly*, 75, 227-256.
- Wolton, D. (2009). *Informer n'est pas communiquer*. Paris : CNRS Éditions.
- Yaglom, I. M. (1986). *Mathematical Structures and Mathematical Modelling*. New York : Gordon and Brown Science Publishers.