Yves Chevallard

Le développement actuel de la TAD : pistes et jalons

Résumé. – La théorie anthropologique du didactique est actuellement le cadre d'un certain nombre d'avancées dont un bilan sera dressé lors du IIe congrès international sur la TAD qui se tiendra à Uzès du 31 octobre au 3 novembre 2007 (voir http://www4.ujaen.es/~aestepa/TAD_II_fr/). L'exposé tentera de présenter quelques-unes des pistes actuellement ouvertes à l'exploration, et proposera des exemples afin de jalonner les avancées en cours. Pour cela, il se situera par rapport aux quatre axes qui structureront les travaux du congrès d'Uzès : 1. La TAD dans le continent didactique aujourd'hui ; 2. Enseigner les mathématiques : la profession et ses problèmes ; 3. Théorie et pratique des AER et des PER ; 4. La dialectique des médias et des milieux.

I. La TAD dans le continent didactique aujourd'hui

A. – Présentation de l'axe

➔ Par « continent didactique », on désigne en premier lieu le champ des travaux de ***recherche en didactique***. Mais l'expression renvoie aussi à l'ensemble des institutions ***d'enseignement*** et ***de formation*** (et à leur noosphère), dans la mesure où les manières de faire et de penser présentes en leur sein sont des transposés proches ou plus lointains de créations de la recherche en didactique.

➔ L'axe 1 comporte assez naturellement deux sous-axes :

– d'une part, il s'agit d'étudier l'état et la dynamique de la ***diffusion*** et de la qualité de la ***réception*** au sein du continent didactique des outils théoriques, technologiques et techniques apportés par la TAD ;

– d'autre part, il s'agit d'étudier comment la TAD peut ***rendre raison des travaux et des tendances allogènes***, relevant ou non d'une inspiration déterminée, qui peuvent s'observer actuellement au sein du continent didactique.

➔ En d'autres termes, et sauf exception, les communications relevant de l'axe 1 devront se référer

– soit à une recherche portant sur la manière dont la TAD est regardée, reçue, éventuellement mise en œuvre, voire mise en question, dans telle ou telle région du continent didactique ;

– soit à une recherche portant sur la manière dont la TAD permet d'analyser d'autres manières de faire et de penser présentes dans le continent didactique, quelles participent de théorisations fortement élaborées (telles la théorie des situations didactiques ou la théorie des champs conceptuels) ou, à l'autre extrémité, des prémices de constructions en chantier.

B. – Repères

1. Toute science a pour objet certains types de conditions et de contraintes de la vie des sociétés. Elle s'efforce solidairement 1) d'élucider l'écologie et l'économie de ces conditions et contraintes, 2) [afin] d'élaborer des moyens de modifier tel ou tel système de conditions et de contraintes de son ressort.

2. La didactique est la science des conditions et des contraintes (de l'écologie et de l'économie) de la diffusion des praxéologies dans un espace institutionnel déterminé.

➔ Ce qu'est le concept de praxéologie : type de tâches, technique, technologie, théorie.

➔ Pourquoi ce concept ? Une rupture épistémologique, et donc culturelle et politique : savoir, savoir-faire, *skill*, compétence, etc.

➔ Toute espèce de praxéologies : dépassement des frontières « disciplinaires » ; des frontières « scolaires » aussi – didactique des disciplines savantes & application à la communauté des didacticiens des mathématiques.

3. Les conditions et contraintes déterminant les processus de diffusion praxéologique sont explorées et repérées à l'aide d'une échelle comportant différents niveaux de (co-)détermination didactique, toute condition/contrainte dont le « siège » se situe à tel niveau de l'échelle pouvant s'exprimer à tel autre niveau.

Civilisation
↓↑
Société
↓↑
École
↓↑
Pédagogie
↓↑
Disciplines
↓↑
Domaines
↓↑
Secteurs
↓↑
Thèmes
↓↑
Sujets

➔ Traditionnellement,

– les élèves se limitent aux sujets ;
– les professeurs se limitent aux thèmes ;
– les secteurs et les domaines, voire les disciplines elles-mêmes, sont l'affaire des concepteurs de programmes ;
– les didacticiens se limitent (au mieux) au niveau de la discipline…

4. La TAD s'interroge nécessairement aux niveaux supérieurs : pédagogie et école, mais aussi société et civilisation.

➔ Un exemple à propos de civilisation : un exemple, la notion « anglo-saxonne » de *skill.*

➔ Permet une écologie plus « accueillante » aux « petits savoirs » : un *Guide to Mathematical Modelling* comporte un chapitre intitulé *Modelling Methodology* suivi d'un chapitre intitulé *Modelling Skills* ; un ouvrage d'initiation aux TIC s'intitule *Basic Computer Skills*. – alors que d'aucuns, en France, diront que ces *"skills"* « ne sont pas des savoirs ».

➔ Le cas de *compétence* : un débat au congrès d'Uzès. Esquisse d'analyse.

➔ Le couple *competence*/*performance* (en anglais) : *une* performance – tendance à la discrétisation.

5. Société et école

➔ La pensée brune de l'école – un exemple autrefois : R. Meadmore, « professeur agrégé au lycée Condorcet », *Grammaire Anglaise. Cours élémentaire. Exercices gradués* (Delagrave, 1899 ?)

> Le présent recueil suppose, cela va sans dire quelque connaissance préalable de la langue anglaise. Il est tout au moins indispensable que, dès le début, l'élève sache conjuguer un verbe anglais aux temps principaux et qu'il sache, de plus, se servir d'un dictionnaire, car nous n'avons pas abusé des notes, étant de ceux qui croient encore à l'efficacité de l'effort personnel.

Sur l'exemplaire examinée a été collée, au revers de la couverture, une petite étiquette où on lit ceci.

> LIBRAIRIE DELAGRAVE
> Majoration temporaire **70 %**
> *Syndicat des éditeurs. 20 Nov. 1917*

➔ Penser l'école : la question curriculaire aujourd'hui

> **Faire École, à nouveau**
>
> À l'instar d'autres institutions à la fois familières et vieillies, l'École souffre d'un mal cruel : nécrose du sens. Elle est là, posée comme un gros caillou dans le paysage de nos sociétés. Mais ses raisons d'être se sont élidées : situation dévastatrice. Expérience de pensée : appelons-la de son nom grec, *skholè*. Pourquoi, alors, la *skholè* ? Question première, qui commande toute interrogation sérieuse sur la « chose » École. Réponse : la *skholè*, lieu voué à l'étude d'œuvres existantes ou possibles (c'est-à-dire de manières de faire ceci ou cela et de penser ceci ou cela), en tant que ces œuvres répondent à des questions ombilicales, grandes et petites, faisant saillie sur l'ordinaire des travaux et des jours. Fort bien, diront certains, qui croient tout comprendre ; mais l'École est désormais une *skholè* d'opérette, dénuée d'efficace ; c'est l'entreprise qui, aujourd'hui, est la vraie *skholè* ! Deuxième question, donc : où situer la *skholè* de la République, qui satisfasse l'indépassable obligation d'instruction des citoyens ? Réponse : dans un lieu où l'on étudie résolument, et tous ensemble, ces questions dont un pédagogue inspiré disait naguère que, dans

une démocratie moderne, *chacun a le droit qu'on lui interdise* de ne pas les rencontrer (*has the right not to be allowed to avoid*). Exit donc l'entreprise comme école *première*. Mais l'École – l'école pour tous, tous ensemble – répond-elle aujourd'hui à ce critère ? La racine du mal est là, silencieusement : dans le « choix » des questions et des œuvres qu'on y étudie ou qu'on y évite. L'aggiornamento de l'École, qui la sauvera, *doit commencer par là*. Condition *sine qua non*, qui seule peut redonner sens et énergie à l'engagement des professeurs, à l'effort des élèves, au souci des parents, à la volonté des citoyens de faire école pour faire société. Vaste problème, sans doute, mais qui a des solutions. Et que nous sommes condamnés à résoudre.

II. « Enseigner les mathématiques : la profession et ses problèmes »

A. – Présentation de l'axe

➔ Cet axe prend appui sur deux piliers conceptuels principaux :

– celui de ***la profession***, en entendant par cette expression ***l'ensemble des acteurs*** de l'enseignement des mathématiques, « de la maternelle à l'université », c'est-à-dire non seulement les ***professeurs*** eux-mêmes, et en particulier les professeurs de mathématiques de l'enseignement secondaire, qui forment le gros de la troupe, ainsi que leurs ***militants*** associatifs ou syndicaux, mais aussi les ***formateurs*** de professeurs, les ***inspecteurs*** et les ***responsables ministériels*** de l'enseignement des mathématiques, et encore les ***chercheurs*** sur l'enseignement des mathématiques (bref la « noosphère *lato sensu* » moins les « noosphériens » ***éphémères***) ;

– celui des ***problèmes*** de la profession rencontrés dans l'exercice même du métier de professeur ou identifiés par l'observation et l'analyse des conditions et des contraintes de ce métier et reconnus par au moins une partie de la profession comme des problèmes, c'est-à-dire comme des difficultés ***objectives*** (même si elles sont d'abord subjectivement éprouvées), dignes de la mobilisation collective de certaines ressources de la profession.

➔ Sauf exception, les communications relevant de l'axe 2 devront se référer

– soit à une recherche s'inscrivant dans le cadre de la TAD dont l'objet est de mettre en évidence un ***problème de la profession*** actuellement méconnu, ou ignoré, voire nié, c'est-à-dire une difficulté objective de l'exercice du métier dont on s'efforcera de montrer qu'un traitement adéquat requiert une prise en charge collective de la part de la profession et en particulier de la part des chercheurs en didactique des mathématiques ;

– soit à une recherche s'inscrivant dans le cadre de la TAD dont l'objet est d'analyser en quelles façons un problème de la profession, reconnu comme tel, se trouve pris en charge par la profession, ou pourrait l'être sous des conditions à dégager.

B. – Repères

1. La formation des professeurs stagiaires de mathématiques : le « milieu » essentiel.

➔ Les « Questions de la semaine »

➔ Un exemple de question

En 2^{de}, on demande aux élèves de savoir à quel ensemble (**N**, **Z**, **D**, **Q**, **R**) un nombre appartient. Il se pose le problème de montrer que a/b appartient ou non à **D**, c'est-à-dire peut se mettre sous la forme $c/10^n$. Pour cela, je ne vois comme technique (décrite sommairement) que 1) décomposer a et b en facteurs premiers, 2) réduire la fraction a/b, 3) regarder le dénominateur de la fraction réduite : si des facteurs premiers différents de 2 et 5 apparaissent, alors la fraction a/b n'est pas le représentant d'un décimal. Une autre technique pourrait consister à regarder le développement décimal à la calculatrice et voir si ce développement est périodique ou non. Problème : on se heurte aux problèmes d'affichage de la calculatrice. Y a-t-il une autre technique envisageable ?

➔ La fabrication d'une réponse

De fait, dans le cas qui nous occupe ici, la profession ne dispose pas, nous semble-t-il, d'une réponse idoine. Il appartient alors à la formation de *produire* une telle réponse, inédite encore, sans doute parce que la puissance des moyens modernes de calcul n'a pas encore été pleinement intégrée à la culture mathématique de l'enseignement secondaire. Faisons donc ce que tout profane pourrait être tenté de faire ; prenons par exemple $a = 119$ et $b = 56$, et divisons 119 par 56, soit en « posant » l'opération, soit en sollicitant une calculatrice. Celle de mon téléphone mobile me répond que $119 \div 56$ vaut 2,125. La division, à n'en pas douter, « tombe juste » : on peut par exemple le vérifier en effectuant la multiplication $2{,}125 \times 56$, qui donne bien 119. Prenons maintenant, non pas $a = 119$ mais $a = 117$; cette fois, interrogé sur le quotient $117 \div 56$, le même instrument de calcul affiche ceci : 2,0892857. La division tombe-t-elle juste, ou bien l'instrument mobilisé, ayant atteint le maximum de ses possibilités, fournit-il une valeur approchée, qu'il arrondit ? Consultons une autre calculatrice, plus puissante, celle qu'utilisent des élèves de collège : elle affiche, elle, 2,089285714. La seconde hypothèse était donc la bonne. On tombe alors sur une difficulté, celle-là même qu'évoque l'auteur de la question : peut-être la division de 117 par 56 tombe-t-elle juste, mais peut-être cela ne se produit-il que, disons, à la 50^e voire à la 100^e décimale ! Comment, alors, savoir ? C'est là qu'on peut faire entrer en piste un théorème mathématique à la fois facile à établir et « inconnu » jusqu'ici : en l'espèce, si la division de a par 56 tombait juste, cela se produirait *au plus tard* à la 6^e décimale ; comme il n'en est rien, on peut conclure que cette division se poursuivra indéfiniment. D'où vient le nombre 6, ici ? Il s'agit du plus petit entier n tel que 2^n soit supérieur ou égal au diviseur 56 : on a en effet $2^4 = 16$, $2^5 = 32$ et $2^6 = 64$. Telle est donc l'origine de cet index. Mais aucune technique, bien sûr, n'est *infiniment robuste*. Considérons la division de 917 par 789 (par exemple). Le plus petit entier n tel que 2^n soit supérieur ou égal à 789 est 10 (on a $2^9 = 512$ et $2^{10} = 1024$). La calculatrice du collège, sollicitée, fait cette désespérante réponse : 1,162230672. Neuf décimales, dont huit sûres, quand il nous faudrait 11 décimales sûres pour conclure ! C'est oublier que le monde autour de nous est truffé de moyens de calcul ; sur votre ordinateur, ainsi, vous disposez d'une calculatrice bien plus puissante, qui affiche, elle, 1,1622306717363751584283903675539 : l'affaire est faite ! (On notera en passant que la dernière décimale affichée par la calculatrice de collège n'était pas exacte.) Si, toutefois, on ne dispose que d'une calculatrice de collège, rien n'est perdu, à condition que l'on veuille bien accepter un zeste de mathématiques simples. Demandons à cette calculatrice le quotient de 917000 par 789 ; elle affiche 1162,230672. Apparemment aucun progrès n'a été fait. Calculons alors $917000 - 1162 \times 769$: cela vaut 182 ; et demandons à la même calculatrice le quotient de 182 par 789 : elle affiche 0,230671736. Nous avons gagné trois décimales (et peut-être quatre) : un peu d'arithmétique montre en effet que le quotient de 917 par 789 s'écrit 1,1622306717363, la dernière décimale n'étant pas, *a priori*, sûre. En fait, l'affichage donné par la calculatrice de l'ordinateur montre que la dernière et 13e décimale affichée ici est juste ; mais cela importe peu : 12 décimales suffisaient. L'affaire est réglée.

2. La clinique des formations

➔ Le séminaire du mardi matin (professeurs stagiaires) et le séminaire du vendredi soir (formation des formateurs)

➔ La thèse de Gisèle Cirade (2006) : *Devenir professeur de mathématiques : entre problèmes de la profession et formation en IUFM. Les mathématiques comme problème professionnel.*

3. Le problème de la « formation professionnelle anticipée », largement implicite : hystérésis des praxéologies professorales d'autrefois

➔ « Le professeur explique bien », « le professeur n'explique pas bien », etc.

➔ La « stase » du savoir après la réussite au concours : « l'énergie ainsi accumulée [du fait de la stase libidinale] *trouvera son utilisation dans la constitution de symptômes* » (*Vocabulaire de la psychanalyse* de Jean Laplanche et Jean-Bertrand Pontalis, PUF, Paris, 1967).

4. thèse de Gisèle Cirade (2006) : *Devenir professeur de mathématiques : entre problèmes de la profession et formation en IUFM. Les mathématiques comme problème professionnel.*

➔ Savoirs à enseigner, savoirs pour l'enseignant, savoirs pour l'enseignement : *savoirs à enseigner*, ceux que désignent les programmes d'enseignement ; savoirs *pour l'enseignant*, ceux qu'un professeur (= membre de la profession) est supposé connaître pour s'engager dans l'enseignement de ce que le programme prescrit ; savoirs *pour l'enseignement*, ceux qu'un professeur (= membre de la profession) doit connaître pour concevoir et réaliser son enseignement.

➔ Ces différents types de « savoirs » doivent être situés « au niveau de la profession » : c'est la profession qui sait ou qui ignore – le professionnel suit.

➔ Il existe une résistance à « travailler » ces savoirs. Quand elle surgit, cette perspective se trouve reliée soit aux élèves comme êtres déficients, notamment (mais pas seulement) quand il s'agit de savoirs à enseigner « anciens ». Exemple.

Lors d'une AER sur la comparaison des nombres en écriture fractionnaire, il s'agissait, à un moment, de comparer les nombres $\frac{13}{8}$ et $\frac{15}{7}$. Un élève propose une solution : « J'ai dit que $\frac{15}{7} > 2$ et $\frac{13}{8} < 2$, donc $\frac{13}{8} < \frac{15}{7}$. » Je lui demande alors comment il a trouvé l'entier 2. Il n'arrive pas à l'expliquer clairement. J'explique alors au tableau que, effectivement, $\frac{15}{7} > \frac{14}{7}$, or $\frac{14}{7} = 2$, donc $\frac{15}{7} = 2$. Une élève ne comprend pas et me demande « d'où sort la fraction $\frac{14}{7}$ ». Je lui réponds qu'elle sait déjà comparer des fractions qui ont le même dénominateur, donc il faut essayer de se ramener à cette situation, en traitant d'abord $\frac{15}{7}$ puis $\frac{13}{8}$; $\frac{15}{7}$ a pour dénominateur 7, donc je pense à la fraction $\frac{14}{7}$, qui a le même dénominateur. L'élève paraissait dubitative et pas très convaincue. Comment faire pour rendre les techniques de résolution des différents types de tâches rencontrés « naturelles » et montrer aux élèves que telle ou telle technique est la mieux adaptée ? (5e, 10)

5 La résistance pluriséculaire de la société à la formation des professeurs, et aussi la résistance même de la profession – un fait de civilisation ?

➔ Une semi-profession : Amitai Etzioni, *The Semi-professions and their Organization: Teachers, Nurses and Social Workers* (Free Press, New York, 1969).

➔ Une semi-profession se distingue par un certain nombre de traits : 1) la formation au métier ne repose pas sur un corpus de connaissances théoriques fermes ; 2) la période d'apprentissage reste relativement courte ; 3) l'activité se réalise au sein d'organisations dotées de règles prescrites par une administration et une hiérarchie, ce qui limite leur indépendance ; 4) la représentation « indigène » et allogène de l'exercice du métier flotte entre celle du pur exécutant et celle du travailleur « libéral », solitaire, « seul maître à bord », à l'abri des regards extérieurs (hormis ceux de ses patients, pour l'infirmière, de ses élèves, pour le professeur, etc.).

➔ « La profession » : une réalité introuvable ? D'où l'axe II du congrès d'Uzès.

6. Le réseau des formations et la profession : circulation, évaluation, validation – le besoin d'une archi-école de la profession.

5. Le réseau des formations et la profession

Une formation professionnelle universitaire digne de ce nom, en rupture avec les formations pratico-pratiques aussi bien qu'avec les formations académiques « libérales » sans prise sur le concret du métier, se doit 1) d'identifier les questions vives Q qui se posent aux gens de métier, 2) de travailler à construire des réponses $R^\heartsuit$ en assumant tout ce que cela suppose (identification, analyse, évaluation des réponses $R^\lozenge$ existantes, recherche et mise à disposition des œuvres O qui outilleront adéquatement le travail de production de $R^\heartsuit$, etc.). Une fois construite, la réponse $R^\heartsuit$, cependant, n'est pas un absolu : si elle diffuse dans le réseau que dessinent les formations existantes autour de la profession, si elle percole au sein de la profession elle-même, elle apparaîtra bientôt comme une autre réponse $R^\lozenge$, que l'on peut simplement espérer plus optimale par rapport à certains ensembles de conditions didactiques. Par sa création et sa diffusion, elle participe de la *normativité* que toute formation exerce et se doit d'assumer. La mise en circulation des réponses construites ici ou là, leur réception à la fois attentive, bienveillante et critique sont essentielles au travail collectif que suppose le progrès de la qualification du métier. Il est donc indispensable que le réseau des formations ait un dynamisme propre, par delà les formations elles-mêmes dans leur singularité individuelle ; et que ce réseau se donne sa *skholê*, où ce qui émerge des formations trouvera à être étudié posément, profondément, à bonne distance d’une certaine culture agonistique dont le système éducatif ne cesse de pâtir.

7. Problèmes de professeurs, problèmes de formateurs, problèmes de chercheurs (tripartition fonctionnelle avant que d’être structurelle).

III. « Théorie et pratique des AER et des PER »

A. – Présentation de l’axe

➔ Les notions d’***AER*** (« activité d’étude et de recherche ») et de ***PER*** (« parcours d’étude et de recherche ») ont pour objet de fonder une modélisation anthropologique des processus didactiques ***fonctionnels*** (et non formels), c’est-à-dire regardés dans une perspective non-monumentaliste, dans laquelle un savoir n’est pas un monument que l’on visite, mais un outillage immatériel et matériel fonctionnellement ordonné à l’étude de certains types de questions.

➔ Le schéma de base de cette modélisation peut s’énoncer ainsi : un processus didactique – ou, plus exactement, un processus ***d’étude et de recherche*** – a son point de départ dans un projet social visant à apporter une réponse R (à valider selon divers critères) à une certaine question Q. Une AER (relative à Q) peut être « quasi isolée », en ce sens que la question Q est rencontrée et étudiée *ex abrupto*. Elle peut, par contraste, prendre place au contraire dans un ***PER***, au sein d’une lignée d’AER engendrées par l’étude d’une « sur-question » génératrice du PER. En fonction de ce schéma, et sauf exception, les communications relevant de l’axe 3 devront se référer

– soit à une recherche analysant du point de vue de la TAD, et en particulier en termes d’AER et de PER, les processus didactiques observables en diverses institutions présentes ou passées ;

– soit à une recherche relative aux problèmes et aux possibilités du passage d’une économie didactique largement étrangère à la notion de motivation épistémologique, voire presque intégralement monumentaliste, à une économie didactique fonctionnelle formulée en termes d’AER et de PER.

B. – Repères

1. Le schéma « herbartien »

Au commencement est une question Q qui s’impose à la personne ou à l’institution, comme question à laquelle il convient d’apporter une réponse $R^{\heartsuit}$, laquelle réponse est une praxéologie, ou un fragment de praxéologie ou un complexe de praxéologies. La formule qui résume et symbolise le travail praxéologique de la personne ou de l’institution est, elle aussi, bien connue ; je la rappelle :

$$(S(X, Y ; Q) \rightarrow R^{\diamond}_1, R^{\diamond}_2, \ldots, R^{\diamond}_n, O_{n+1}, \ldots, O_m) \rightarrow R^{\heartsuit}.$$

X est une « communauté d’étude », encadrée par un groupe d’« aides à l’étude », Y, comportant ou non un ou plusieurs *directeurs* d’étude, qui s’efforce d’apporter une réponse $R^{\heartsuit}$ à Q en appuyant son travail sur des œuvres O_1, O_2, …, O_m qui constituent le *milieu* du travail d’étude et de recherche et où on peut distinguer deux types d’œuvres : celui des réponses à Q, $R^{\diamond}_1$, $R^{\diamond}_2$, …, $R^{\diamond}_n$, qui sont une *matière à travailler*, et celui des œuvres O_{n+1}, …, O_m qui sont des *outils de travail*. Le travail à accomplir mobilise des « dialectiques » que j’ai rappelées lors de la séance 3 de ce

Séminaire : dialectique *du sujet et du hors-sujet* ; dialectique *du parachutiste et du truffier* ; dialectique *des boîtes noires et des boîtes claires* ; dialectique *de la lecture (= de « l'excription ») et de l'écriture (= de l'inscription)* ; dialectique *de la diffusion et de la réception* ; et puis, bien sûr, dialectique *de la conjecture et de la preuve*, ou dialectique *des médias et des milieux*. Toutes ces dialectiques jouent un rôle au service de la recherche d'une réponse $R^♥$ émancipée de réponses toutes faites que d'aucuns peuvent être tentés de chercher à imposer. Mais, à cet égard, la dialectique des médias et des milieux joue un rôle prééminent : elle est en un sens la clé de voûte de l'ensemble des dialectiques. C'est son développement et sa maîtrise qui doivent permettre de reconnaître les réponses $R^◊$ déposées dans la culture sans pour autant s'y soumettre mais en en interrogeant la *valeur* pour le projet qui appelle la construction d'une réponse à la question Q.

2. Un interdit immémorial : *quels X*, *quels Y*, à propos de *quelles* questions *Q* peuvent venir occuper les places désignées dans le schéma ?

➔ Le modèle médiéval : des « lecteurs » (*lectores*) $y \in Y$ seuls autorisés à consulter, interpréter, présenter les œuvres O_k des auteurs (*auctores*), ces derniers étant les seuls *producteurs* légitimes de savoir, alors même que les « lecteurs » sont en quelque sorte des « passeurs » de savoir agréés, sans être pour cela, *en tant que tels*, des *producteurs* de savoir « autorisé ».

➔ Dans une classe scolaire ordinaire, le professeur y consulte les œuvres, en ramène une réponse R, qu'il présente aux élèves $x \in X$, pour lesquels ce sera *la* réponse $R^♥$ – réponse orthodoxe, dont ils devront montrer ensuite qu'ils « la connaissent ». (L'élève x n'est pas « autorisé », sinon à accéder aux œuvres *à titre privé*, du moins à s'en prévaloir légitimement dans le cadre de la classe.)

➔ Plus avant y apportera ensuite devant les élèves, à qui il les enseignera – à qui il les « montrera » –, des œuvres $O = R^♥$ qui cesseront bientôt d'apparaître comme répondant à quelque question que ce soit, ce que formalise le schéma que voici.

$$(S(X, y\,;\,Q) \hookrightarrow R_1^◊, R_2^◊, \ldots, R_n^◊, O_{n+1}, \ldots, O_m) \Rightarrow R^♥.$$

➔ L'histoire se répète : pour apporter un jour la réponse $O = R^♥$ devant X, le professeur y devra avoir enquêté parmi les œuvres de la culture ; mais, pour nombre de sujets ou de thèmes d'enquête, il y a longtemps que cette enquête aura été faite : elle datera du temps où lui-même était élève ou étudiant. Dans un grand nombre de cas, cette enquête aura ainsi pris la forme dégénérée suivante :

$$(S(y, \xi\,;\,Q) \hookrightarrow R_1^◊, R_2^◊, \ldots, R_n^◊, O_{n+1}, \ldots, O_m) \Rightarrow R^♥.$$

En règle générale, la rencontre de y avec l'œuvre $O = R^♥$ « à enseigner » a donc pu être *aussi peu motivée* que celle qu'il organisera pour ses propres élèves. De là, au reste, le fait que y prétende « adapter » son enseignement *aux élèves* plutôt qu'aux savoirs enseignés, dans la mesure où ceux-ci lui apparaissent comme des monuments sur lesquels il n'a, dans le schéma traditionnel évoqué jusqu'ici, pas de prise « transpositive » en dehors des aménagements « pédagogiques » qu'il se permet de leur infliger, parfois sans en être conscient.

3. À l'échelle planétaire, pourtant, la pression en faveur du schéma herbartien n'a pas cessé de se faire sentir depuis plusieurs années, même si, en France, ce schéma reste mal compris et, en tout cas, mal intégré dans la culture de la profession.

➔ Exemple princeps, les TPE (qu'avait précédé le dispositif des TIPE dans les CPGE), révélateur d'une compréhension mal assurée :

– Premier écart au schéma de Herbart *:* par rapport à la dichotomie cours/exercices, les TPE sont situés *du côté des exercices*, c'est-à-dire parmi les travaux d'élèves dont, solidairement, les « résultats » 1) n'ont pas à être connus de la classe, et 2) *ne peuvent pas* être utilisés dans le travail courant de la classe. À l'instar des « exercices », les TPE sont donc des travaux « semi-perméables » aux connaissances à enseigner : si des connaissances validées en classe y entrent presque nécessairement, rien, en revanche, n'en sortira que par effraction.

– Deuxième écart : si la réponse R attendue n'est plus, ici, apportée toute faite *par le professeur* (lequel devient officiellement un « encadreur », position institutionnelle jusqu'alors inconnue dans l'institution scolaire), elle est néanmoins trouvée toute faite dans la « culture », les élèves $x \in X_i$ (où X_i est l'équipe de TPE, formée par exemple de trois élèves de la classe $X = \bigcup_i X_i$) se contentant dans le meilleur des cas de *combiner* diverses réponses $R^\lozenge_1$, $R^\lozenge_2$, …, $R^\lozenge_n$. Les TPE ont été à cet égard un révélateur d'une vérité profonde du système scolaire : sa propension à fabriquer – chez les élèves, et *donc* chez les professeurs – de dociles « recopieurs de culture établie ».

– Troisième écart : comme dans l'enseignement scolaire ordinaire, les *questions* génératrices du travail demandé ont été souvent *oblitérées*. Dès lors, les élèves apportent dans leur TPE ce qui n'est pas une *réponse* à une question dans la mesure *où cette question n'a pas été posée*. L'élaboration à laquelle ils parviennent peut à cet égard s'écrire

$$\oplus_i(Q_{ij} \hookrightarrow R^\lozenge_{ij})$$

où le symbole ⊕ désigne une opération de « combinaison » forcément non univoque.

4. La question des questions

➔ D'où viennent les questions ? Une remarque de William P. Thurston (médaille Fields 1982) dans un article fameux paru en 1994, "On Proof and Progress in Mathematics" (*Bulletin of the American Mathematical Society*, 30, 2, 161-177).

> If what we are doing is constructing better ways of thinking, then psychological and social dimensions are essential to a good model for mathematical progress. These dimensions are absent from the popular model. In caricature, the popular model holds that

D. mathematicians start from a few basic mathematical structures and a collection of axioms "given" about these structures, that
T. there are various important questions to be answered about these structures that can be stated as formal mathematical propositions, and
P. the task of the mathematician is to seek a deductive pathway from the axioms to the propositions or to their denials.

We might call this the definition-theorem-proof (DTP) model of mathematics. A clear difficulty with the DTP model is that it doesn't explain the source of the questions.

➔ Le cas des questions étudiées dans la formation des professeurs.

D'où viennent les questions ? Une formation qui ne saurait pas s'expliquer là-dessus se qualifierait difficilement en tant que formation *professionnelle*. Encore toute « explication » ne sera-t-elle pas recevable ! Une formation professionnelle d'université doit, en effet, assumer humblement un postulat d'ignorance ou de quasi-ignorance, par lequel il devient possible d'identifier peu à peu les principaux *problèmes de la profession* sur lesquels butent non seulement les professionnels en formation mais aussi, presque toujours, *la profession elle-même*. (Une formation de professionnels est intrinsèquement corrélative d'une redéfinition, à prétention méliorative, *de la profession*.) Comment rechercher ces questions qui se posent aux professionnels (même quand la profession, elle, ne se les pose pas encore) ? En la matière, les procédures *top-down* sont plus qu'ailleurs de mauvais augure : car, en laissant ouverte la possibilité d'apporter dans la formation des questions venues de nulle part, elles ouvrent la voie à des glissements successifs, à terme dénaturants : on se contentera bientôt d'apporter des réponses à des questions laissées implicites, puis tout à fait oubliées, avant de donner un jour la prééminence à l'exhibition immotivée, par de très compétents *lectores*, d'œuvres à l'improbable pertinence « professionnelle ».

5. Pourquoi des AER et des PER ?

➔ La « théorie » (la praxéologie) des AER et des PER a vocation à intégrer une « copie homomorphe » de la TSD, dont elle vise à constituer l'image « anthropologique », en en instituant un « flottement » adaptatif aux institutions présentes.

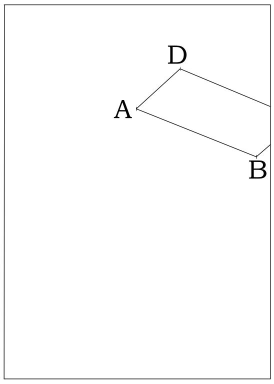
➔ Un exemple « classique » d'AER : Julia et les paralélogrammes.

– L'AER pilotée par la professeure, Julia, n'est pas le fruit d'une « ingénierie didactique », elle n'a pas été conçue par une équipe de didacticiens qui auraient simplement demandé à Julia de la réaliser dans sa classe.

– La conception et la réalisation de cette AER participe de l'activité « normale » de Julia, jeune professeure stagiaire de mathématiques à l'IUFM d'Aix-Marseille.

– L'AER évoquée n'a pas été davantage élaborée par des formateurs de l'IUFM. (Ce n'est donc pas à strictement parler l'AER qui « percole » : ce qui percole dans le travail de Julia, en s'y concrétisant en de certaines constructions didactiques, c'est une certaine praxéologie professorale *générique* élaborée et travaillée, en effet, à l'IUFM d'Aix-Marseille.)

Dans une classe de 5e, la professeure impulse et dirige l'étude du parallélogramme ; au moment où nous l'observons, elle souhaite plus précisément faire rencontrer à ses élèves la propriété qu'ont les diagonales de se couper en leur milieu. Elle leur propose pour cela le problème suivant, dont l'énoncé se réfère à la figure [ci-après] : « Le sommet C du parallélogramme ABCD est sorti des limites de la feuille. Tracer la partie visible de la droite (AC). »



L'activité d'étude et de recherche ainsi lancée conduit la classe à dégager, dans la séance même, une solution complète appuyée sur la *conjecture* que la diagonale cherchée passerait par le milieu de l'autre, ainsi d'ailleurs qu'à ouvrir une autre voie de solution, non examinée dans la séance (mais sur laquelle la classe travaillera ultérieurement), consistant à opérer sur la figure donnée une symétrie bien choisie qui ramènerait le parallélogramme « tronqué » dans le cadre de la feuille.

– Notons que le problème qui détermine l'AER répond à la question des raisons d'être : difficulté qui est évidemment déjà dans la TSD : la TAD ne fait, sur ce point, qu'en reprendre les enseignements.

➔ La notion de PER : ne pas tout recommencer chaque fois !

Le type de PER sur lequel nous insistons particulièrement dans la formation des professeurs stagiaires de mathématiques, ainsi, est celui dans lequel la question *Q* est « générique » : par exemple, comment construire, à la règle et au compas, telle *figure* dont une description est proposée ? En ce cas, le parcours peut être régulièrement interrompu, puis régulièrement relancé dès lors que se présente un cas particulier inédit de la question *Q*. Telle est la version « classique » de la notion de PER. Par exemple, on pourra étudier s'il est possible – et comment – de reconstruire un triangle ABC dont on ne connaît plus que les milieux I, J, K des côtés (problème que les participants à ce Séminaire pourront résoudre pour leur propre compte). On pourra de même lancer un PER autour de la question « Comment déterminer une distance inaccessible ? », et un autre autour de la question « Comment calculer sur des nombres s'écrivant avec beaucoup de chiffres ? » – il s'agit là d'exemples particulièrement pertinents au collège.

➔ Un domaine de recherches particulièrement dynamique :

– un PER n'a pas de raison de rester confiner dans la classe de mathématiques : presque toute question *Q* appelle une réponse *R* marquée par une certaine hétérogenèse, où les outils mathématiques peuvent jouer un rôle plus ou moins important (parfois mince, mais crucial) ;

– dans le cadre d'IDD ou de thèmes de convergence (ou de tout autre cadre à venir), on peut par exemple étudier la question « à rallonges » qu'on peut formuler ainsi : « Rouler vite, rouler lentement : quelles conséquences ? »

– plus généralement, recherches sur le schéma où une personne ou un collectif étudie une question *Q* « sur Internet »…

IV. « La dialectique des médias et des milieux »

A. – Présentation de l'axe

➔ Le mot de ***média*** désigne, dans le cadre de la TAD, tout système de mise en représentation d'une partie du monde naturel ou social à l'adresse d'un certain public : le « cours » du professeur de mathématiques, un traité de chimie, le journal d'un présentateur de télévision, un quotidien régional ou national, un site Internet, etc., relèvent en ce sens du système des médias. Un ***milieu*** est entendu ici dans un sens voisin de celui de ***milieu adidactique*** en TSD : on désigne en effet comme étant un milieu tout système qu'on peut regarder comme ***dénué d'intention didactique*** dans la réponse qu'il peut apporter, de manière explicite ou implicite, à telle question déterminée. Le système considéré se comporte alors ***à cet égard*** comme un ***fragment de « nature »***. Par contraste, à propos de nombre de questions qu'on entend leur poser, les médias sont en général mus par une certaine intention, didactique ou hypo-didactique, par exemple l'intention « d'informer ». Bien entendu, un média peut fort bien, à propos de telle question particulière, être regardé comme un milieu, et être utilisé comme tel.

➔ L'existence d'une dialectique vigoureuse (et rigoureuse) entre médias et milieux est une condition cruciale pour qu'un processus d'étude et de recherche ne se réduise pas au recopiage acritique d'éléments de réponse épars dans les institutions de la société. Une telle exigence est en vérité consubstantielle à l'***esprit galiléen*** caractéristique des sciences modernes de la nature et de la société, dans lequel la soumission à l'autorité cède la place à une culture partagée du questionnement, de la mise à l'épreuve par la construction de milieux idoines, déterministes ou statistiques, combinant dispositifs matériels et immatériels (enquête, expérimentation, raisonnement, déduction). En conséquence, l'un des grands problèmes éducatifs et citoyens de notre temps est celui de la généralisation de la capacité (de l'élève, du professeur, du formateur, du chercheur, du citoyen, etc.) à situer sa pensée et son action dans une dialectique des médias et des milieux adéquate à l'évaluation de ses assertions et de ses décisions. Dans cette perspective, et sauf exception, les communications relevant de l'axe 4 devront se référer

– soit à une recherche analysant, dans le cadre de la TAD, les formes et les fonctions, éventuellement vestigiales et/ou dégénérées, de la dialectique des médias et des milieux dans les processus didactiques observables en divers contextes institutionnels, scolaires ou non ;

– soit à une recherche s'inscrivant dans le cadre de la TAD et relative aux problèmes et aux possibilités du passage à une dialectique des médias et des milieux émancipatrice par rapport au postulat de l'autorité médiatique (« magistrale » ou non), quels que soient l'habitat institutionnel et le secteur de la vie intellectuelle ou matérielle concernés.

B. – Repères

1. La notion de clinique

➔ La clinique praxéologique d'une institution

➔ Toute intervention dans une institution ou sur une personne (« expérience », etc.) prend place dans le cadre d'une clinique.

2. Le problème des milieux

➔ Augmenter la profondeur de champ, s'émanciper de la tradition en réinsérant la notion de milieu (« [potentiellement] adidactique ») dans une perspective historique large.

➔ Le cas grec : la réduction de la dialectique médias/milieux à un milieu privilégié : « la raison », le raisonnement. Luc Brisson, « Mythe et savoir », in Geoffrey Lloyd et Jacques Brunchwig (éd.), *Le savoir grec* (Flammarion, Paris, 1996), p. 86 & 88.

> La recherche de la certitude à l'intérieur d'un système axiomatique utilisant un langage mathématique entraîna parfois comme contrepartie une absence de contenu empirique. De plus, on invoquait des « témoignages » et des « expériences » plus souvent pour corroborer une théorie que pour la mettre à l'épreuve. Bref, il semble bien que ce soit le débat compétitif, l'*agon*, qui finalement a fourni un cadre dans lequel se développèrent les sciences de la nature en Grèce ancienne.
>
> ……………………………………………………………………………………………
>
> La raison est un merveilleux instrument qui permet de déduire un grand nombre de propositions d'un nombre restreint d'axiomes. Mais comme ces axiomes sont arbitraires et ne peuvent être fondés en raison, la raison reste toujours dépendante de prémisses et de valeurs qui lui sont étrangères. D'où cette tendance constante, dans le monde grec, à rapporter aux dieux l'origine de tous les savoirs humains, aussi bien théoriques que pratiques.

➔ La difficulté à accréditer des milieux autres que le *logos*. Longtemps, la notion d'*expérience* elle-même tarde à trouver son assise : le « milieu » empirique est en fait un média contesté, qu'on ne parvient guère à rendre incontestable, souvent parce qu'on ne croit pas la chose possible. Steven Shapin, *La révolution scientifique*, (Flammarion, Paris, 1998, p. 104 et suiv.).

> En principe donc, les préceptes étaient clairs : constituez vous-même votre expérience, ne vous fiez ni aux mots ni à l'autorité traditionnelle mais aux choses. L'expérience devait être intégrée aux fondations de la véritable connaissance scientifique ; toute théorisation du fonctionnement général de la nature devait s'y conformer. Mais quel *type* d'expérience convenait-il de rechercher ? Comment la constituer de manière fiable ? Et comment en *inférer* des généralités concernant l'ordre naturel, quelle que soit l'échelle ? Sur ces questions, les pratiques modernes de philosophie naturelle présentaient des différences importantes. Ce qui était considéré dans une pratique donnée comme une expérience fiable, et une inférence légitime, était ailleurs tenu pour non philosophique et non établi. L'un des courants de la pratique philosophique, qui reprenait manifestement l'héritage d'Aristote, attirait au XVIIe siècle à la fois des modernes et des anciens. On y cherchait à produire une *démonstration* typiquement scientifique, l'exercice consistant à montrer que les conclusions obtenues découlaient nécessairement d'une connaissance indubitable et rationnellement établie des causes des phénomènes naturels étudiés. Dans les sciences mathématiques abstraites, les principes à partir desquels on

devait procéder étaient considérés comme évidents et indiscutables, tels les axiomes de la géométrie d'Euclide (par exemple « le tout est plus grand qu'aucune de ses parties »). Les principes en science physique, pour leur part, reposaient sur des affirmations empiriques qui devaient participer au moins en partie de l'évidence des axiomes mathématiques.

3. Les milieux dans la classe de mathématiques : un exemple

➔ Soit les fractions $\frac{527}{713}$ et $\frac{493}{667}$; sont-elles égales ?

➔ La calculatrice de mon téléphone portable donne :

$$\frac{527}{713} =_{\text{caltel}} 0{,}7391304 \ ; \ \frac{493}{667} =_{\text{caltel}} 0{,}7391304.$$

➔ Puis-je me *fier* à la calculatrice ? La *vox populi* des collèges répond « Non ! » – à tort.

➔ Si, en effet, la différence des fractions n'était pas nulle, sa valeur absolue serait certainement supérieure à

$$\frac{1}{667 \times 713} = \frac{1}{475571}$$

et donc supérieure à 5×10^{-6} ; or cinq unités de différence au moins à la 6^e décimale, cela se voit sur une calculatrice ! Les fractions sont bien égales.

➔ Voir Yves Chevallard, « La calculatrice, ce bon objet », *Les dossiers de l'ingénierie éducative*, n° 54, 2006, p. 20-25.

➔ Le type de travail précédent sur « les savoirs à enseigner » participe du travail sur le « problème curriculaire », et les relations de la société et de l'école.

4. La notion de PER et l'élargissement du cadre de la dialectique médias/milieux : l'acharnement à savoir [si c'est vrai] (ou : « probatoire »)

➔ Un obstacle de civilisation (lié aux rôles masculin et féminin) : être dans le coup, avoir une opinion, avoir un avis autorisé, voire faire autorité : le fait que je sache est plus important que ce que je sais. *Que ne sais-je pas ?* Désir de connaissance et désir d'emprise.

➔ Figement de l'équipement praxéologique, difficulté de l'aveu d'ignorance (le questionnaire aux PCL2 de mathématiques sur le B2i collège) et déni de problématicité.

➔ Le recours aux « autorités » : le cas de la classe de mathématiques.

Alors que les sciences modernes se sont affranchies, à partir de la seconde moitié du XVIe siècle, du système antique des « autorités » pour ne plus se référer, en principe, qu'à l'autorité bien combinée de la raison et de l'expérimentation, tout une tradition scolaire a partiellement dévitalisé ces acquis de l'histoire des sciences en les transposant comme étant des *attributs de l'autorité professorale*. Ainsi, si la démonstration est censée garantir la vérité de l'assertion, c'est le professeur (ou le manuel, etc.) qui garantit la validité de la démonstration et donc, en dernier ressort, de l'assertion elle-même, laquelle pourrait alors aussi bien se passer de démonstration ! Et de même pour l'expérimentation. Le petit texte reproduit lors de la séance 3 à propos de la dialectique de la conjecture et de la preuve indiquait précisément que la dialectique des médias et des milieux va « contre la mise à l'épreuve plus ou moins réglée à l'avance d'assertions réputées sûres en vertu surtout de l'autorité de l'institution ». La culture de la mise à l'épreuve objectivante évoquée ici est en effet, me semble-t-il, largement étrangère à l'École : on en parle, mais on ne la pratique guère. En mathématiques, en particulier, la mise à l'épreuve a pris durant deux siècles la seule forme rituelle du « Démontrer que… », manière subtile d'indiquer que l'institution scolaire se porte, en droit comme en fait, garante de la vérité de l'assertion à démontrer, et que cette démonstration n'est donc demandée aux élèves que pour mimer fictivement la culture émancipée propre aux savants – qui, eux, démontrent sans garantie d'aucune tutelle surplombante. La science de l'École est trop souvent une science faite plutôt qu'une science à refaire, à revivre.

5. Le facteur Internet : l'effroi des *lectores*.

➔ Dans la classe de mathématiques : un exemple (Jeffrey J. Wanko, “The Internet: Problem Solving Friend or Foe?”, *Mathematics Teacher*, février 2007) : “The number $2^{48} - 1$ has two factors bteween 60 and 70. What are they?”.

➔ Les élèves trouvent sur Internet un factoriseur en ligne, Factoris (Université de… Nice)

➔ Ce que le professeur attendait :

$$
\begin{aligned}
2^{48} - 1 &= (2^{24} - 1)(2^{24} + 1) \\
&= (2^{12} - 1)(2^{12} + 1)(2^{24} + 1) \\
&= (2^{6} - 1)(2^{6} + 1)(2^{12} + 1)(2^{24} + 1) \\
&= (64 - 1)(64 + 1)(2^{12} + 1)(2^{24} + 1).
\end{aligned}
$$

6. Déjouer les faux *lectores* : Richard Feynman, *The Meaning of It All* (Penguin, 1999), p. 65-66.

The first one has to do with whether a man knows what he is talking about, whether what he says has some basis or not. And my trick that I use is very easy. If you ask him intelligent questions–that is, penetrating, interested, honest, frank, direct questions on the subject, and no trick questions–then he quickly gets stuck. It is like a child asking naive questions. If you ask naive but relevant questions, then almost immediately the person doesn't know the answer, if he is an honest man.

7. Pour une éthique de la vérification, du contrôle de la vérité affirmée

➔ Avec une calculatrice assez puissante, on a :

$\frac{2^{48}-1}{60} =_{\text{calc}} 4691249611844{,}25$

$\frac{2^{48}-1}{61} =_{\text{calc}} 4614343880502{,}5409836065573770492$

$\frac{2^{48}-1}{62} =_{\text{calc}} 4539918979204{,}1129032258064516129$

$\frac{2^{48}-1}{63} =_{\text{calc}} 4467856773185$

$\frac{2^{48}-1}{64} =_{\text{calc}} 4398046511103{,}984375$

$\frac{2^{48}-1}{65} =_{\text{calc}} 4330384257087$

$\frac{2^{48}-1}{66} =_{\text{calc}} 4264772374403{,}8636363636363636364$

$\frac{2^{48}-1}{67} =_{\text{calc}} 4201119055382{,}9104477611940298507$

$\frac{2^{48}-1}{68} =_{\text{calc}} 4139337892803{,}75$

$\frac{2^{48}-1}{69} =_{\text{calc}} 4079347488560{,}2173913043478260087$

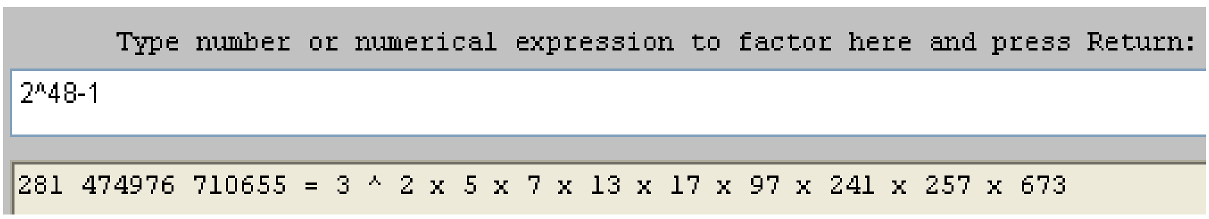
$\frac{2^{48}-1}{70} =_{\text{calc}} 4021071095866{,}5.$

➔ Avec Factoris, mais avec une lettre :

$a^{48} - 1 = \pm (a-1)(a+1)(a^2-a+1)(a^2+1)(a^2+a+1)(a^4-a^2+1)(a^4+1)(a^8-a^4+1)(a^8+1)(a^{16}-a^8+1)$.

On aperçoit les facteurs $a^2 + 1$ et $a^4 - a^2 + 1$ qui, pour $a = 2$, valent respectivement 5 et 13 ; et de même encore le facteur $a^2 + a + 1$ et le produit de facteurs $(a+1)(a^2-a+1)$, qui valent respectivement 7 et 3×3. Nouvelle confirmation donc, à l'aide du même logiciel.

➔ Autre factoriseur (*Factorization using the Elliptic Curve Method* : http://www.alpertron.com.ar/ECM.HTM).



➔ Avec d'autres connaissances élémentaires. Sachant que

$$2^{48} = (2^6)^8 = 64^8$$

et que $a^n - 1$ est divisible par $a - 1$, on obtient que

$$2^{48} - 1 = 64^8 - 1$$

est divisible par $64 - 1 = 63$. Sachant en outre que $a^n = (-a)^n$ lorsque n est pair, on a

$$2^{48} - 1 = 64^8 - 1 = (-64)^8 - 1$$

d'où l'on déduit que $2^{48} - 1$ est divisible par $-64 - 1 = -65$, et donc par 65.

➔ On notera que cette manière de faire permet d'obtenir que tout entier de la forme $2^{12k} - 1$ est divisible par 63 et 65 ; par exemple, pour $k = 2$, on a

$2^{24} - 1 = 3^2 \times 5 \times 7 \times 13 \times 17 \times 241 = (9 \times 7)(5 \times 13)(17 \times 241)$

ou encore

$2^{60} - 1 = 3^2 \times 5^2 \times 7 \times 11 \times 13 \times 31 \times 41 \times 61 \times 151 \times 331 \times 1321$

etc.

7. Deux principes dans le maniement d'un média ; la notion de clinique d'un média.

• **Principe d'ignorance méthodique**

Quant aux questions sur lesquelles porte la recherche, on mêle le moins possible ses connaissances propres éventuelles (constitutives par exemple de « réponses » allogènes) aux éléments de réponse explicites ou implicites proposés par le média qu'on s'efforce de faire parler.

• **Principe de doute méthodique**

Toute affirmation recueillie auprès d'un média et relative aux questions sur lesquelles porte la recherche doit être regardée d'abord comme conjecturale (et non pas accréditée ou rejetée *a priori*) en vue d'être ultérieurement *travaillée* quant à sa vérité (notamment lorsqu'il ne s'agit pas d'une assertion déjà *beaucoup travaillée* par l'opérateur de la recherche).

➔ Un exemple.

Lors du chapitre sur les puissances, est-il bon de faire réaliser aux élèves que la calculatrice est à utiliser avec précaution ? Par exemple pour $A = 10^{11} + 10^{-5} - 10^{11}$, la calculatrice fournira $A = 0$ alors qu'à la main on a $A = 10^{-5}$ très facilement. Je cherche un moyen d'expliquer cela clairement aux élèves mais je crains que cela ne les perturbe beaucoup.

➔ Dans le paradigme vertébré par la dialectique médias/milieux, la difficulté évoquée ne se pose plus. Tout d'abord il devrait être clair que le *milieu adéquat* pour répondre est tout simplement… le calcul (à la main) :

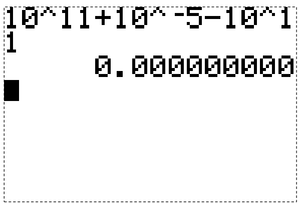
$$A = 10^{11} + 10^{-5} - 10^{11} = (10^{11} - 10^{11}) + 10^{-5} = 10^{-5}.$$

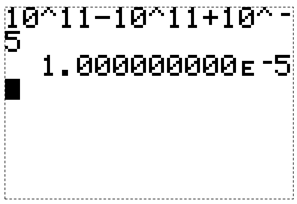
➔ Si l'on commencer par interroger une calculatrice :

– celle-ci peut tout d'abord ne pas recevoir la question : il n'existe pas de moyen de la lui communiquer (c'est le cas avec la calculette présente sur mon téléphone portable).

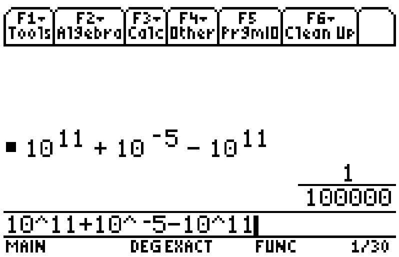
– si l'on passe cet obstacle et que l'on parvient à obtenir de la calculatrice une réaction, celle-ci peut être une fin de non-recevoir : telle calculatrice de collège émettra par exemple un message d'erreur syntaxique lorsqu'on lui demande d'évaluer l'expression donnée.

– Mais on peut aussi voir la calculatrice afficher une évaluation erronée de l'expression, en l'espèce zéro. Même si c'était là le résultat vrai, *il n'en conviendrait pas moins de le contrôler*, et cela déjà, par exemple, en proposant à la calculatrice l'évaluation d'une expression numériquement égale à A mais syntaxiquement différente, telle, ici, l'expression $A^* = (10^{11} - 10^{11}) + 10^{-5}$, pour laquelle la calculatrice de collège mentionnée plus haut fournit la réponse *juste*.





– Bien entendu, on pourra aussi recourir à d'autres outils de calcul, comme ci-après.



➔ Ce qui est inadmissible, en revanche, c'est de se contenter – à l'instar de qui se contente d'*une* démonstration – de la consultation d'*un* outil de calcul, et plus généralement *d'un seul milieu*. Plus finement, étant donné un milieu – telle calculatrice, par exemple –, il convient de développer une connaissance appropriée de la manière de le « faire parler » adéquatement : il y a tout une *clinique des milieux*, et en particulier une clinique des situations mathématiques, qui relève en vérité d'une *clinique des milieux en tant que médias*.