Yves CHEVALLARD

MATHÉMATIQUES, LANGAGE, ENSEIGNEMENT : LA REFORME DES ANNÉES SOIXANTE

À Guy Brousseau

Les mathématiques comme langage

Les mathématiques sont-elles un langage ? Ne sont-elles que cela ? Vieille question de l'épistémologie, appendue à la question majeure : que sont les *objets* du discours mathématique, et quel est leur mode d'existence ? Si l'on apporte sans plus à cette très ancienne inquiétude la moderne réponse selon quoi existence = non-contradiction [1], on glisse aisément à une conception des mathématiques comme « simple » organisation linguistique, cadre vide et universel (ou en voie d'universel), apte en un second temps à ressaisir le monde dans sa réalité intelligible par la médiation des diverses sciences [2]. Les mathématiques cessent dès lors d'être une science, elles sont le *langage* condition de toute science – de *la* Science –, *Grammaire de la Science* [3]. La thèse admet au vrai une large gamme de variations – elle est présente comme tentation en tout idéalisme –, nul cependant ne s'y est plus expressément entêté que le positivisme logique, *alias* néo-positivisme, empirisme logique, Mouvement pour l'Unité de la Science. Né à Vienne (d'où le nom de Cercle de Vienne qu'il prend d'abord) dans les années 1920, à la jonction du sensationnisme de Mach et de l'analyse du langage issue de Russell et de Wittgenstein, le mouvement émigre ensuite aux États-Unis, où Rudolph Carnap et Charles Morris commencent en 1938 la publication de l'*International Encyclopedia of Unified Science* qui vise à élaborer une *Science de la science*. Le linguiste Leonard Bloomfield y rattache sans plus les mathématiques à la linguistique : « on ne saurait, d'après lui, les considérer comme une science (par opposition à un simple langage) que si l'on a encore la candeur de croire que les mathématiciens travaillent sur des "concepts" ou des "idées". En réalité la mathématique n'est qu'une activité verbale *(verbal activity)* et la logique est l'étude de cette activité verbale *(a study of verbal activities)* [4]. » Carnap, le plus illustre des néo-positivistes, depuis ses premiers travaux sur *La construction logique du monde* (1928) s'occupe à élaborer une *Syntaxe logique du langage* (titre d'un ouvrage paru en 1934), dans la visée d'un langage universel pour la science unifiée. Un système de logique, dira-t-il [5], « n'est

[1] Cf. par exemple Poincaré : « en mathématiques, le mot exister ne peut avoir qu'un sens, il signifie exempt de contradiction » *(Science et méthode*, Flammarion, Paris, 1909, p. 162). Selon Bourbaki « l'absence de contradiction a de tout temps été considérée comme une condition *sine qua non* de toute mathématique [...]. Les preuves d'« existence », considérées comme indispensables depuis l' Antiquité, n'avaient visiblement pas d'autre but que de garantir qu'un nouveau concept ne risquait pas d'entraîner contradiction, particulièrement quand ce concept était trop compliqué pour tomber immédiatement sous l'"intuition". » *(Éléments d'histoire des mathématiques*, Hermann, Paris, 1960, p. 56.)

[2] C'est Einstein allant à Prague apprendre de Georges Pick l'existence de la théorie, élaborée depuis plusieurs années, due aux mathématiciens italiens Ricci et Levi-Civita. Théorie qu'il baptisera « analyse tensorielle » et qu'il utilisera pour sa relativité générale, après l'avoir apprise à Zurich avec l'aide de Marcel Grossmann…

[3] Titre d'un livre de Karl Pearson (1892).

[4] Jean Piaget, *Logique et connaissance scientifique,* Gallimard, Paris, 1967, p. 86.

[5] *Einführung in die symbolische Logik*, Springer, Vienne, 1954. Cité par Robert Blanché, *La logique et son*

pas une *théorie*, c'est-à-dire un système d'affirmations sur des objets déterminés, mais une *langue*, c'est-à-dire un système de signes avec les règles de leur emploi ».

Si les conceptions de l'empirisme logique pèsent lourd dans les têtes savantes, si leur systématisation doctrinale appelle la guerre philosophique [6], il y a toutefois grand danger à se tromper d'adversaire : la *thèse* des mathématiques-langage est une chose, les *fonctionnements* (d'aucuns diront : les dysfonctionnements) des mathématiques comme « simple langage » sont autre chose. Ceux-ci existent bien, comme pratiques sociales historiquement situées, et pas seulement comme idéologie, contre toute profession de foi des acteurs de ces pratiques. Et la question mise au principe de cette réflexion doit être reformulée : qu'est-ce qui autorise, en diverses pratiques sociales, l'intervention (ou la mise à contribution) des mathématiques comme simple langage ou, plus précisément, qu'est-ce qui assure aux *aspects discursifs* des mathématiques une position dominante dans certaines situations sociales d'intervention ?

Le mathématisme de Galilée

La première situation d'histoire que la réflexion traditionnelle sur notre thème identifie, est liée au nom de Galilée et à la naissance de la physique, de la physique « mathématique ». Elle trouve son expression la plus dense dans un court passage de l'essai vivement polémique que Galilée rend public en 1623, pour répondre à l'interprétation d'un jésuite – Orazio Grassi – sur le passage des trois comètes de 1618 : *Il Saggiatore* (L'Essayeur).
Le débat paraît étroit (les solutions de Galilée sont d'ailleurs erronées), tout un monde s'y joue pourtant. Je cite :

> La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi a gli occhi (io dico l'universo), ma non si puo intendere se prima non s'impara a intender la lingua, e conoscer i caratteri, ne'quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezi è impossibile a intenderne umanamente parola ; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro laberinto [7].

Résumons : « la philosophie (= la Nature) est un grand livre écrit en tangue mathématique ». Cette thèse, décontextualisée, ouvrira la voie à « l'image traditionnelle du vide intérieur des formalismes, qu'une matière expérimentale viendrait remplir, leur donnant ainsi solidité de science [8] », et aux plans des divers logicismes modernes. Mais ici la « langue mathématique » n'est pas encore – elle le deviendra dans une certaine postérité logiciste – la langue de la science. Elle est langue de la Nature. *La thèse porte sur le monde*, secondairement sur les mathématiques. Elle s'insère au point crucial d'un renversement des cadres intellectuels, renversement contemporain de Bruno, de Galilée, de Descartes. Levant l'interdiction qui pèse sur les modes de connaissance possibles de ce monde-ci – ce « monde de l'à-peu-près », comme l'a nommé Koyré [9], monde sublunaire d'Aristote ou sensible platonicien [10] –, *elle*

---

histoire, Armand Colin, Paris, 1970, p. 352.
[6] Pour un exemple cf. Alain Badiou, *Le concept de modèle*, Maspero, Paris, 1969.
[7] *Le Opere di Galileo Galilei*, G. Barbera, Florence, volume VI, 1896 (1933), p. 232 : « La philosophie est écrite dans ce grand livre qui continuellement est ouvert devant nos yeux (je veux dire l'univers), mais qui ne se peut comprendre si l'on n'apprend pas d'abord la langue, et les caractères, dans lesquels il est écrit. Il est écrit en langue mathématique, et les caractères sont des triangles, des cercles et d'autres figures géométriques, sans l'aide desquels il est impossible d'en comprendre un seul mot ; sans lesquels on ne fait que s'agiter en vain en un obscur labyrinthe. »
[8] Jean Cavaillès, *Sur la logique et la théorie de la science*, PUF, Paris, 1960, p. 41.
[9] Cf. Alexandre Koyré, « Du monde de l'"à-peu-près" à l'univers de la précision », *Critique*, n° 28, 1948. Reproduit *in Études d'histoire de la pensée philosophique*, Gallimard, Paris, 1971, pp. 341-362.
[10] Galilée est, contre Aristote, du côté de Platon (la référence est au *Timée*), dont il force la lettre au nom des mathématiques renouvelées. Notons que, dans cette perspective, certains verront en Carnap l'artisan d'un néo-

énonce la possibilité d'une physique, au sens moderne de ce terme, en installant le réel dans un « univers de la précision » qui n'est plus hors d'atteinte de l'intelligence mathématique – même s'il y faut des procédés nouveaux, infinitaires notamment. Galilée formule un peu plus loin dans le texte cité la charte de cette nouvelle science :

> Ma che ne' carpi esterni, per eccitare in noi i sapori, gli odori e i suoni, si richiegga altro che grandezze, figure, moltitudini e movimenti tardi o veloci, io non lo credo ; e stimo che, tolti via gli orecchi le lingue e i nasi, restino bene le figure i numeri e i moti, ma non già gli odori nè i sapori nè i suoni, li quali fuor dell'animal vivente non credo che sieno altro che nomi... [11]

Le Cosmos ancien était source et garant d'une sécurité consolante pour l'homme. La Nature écrite en langue mathématique est un univers géométrique abstrait. Les vieilles structurations de la sympathie et de l'antipathie, de l'affinité et de l'analogie, s'évanouissent dans un monde cohérent et froid. Philosophe chrétien mais physicien galiléen, Pascal en portera témoignage : « Le silence éternel de ces espaces infinis m'effraie »...

Telle est la véritable « révolution copernicienne [12] », celle qu'autorise en effet le mathématisme galiléen. Et il est bien vrai que la vision du monde comme déjà écrit en termes mathématiques, et de l'acte de connaissance comme lecture – lecture éclairée – de ce déjà-écrit, suppose une certaine idée des mathématiques comme *langage expressif* de l'être de l'univers. Les mathématiques n'entrent pas dans un rapport de *constitution* avec notre connaissance (nous dirions : notre construction) du réel. Elles se voient ici enrôlées comme guichetier du monde, intermédiaire inévitable certes *(senza questi è un aggiarsi vanamente per un obscuro laberinto...),* et nécessaire, parce que l'univers est ainsi fait, entre le réel et nous. Reste alors à apprendre à lire. Mais la langue préexiste à la lecture, elle n'en est pas la création. « Les rapports sont télescopés, écrit Pierre Raymond [13] : au lieu de distinguer un niveau mathématique (et de chercher son domaine réel d'expérimentation), un niveau de physique expérimentale, qui utilise les mathématiques en secteur mathématisé, et un niveau d'application de la physique, qui offre, par tous ces intermédiaires, la jonction entre mathématique et "nature", on parvient à cette thèse que les mathématiques ne sont pas expérimentales (le passage par l'infini ne leur donne pas cette vertu pratique), mais qu'elles s'appliquent au sensible... » On a dit ce qu'autorise une telle conception. Il faudrait marquer alors *ce qui permet* cette conception, qui demeure étrangère – nous espérons le montrer – à l'activité mathématique. Avançons là-dessus seulement cette thèse de forme générale, que nous remettrons tout aussitôt à l'épreuve des faits, à d'autres propos : les mathématiques ne sont pas ici, véritablement, *mises en fonctionnement*, la mathématisation galiléenne du monde physique est en décalage, immense, par rapport à son programme d'action [14] ; « les mathématiques » y apparaissent seulement, et implicitement, comme simple sujet d'un

---

platonisme (cf. l'article CARNAP, *in Encyclopedia Universalis*). Il y a beaucoup de demeures dans la Maison du Père.

[11] *Op. cit.*, p. 350 : « Mais que les objets extérieurs excitent en nous des sensations de goût, d'odeur et de son par autre chose que leurs dimensions, leurs formes, leurs quantités et leurs mouvements lents ou rapides, je ne le crois pas ; et j'estime que, ôtés les oreilles, les langues et les nez, il resterait bien les formes, les nombres et les mouvements, mais pas plus longtemps les odeurs ni les saveurs ni les sons, dont je ne crois pas qu'ils soient, hors de l'être vivant, autre chose que des noms. »

[12] L'expression est de Kant (à propos du *De Revolutionibus* de Copernic).

[13] *Le passage au matérialisme,* Maspero, Paris, 1973, p. 222.

[14] « En 1623, pour affirmer que la Nature est mathématique, on n'a encore, sur le plan des faits, que les vieilles notations sur la longueur des cordes vibrantes, la loi inexacte de réfraction de Kepler, le principe d'Archimède, celui du levier et, depuis 1609, les lois de Kepler, prestigieux apport, certes, mais l'on sait comment, à l'égard des découvertes de Kepler, Galilée se montrait singulièrement réservé. De toute façon, il y a un abîme entre la constatation de quelques rapports numériques constants et la formule du *Saggiatore*. » (R. Lenoble et Y. Belaval *in Histoire générale des sciences*, 2, La science moderne, PUF, Paris, 1969, pp. 201-202).

prédicat (« la Nature est écrite en langue mathématique »), élément décisif d'un énoncé programmatique, prononcé paradoxalement en des termes archaïques (les figures géométriques). La « langue mathématique » est très précisément un recours de la pensée, autorisant une avancée fondamentale – une mutation, nous dit Koyré [15] – de cette pensée. C'est la bonne part. Les apories de la mathématique-langage en seront la part maudite.

La mathématique universelle

Le hiatus, irréductible, entre la pratique mathématique actuelle, d'une part, et le recours à une certaine conception des mathématiques comme assise idéologique d'un projet de savoir, d'autre part, apparaît mieux encore peut-être chez Descartes. On connaît l'anecdote : dans la nuit du 10 au 11 novembre 1619, il fait un songe, où son mathématisme tout entier se cristallise [16]. À la science incertaine du Moyen Âge, il substituera une science sûre autant que les mathématiques, une *mathesis universalis*, une mathématique universelle. Pour découvrir les lois de cette « science admirable » une *méthode est nécessaire* – elle est le premier moment du projet cartésien. Mais quand Descartes va aux mathématiques pour y trouver les éléments de la méthode c'est, curieusement, vers la mathématique des Anciens qu'il se tourne –Pappus et Diophante –, non vers celle, décevante, qu'il a reçue du collège [17] : pour ses propres contributions, vraiment révolutionnaires, elles sont encore à naître (il n'aborde la « géométrie analytique » que vers 1631) [18]. On retrouve donc en ce projet le décalage que nous constations à propos du mathématisme de Galilée : les œuvres restent en retard sur cette foi qui s'origine en un songe. En une réflexion aussi, mais visionnaire facilement :

> Ces pensées m'ayant ramené de l'étude particulière de l'arithmétique et de la géométrie à une étude générale des mathématiques, j'ai d'abord cherché ce que tout le monde entend exactement par ce mot, et pourquoi on regarde comme une partie des mathématiques non seulement les deux sciences dont nous avons parlé, mais aussi la musique, l'optique, la mécanique et bien d'autres [...]. Et si l'on y réfléchit plus attentivement, on remarque enfin que seules toutes les choses où l'on étudie l'ordre et la mesure se rattachent à la mathématique, sans qu'il importe que cette mesure soit cherchée dans des nombres, des figures, des astres, des sons, ou quelque autre objet ; on remarque ainsi qu'il doit y avoir quelque science générale expliquant tout ce qu'on peut chercher touchant l'ordre et la mesure sans application à une matière particulière, et que cette science est appelée, non pas d'un nom étranger, mais d'un nom déjà ancien et reçu par l'usage, mathématique universelle, parce qu'elle renferme tout ce pourquoi les autres sciences sont dites des parties de la mathématique [19].

---

[15] A. Koyré, *Etudes galiléennes*, Hermann, Paris, 1966, p. 11. Koyré écrit : « il s'agissait non pas de combattre des théories erronées, ou insuffisantes, mais de transformer les cadres de l'intelligence elle-même ; de bouleverser une attitude intellectuelle, fort naturelle en somme, en, lui en substituant une autre, qui ne l'était aucunement » (*op. cit.*, p. 15).

[16] « [Descartes] nous apprend que le dixième Novembre mil six cent dix-neuf, s'étant couché tout rempli de son enthousiasme, et tout occupé de la pensée d'avoir trouvé ce jour-là les fondements de la science admirable, il eut trois songes consécutifs en une seule nuit, qu'il s'imagina ne pouvoir être venus que d'en haut ! » (A. Baillet, *La Vie de Monsieur Descartes*, Horthemels, Paris, 1961, 1re partie, p. 81, cité par Jean-Louis Allard, *Le Mathématisme de Descartes*, Éditions de l'Université d'Ottawa, Ottawa, 1963, p. 23).

[17] « Mais quand ensuite je songeai d'où venait que jadis les premiers philosophes ne voulaient pas admettre à l'étude de la sagesse quelqu'un qui ignorât les mathématiques, comme si cette discipline leur paraissait la plus facile et la plus nécessaire de toutes pour former et préparer les esprits à comprendre d'autres sciences plus élevées, j'eus bien l'idée qu'ils connaissaient certaine mathématique fort différente de la vulgaire de notre temps […]. En vérité il me semble que des traces de cette vraie mathématique se trouve encore chez Pappus et Diophante, qui, sans appartenir au premier âge, ont cependant vécu bien des siècles avant nous » (*Regulae ad directionem ingenii*, Reg. IV).

[18] Et ce n'est qu'en 1632 que Galilée donnera les lois – exactes – de la chute des corps, dans son *Dialogo*.

[19] *Règles pour la direction de l'esprit*, Règle IV.

Voilà l'énoncé du mathématisme cartésien. Au regard du monde ancien qu'il abolit, sa portée est immense : il autorise la science moderne, tout simplement. L'achoppement de la physique des tourbillons sur le roc de la construction newtonienne sera alors une manière de payer la dette ouverte par cette anticipation géniale. Dans la première moitié du XVII^e siècle, le progrès scientifique fut à ce prix [20].

Un langage qui pense tout seul

Il se peut que nous continuions à en payer la dette. Une mathématique *universelle* se conçoit aisément comme un *réservoir de formes abstraites*, que le réel expérimental pourra ensuite gorger de « concret ». Mais la formule a deux sens au moins. Dans la perspective axiomatique, antérieure à la « révolution structuraliste », où les mathématiques apparaissent, selon la formulation d'un manuel de philosophie [21], comme « un système d'Axiomes *posés arbitrairement* par un acte purement *décisoire* de l'esprit ou encore *d'hypothèses* permettant de construire un édifice déductif cohérent », la mathématique est bien un langage, ou un système de langages, prospectivement adéquat au monde : « Le mathématicien, dit l'Américain T. Dantzig, est comme un tailleur dont l'art est né de la nécessité d'habiller les gens et qui, ayant fait ensuite de la confection pour l'amour de l'art, a trouvé, par miracle, des clients auxquels les vêtements allaient comme s'ils avaient été faits pour eux ! [22] ». À la vérité, ce langage est un peu plus qu'un langage : il y faut un petit aménagement. Le langage mathématique a son efficace propre, qui enchaîne les déductions. Condillac parlait d'une « langue bien faite ». Bachelard, dans son *Essai sur la connaissance approchée* de 1927, se prend encore quelque peu les pieds dans la phraséologie d'usage : « La science physique, note-t-il, a trouvé dans les mathématiques un langage qui se détache sans difficulté de sa base expérimentale et qui, pour ainsi dire, pense tout seul. [23] » Langage donc, mais langage qui pense tout seul. Avant les réussites spectaculaires de la relativité [24], après l'échec, définitivement accepté au XVII^e siècle, du déductivisme cartésien [25], le XIX^e siècle finissant

[20] « Lorsque bien peu de lois quantitatives sont encore découvertes, et même dans cette absence d'un instrument mathématique qu'il faut d'abord recréer, quand les plus grands savants n'ont pas encore l'habitude du calcul, on comprend que l'idée de mathématiser la Nature, commune à tous les savants de la première génération, n'a nullement été la *constatation d'un fait,* elle a été un vœu de l'esprit, un magnifique *a priori.* Pour que les faits commencent à s'inscrire dans le cadre des mathématiques, il fallait premièrement mettre ce cadre en place, et pour cela il fallait tout d'abord en concevoir – ou en deviner – l'utilité. Kepler, Galilée, Descartes, à leurs débuts, ne font que reprendre le rêve de Pythagore – qui avait commencé par égarer Kepler dans la doctrine de l'harmonie des sphères –, celui du Platon des mythes. De ce rêve ils allaient faire peu à peu une réalité. Mais incontestablement, pour les savants de la première génération, l'esprit scientifique avait été en avance sur les faits. » (R. Lenoble et Y. Belaval, *op. cit.*, p. 202).

[21] Armand Cuvillier, *Précis de philosophie,* Armand Colin, Paris, 1961, p. 216.

[22] Même manuel, deux pages plus loin.

[23] *Essai sur la connaissance approchée,* Vrin, Paris, 1973, p. 10. Dominique Lecourt fait justement observer à cet égard « qu'un langage qui pense tout seul n'est précisément plus un langage aux yeux d'un philosophe classique. (*L'épistémologie historique de Gaston Bachelard,* Vrin, Paris, 1974, p. 45).

[24] Comme Descartes, Einstein est sûr de sa théorie et de ses principes. Rappelons le témoignage d'une de ses élèves : « Un jour, je m'étais rendue chez Einstein pour lire avec lui une étude où sa théorie se trouvait en butte à des multiples objections... Tout à coup, il interrompt la discussion, prend un télégramme qui traîne sur le rebord de la fenêtre et me le tend avec ces mots : "Voilà qui va peut-être vous intéresser." C'est un câble d'Eddington, qui donne le résultat des mesures effectuées par l'expédition partie observer l'éclipse [1919]. Comme je lui fait part de ma joie à voir les résultats coïncider avec ses calculs, il m'assure, imperturbable : « Mais je savais bien que la théorie était juste ! » Sur quoi, je lui demande ce qu'il aurait dit si sa théorie n'avait pas été confirmée. Il riposte : « Eh bien, j'en aurais été fâché pour le bon Dieu : la théorie *est* juste ! » (Ilse Rosenthal-Scheinder, citée par Gerald Holton, *Science et synthèse,* Gallimard, Paris, 1967, p. 123).

[25] « Je préfère, dit crûment Leibniz, un Leeuwenhoeck qui me dit ce qu'il voit à un cartésien qui me dit ce qu'il pense » (cité par Maurice Ashley, *Le grand siècle,* Fayard, Paris, 1973, p. 157).

avait été frappé par quelques résultats étonnants de l'analyse dimensionnelle, qui avaient fait espérer à certains la réduction de la physique générale à une métrologie déductive [26]. Cela posé, la mathématique-Iangage aurait cette vertu d'être la *condition* de la science : non la première des sciences – elle n'est pas une science – mais *la forme même* du savoir scientifique [27]. La rumeur publique qui, dans les gazettes, parée des plumes de la culture, s'appelle *structuralisme* dans les années soixante, ira le répétant, entre angoisse et extase : « on ne peut désormais rien faire sans mathématiques ! ». Et de conclure : « Mathématiques, langage du futur » [28]…

Le structuralisme comme ambiance

Peu de temps avant la contestation de mai 1968, Jean Piaget publie un petit livre [29] destiné à faire le point sur le structuralisme, ses acquis, ses espoirs, à cette date. Il ouvre sa revue des différents domaines gagnés aux structures par un chapitre consacré aux « structures mathématiques et logiques» : « Il est impossible de se livrer à un exposé critique du structuralisme, écrit-il, sans débuter par l'examen des structures mathématiques, et cela pour des raisons non seulement logiques, mais encore tenant à l'histoire même des idées. Si les influences formatrices qui ont pu intervenir aux débuts du structuralisme linguistique et psychologique n'ont pas été de nature mathématique (de Saussure s'est inspiré de la science économique en sa doctrine sur l'équilibre synchronique, et les gestaltistes de la physique), le maître actuel de l'anthropologie sociale et culturelle, Lévi-Strauss, a par contre tiré directement ses modèles structuraux de l'algèbre générale. [30] » On verra ce qu'on peut penser de Lévi-Strauss tirant « directement ses modèles structuraux de l'algèbre générale ». Mais le mythe fondateur est clairement conté : dans la litanie de ses saints (dont certains, enrôlés de force – Althusser, Foucault –, renâcleront), le structuralisme invoque d'abord deux noms – Saussure et Bourbaki, la linguistique *structurale* et la mathématique *moderne*. L'appel aux mathématiques ici prononcé, et dont l'ambiguïté, déjà à ce niveau, est extrême, on le dira, diffuse vers le grand public cultivé ; les professeurs de mathématiques, qui faisaient de leur mieux avec les relations dans le triangle, se voient, un peu ébahis tout de même, devenir les introducteurs patentés des structures parmi les masses. L'*aggiornamento* de l'enseignement des mathématiques dans les années soixante est, il est vrai, contemporain d'une mise à jour de la formation sociale française dans son ensemble. « Aujourd'hui, écrivait Henri Lefebvre [31] en 1975, l'idéologie structuraliste et sa critique se situent beaucoup plus clairement. La période de leur domination et de leur succès se termine. Pendant les années 1960-1970, ce fut l'idéologie du pouvoir, un singulier phénomène nommé "modernisme" cumulant la coïncidence entre la mode (réelle), la nouveauté (apparente), la vérité (dogmatique et fictive à la fois !). [32] » Le structuralisme est le rideau de fumée qui cache un phénomène de bouleversement social : pendant que d'aucuns dissertent sur les structures, d'autres

[26] En 1878, Joseph Bertrand montre comment les formules de dimensions permettent de déterminer l'équation du pendule simple sous la forme $T = \theta\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ où θ est une fonction de l'angle, qu'il reste alors à déterminer. Sur ce thème, cf. G. Bachelard, *op. cit.*, chapitre VI, *Les formules de dimensions*.

[27] E. Gilson écrit : « Instead of concluding with Clavius that mathematics was the first of all sciences, Descartes' own inference was that mathematical knowledge was the only knowledge worthy of the name » (*The Unity of philosophical experience*, Scribner, New York, 1952, p. 138 ; cité par Jean.-Louis Allard, *loc. cit.*, p. 26).

[28] C'est à peu près le titre d'un ouvrage de l'époque. Sitôt ouvert, refermons là le sottisier : nous n'en mourrions pas tous, beaucoup s'y feraient épingler.

[29] *Le structuralisme,* PUF, Paris, 1968 (coll. Que sais-je ?).

[30] *Loc. cit.,* p. 17.

[31] *L'idéologie structuraliste,* Anthropos, Paris, 1971. Réédition en 1975, Le Seuil, Coll. Points.

[32] *Op. cit.*. p. 9.

structurent efficacement le pays. « Les hommes de l'État firent main basse sur le savoir et les espaces, comme les promoteurs sur la construction et l'architecture, comme les spéculateurs sur l'expansion et la croissance. [...] Des discussions "profondes" pour et contre le structuralisme, mais sur le terrain défini par lui, amusèrent la galerie, pendant que se démenaient les technocrates du gaullisme, bientôt mués en pompidolistes. [33] » II y a, au cours de ces années, un renouvellement du *réseau des pouvoirs*, et la mise au point d'un arsenal *up-to-date* des moyens du contrôle social. L'enseignement des mathématiques participe, aussi, de ce contrôle. On y a insisté souvent [34].

Il n'y a là nul scandale – intellectuellement s'entend : consonance du changement de la partie au bouleversement du tout, interdépendance et surdétermination. Cela n'empêche pas – au contraire, cela suppose – une *spécificité* dans les conditions et les mécanismes du changement intervenu, la « réforme des mathématiques modernes ». C'est l'examen de cette spécificité que, partiellement, nous visons ici. L'appel aux mathématiques, qui accompagne, exige et justifie – idéologiquement – la réforme, appel très insistant de la part des sciences humaines et sociales, sur quoi le voit-on se fonder au juste ? Comment « fonctionnent » les mathématiques dans ces secteurs pour lesquels la mathématique serait un recours obligé ? Est-on passé d'un mathématisme comme projet à un mathématisme comme réalité vécue ? Piaget mentionne Lévi-Strauss : Lévi-Strauss a donné en 1949 son grand ouvrage, *Les structures élémentaires de la parenté* [35]. Un appendice à la première partie contient une étude, due au mathématicien André Weil, de la structure mathématique du système de parenté d'une société australienne (les Murngin). Ce travail sera repris plus tard, et étendu, par un autre mathématicien, Philippe Courrège [36]. On peut limiter à cela l'usage que Lévi-Strauss fait des mathématiques dans son travail d'anthropologie [37]. Pour le reste, il semble que *l'emprunt* aux mathématiques soit bien différent d'une véritable mathématisation. Prenons un exemple. À propos des Kariera, Lévi-Strauss parle d'une division de l'ensemble des classes matrimoniales en deux moitiés patrilinéaires, division, dit-il, *perpendiculaire* à la division en deux moitiés matrilinéaires. Le terme de « perpendiculaire » est pris au vocabulaire mathématique, mais il est déplacé de ses usages stricts, et ne renvoie à rien sinon à une *image*, réalisée éventuellement sous forme d'une représentation schématique du système de parenté étudié. Le terme n'a donc plus son sens mathématique. Mais ici il est possible (et cela a été fait par Philippe Courrège) de proposer une formalisation mathématique de certains systèmes de parenté présentés par Lévi-Strauss : on définit une *catégorie* de structures mathématiques, les structures élémentaires de la parenté *(sep)*, et on peut montrer alors que le système Kariera est adéquatement représenté, dans cette catégorie, par une sep *produit* (au sens de la catégorie) de deux sep, la sep à deux moitiés patrilinéaires et la sep à deux moitiés matrilinéaires. Ce que Lévi-Strauss désignait comme « deux divisions *perpendiculaires* l'une à l'autre » reçoit ainsi une formulation mathématique : « structure *produit* de deux structures » [38]. Cet exemple permet de saisir qu'il peut y avoir usage *déplacé* d'un vocabulaire mathématique qui, s'il ne réalise pas, à ce niveau d'emploi, une véritable mathématisation, permet à l'auteur de cerner du *mathématisable*. Mais

[33] *Ibid.*, pp. 9-10. Pour Lefebvre, le structuralisme « ne représente scientifiquement, à peu de chose près, que la version cartésienne de l'empirisme logique, si répandu dans les pays anglo-saxons » (*Ibid.*, p. 11).
[34] Pour un exemple, cf. Claude Ligny, « Mathématiques innocentes ? », *Les Temps Modernes*, n° 327, octobre 1973, pp. 597-620.
[35] PUF, Paris, 1949 ; seconde édition 1967.
[36] Cf. *Anthropologie et calcul*, UGE (Coll. 10/18), Paris, 1971, pp. 126-181 ; et aussi Y. Chevallard, *Deux études mathématiques sur la parenté*, CEDIC, Paris, 1977.
[37] Pour une analyse sur ce point, cf. André Régnier, « De la théorie des groupes à la pensée sauvage », *in Anthropologie et calcul*, *op. cit.*, pp. 271-298 ; et aussi Dan Sperber, *Qu'est-ce que le structuralisme ?* 3. *Le structuralisme en anthropologie*, Le Seuil, Paris, 1968.
[38] Cf. Y. Chevallard, *op. cit.*, pp. 28-29.

la mathématisation qui pourra éventuellement en être faite n'emploiera presque jamais, sinon par hasard, les termes mathématiques par lesquels l'auteur a voulu présenter son objet d'étude [39]. Cette distinction est essentielle pour juger du type de recours aux mathématiques à l'œuvre chez Lévi-Strauss. Le mathématisme y est présent à la fois comme projet (partiellement réalisé ensuite par les mathématiciens), et comme *ambiance.* L'ambiance se construit selon un mécanisme de *décontextualisation* qui – en assurant le dérèglement du sens – autorise le réemploi libre du lexique mathématique. Le mot de « perpendiculaire » a un sens précis en géométrie euclidienne élémentaire. On peut lui ouvrir encore de nouveaux champs théoriques où il conservera (ou plutôt, où il acquerra) un sens exact : par exemple, la théorie des espaces de Hilbert. À rebours, le réemploi libre, dans l'illimitation de la métaphore, suppose *l'annulation* du contexte théorique, la désinsertion du mot par rapport au contexte, sa décontextualisation. Mais son statut alors change. Le concept, ailleurs soumis à des usages théoriquement réglés, n'a dès lors plus qu'un mode de manifestation spectaculaire. Si le mot vient occuper brillamment le devant de la scène, il n'y représente guère plus que lui-même. *Les mathématiques fonctionnent alors comme langage, pourvoyeur de signifiants,* formes vides à recontextualiser. Si l'auteur a décontextualisé c'est peut-être qu'il ne connaissait pas (ou connaissait mal) le contexte, ou qu'il ne s'en souciait pas. S'il peut recontextualiser ensuite, c'est qu'il connaît quelque chose *d'autre,* et qu'il se soucie d'autre chose, qu'il va exprimer en enchaînant les *mots,* déplacés de leur discours d'origine, au sein d'un *autre* discours. Inutile d'attendre un vrai *rapport d'utilisation* aux mathématiques. Plutôt un rapport de barbarie [40], fécond sans doute, et inévitable peut-être, mais tout différent. Quinze ans après *Les structures élémentaires de la parenté,* préfaçant *Le cru et le cuit* [41], Lévi-Strauss le dira sans détours :

> Nous passerons beaucoup plus rapidement sur les commentaires qu'appellent dans ce livre, le recours intermittent à des symboles d'allure logico-mathématique qu'on aurait tort de prendre trop au sérieux. Entre nos formules et les équations du mathématicien la ressemblance est toute superficielle... Les formules que nous écrivons avec des symboles empruntés aux mathématiques, pour la raison principale qu'elles existent déjà en typographie, ne prétendent rien prouver... Mieux que personne nous avons conscience des acceptions très lâches que nous donnons à des termes tels que symétrie, inversion, équivalence, homologie, isomorphie... Nous les utilisons pour désigner de gros paquets de relations dont nous percevons confusément qu'elles ont quelque chose de commun... Les catégories grossières que nous utilisons comme des outils de fortune devront être analysées en catégories plus fines et méthodiquement appliquées. Alors seulement, les mythes seront passibles d'une analyse logico-mathématique véritable, dont on nous pardonnera peut-être eu égard à cette profession d'humilité, de nous être naïvement amusé à esquisser les contours. [42]

Langage mathématique, mais au degré zéro de son écriture. Pour surprenant que cela soit, voilà ce qui fut l'un des points d'appui d'une représentation sociale des mathématiques et de leur « nécessité » pratique, dont les *médias* renverront l'écho multiplié, progressivement amplifié jusqu'au concert des années soixante.

---

[39] On note ici encore *l'archaïsme* du lexique par rapport aux outils réels de la mathématisation : l'auteur parle le langage de la géométrie quotidienne, quand il y faut, précisément, de « l'algèbre générale ».

[40] Vieille question : aux oreilles du mathématicien, le langage d'emprunt de l'« utilisateur » sonnera vraisemblablement toujours comme la langue du Barbare aux oreilles du Grec : Einstein était un barbare pour Minkowski.

[41] Plon, Paris, 1964.

[42] *Op. cit.,* pp. 38-39. Après cette protestation d'innocence Lévi-Strauss continuera tout aussi librement à user de termes mathématiques. Dans les discussions du séminaire qu'il anime au Collège de France (1974/75), on relève ceci : « ... Car, avec ce qui nous a été dit des Samo, on note aujourd'hui une frappante *symétrie inversée,* pour autant que, chez les Samo, le problème procède du morcellement de l'individu en âmes ou en doubles, tandis que chez les Bororo, le problème de l'identité consiste à composer ou à recomposer l'individu au moyen d'emblèmes et de positions. » (*L'identité,* Bernard Grasset, Paris, 1977, p. 180). C'est moi qui souligne –Y.C.

Le structuralisme comme mythe

Dans la réforme des mathématiques modernes, ou dans l'esprit de ses promoteurs et de ses artisans, il y a autre chose que cela bien sûr. Autre chose, et de plus profond, dont nous essayerons de mesurer la pertinence au regard de l'enseignement des mathématiques lui-même, en même temps que nous marquerons l'inversion de destin que subit le projet qui l'articulait – un relatif échec, et d'une *certaine sorte* surtout, quand on pensait, non sans ingénuité, qu'on ne pouvait faire pire que l'ordre existant. Mais restons encore un peu du côté des sciences humaines, de Piaget singulièrement. Si on laisse de côté le groupe INRC et la notion, énigmatique et décourageante [43], de *groupement,* il y a chez Piaget une idée-force. En avril 1952, prenant la parole – après Jean Dieudonné, qui a exposé le point de vue bourbakiste sur la mathématique – à l'occasion d'une rencontre organisée par la CIEAEM [44], il marque la convergence, inattendue et quasiment miraculeuse, entre la conception bourbakiste des structures-mères et de la hiérarchie des structures, et sa propre théorie génétique de l'intelligence [45] :

> Les trois structures fondamentales sur lesquelles repose l'édifice mathématique, selon les Bourbaki, seraient les structures algébriques, dont le prototype est le « groupe », les structures d'ordre, dont une variété couramment utilisée aujourd'hui (avec excès d'ailleurs dans certains cas) est le « réseau », et les structures topologiques. [...] Or, il est du plus haut intérêt de constater que, si l'on cherche à retracer jusqu'en ses racines le développement psychologique des opérations arithmétiques et géométriques spontanées de l'enfant, et surtout des opérations logiques qui en constituent les conditions nécessaires préalables, on retrouve à toutes les étapes, d'abord une tendance fondamentale à l'organisation de totalités ou de systèmes, en dehors desquels les éléments n'ont pas de signification ni même d'existence, et ensuite une répartition de ces systèmes d'ensemble selon trois sortes de propriétés qui correspondent précisément à celles des structures algébriques. des structures d'ordre et des structures topologiques.

Et Piaget entreprend de montrer comment s'établit une correspondance entre structures mathématiques et structures de l'intelligence. Ne suivons pas cette démonstration: il importe seulement de retenir quel *type de rapport* est ainsi assuré entre mathématiques et, en l'espèce, psychologie de l'intelligence. Non un rapport d'utilisation – la théorie piagétienne n'en sort pas mathématisée, en aucun sens du mot. Mais un rapport d'analogie, de parallélisme. Rapport aussi, surtout, d'évocation, et d'invocation. « Les trois structures fondamentales des Bourbaki correspondent à des structures élémentaires de l'intelligence », nous dit Piaget, mais, a-t-il soin d'ajouter, « elles en constituent le prolongement formalisé et non pas naturellement l'expression directe. [46] » Mathématique prise à témoin. La théorie piagétienne trouve un appui extérieur en la théorie bourbakiste – une caution mathématique. Elle n'est pas ingrate pour autant : son appel même majore l'importance de la mathématique, que le

---

[43] La notion de groupement est introduite par Piaget afin de permettre la description des conduites des sujets à l'âge des opérations concrètes (vers 7-8 ans). Sa formalisation mathématique s'est révélée contradictoire.

[44] Soit la Commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques. À travers l'activité de cette commission on voit se dessiner la poussée réformatrice ; entre avril 1950 et avril 1955, elle organisera sept rencontres : *Relations entre le programme mathématique des écoles secondaires et le développement des capacités intellectuelles de l'adolescent* (Debden, Angleterre, avril 1951) ; *L'enseignement de la géométrie dans les premières classes des écoles secondaires* (Kerbergen, Belgique, avril 1951) ; *Le programme fonctionnel : de l'école maternelle à l'université* (Herzberg sur Aarau, Suisse, août 1951) ; *Structures mathématiques et structures mentales* (Rocheton, La Rochet te par Melun, France, avril 1952) ; *Les relations entre l'enseignement des mathématiques et les besoins de la science et de la technique modernes* (Weilerbach, Luxembourg, avril 1953) ; *Les mathématiques modernes à l'école* (Oosterbeek, Hollande, août 1954) ; *L'élève face aux mathématiques. Une pédagogie qui libère* (Bellano, Italie, avril 1955).

[45] Je cite d'après le texte inclus dans *L'enseignement des mathématiques*, tome I, Nouvelles perspectives, Delachaux et Niestlé, Neuchâtel, 1965. Ce texte est présenté comme un résumé de la conférence de J. Piaget.

[46] Piaget, *art. cit.*, p. 17.

psychologue convoque à son ouvrage. Et ainsi de suite, un mythe construit l'autre : l'appui n'en est que plus formidable à la psychologie, d'une mathématique si puissante... « En matières de mythes, observe Roland Barthes, l'entraide se pratique toujours fructueusement. [47] »

Bien entendu, si nous nous situons du côté des mathématiques, nous retiendrons avant tout que, en un sens vague pour nous nécessairement, le psychologue *s'intéresse* aux mathématiques – et sous les espèces des mathématiques *modernes* d'ailleurs. Comment s'y intéresse-t-il ? La mathématique pour lui est efficace, non par son utilisation, mais par sa seule *présence*. Dans son propos, elle est montrée, exhibée, invoquée. L'évocation se majore ostentatoirement en invocation. Dès lors, tout est susceptible de mathématiques – sinon de mathématisation. Dans ce relâchement du *nexus* il faut voir la possibilité théorique de proposer, au moins programmatiquement, la mathématique comme universelle. Dès lors, cette rumeur vague – qu'il faut à tout de la mathématique –, efficace parce qu'elle ne s'ancre pas dans des faits précis d'utilisation, peut prendre son essor. Elle ne s'arrêtera pas de sitôt de tourner dans les têtes. Le mathématisme populaire des années soixante se nourrit de ce mythe, créé par capture et captation, vol de langage au préjudice des mathématiques. Il est peut-être bon de relire aujourd'hui des lignes que R. Barthes consacrait, il y a plus de vingt ans, aux mythes des années cinquante. Remarques précieuses en leur singulière prémonition :

> Quel est le propre du mythe ? C'est de transformer le sens en forme. Autrement dit, le mythe est toujours un vol de langage. [...] Tout langage premier est-il fatalement la proie des mythes ? N'y a-t-il aucun sens qui puisse résister à cette capture dont la forme le menace ? En fait, rien ne peut être à l'abri du mythe, le mythe peut développer son schème second à partir de n'importe quel sens, et, nous l'avons vu, à partir de la privation de sens elle-même. Mais tous les langages ne résistent pas de la même façon [...]. Lorsque le sens est *trop* plein pour que le mythe puisse l'envahir, il le tourne, le ravit dans son entier. C'est ce qui arrive au langage mathématique. En soi, c'est un langage indéformable, qui a pris toutes les précautions possibles contre *l'interprétation* : aucune signification parasite ne peut s'insinuer en lui. Et c'est pourquoi précisément le mythe va l'emporter en bloc ; il prendra telle formule mathématique ($E = mc^2$), et fera de ce sens inaltérable le signifiant pur de la mathématicité. On le voit, ce que le mythe vole ici, c'est une résistance, une pureté. Le mythe peut tout atteindre, tout corrompre, et jusqu'au mouvement même qui se refuse à lui ; en sorte que plus le langage-objet résiste au début, plus sa prostitution finale est grande : qui résiste totalement, cède ici totalement : Einstein d'un côté, *Paris-Match* de l'autre [48].

Le mythe n'est pas le tout de l'idéologie de l'époque, quant aux mathématiques. Mais il en est un élément *actif*. Il va peser sur la *présentation sociale* de la réforme. Subrepticement il en infiltrera les intentions, il en informera les stratégies.

Les structures comme nouveaux langages

Les mathématiciens, certains d'entre eux du moins, avaient quelque raison pour vouloir une réforme de l'enseignement. Mais la réforme se fait sous la bannière de la « modernisation », terme non spécifique s'il en est : l'obsession très moderne de la modernité sert de vecteur idéologique privilégié à une transformation qui avait bien d'autres titres, et bien plus légitimes aussi, à se faire. Titres qu'on peut, au fond, résumer d'un mot : « structures » – mathématiques s'entend. En 1948 ont paru *Les grands courants de la pensée mathématique*[49] . Nicolas Bourbaki y donne un article sur *L'architecture des mathématiques*, qui lance le mot de structure vers le plus grand public. Le mot, sinon le concept. La thématique « manifeste »

---

[47] *Mythologies*, Le Seuil, Paris, 1957 ; réédition Coll. Points, 1970, p. 57.

[48] *Loc. cit.*, pp. 217-219.

[49] Présentés par F. Le Lionnais ; nouvelle édition augmentée chez Albert Blanchard, Paris, 1962. Je citerai d'après cette édition.

de l'intervention bourbakiste enchaîne quelques thèmes courants du débat philosophique sur la science : le thème, cher au néo-positivisme, du caractère *unitaire* [50] du savoir (ici, du savoir mathématique) ; celui, popularisé autrefois par Mach, repris autrement par Poincaré dans son « commodisme », de la science comme *denkökonomisch*, moyen d'une économie de pensée ; à côté de cela, le vieux thème de *l'intuition* [51], contrepoids polémique alors indispensable au parti pris axiomatique, et refuge élitaire de l'irréductible altérité du mathématicien ; enfin, le thème de l'ajournement du débat « philosophique » sur la nature des « objets » du savoir mathématique – sous l'allégation d'incompétence de l'auteur. La vigueur et l'originalité du propos perdent à se glisser dans ce corset rhétorique. Le thème *profond* est celui des structures mathématiques comme *outils* de l'activité mathématique. Bourbaki nous dit que les structures sont, pour le mathématicien, des outils plus puissants, plus systématiques, et *standardisés* :

> Les « structures » sont des *outils* pour le mathématicien ; une fois qu'il a discerné, entre les éléments qu'il étudie, des relations satisfaisant aux axiomes d'une structure d'un type connu, il dispose aussitôt de tout l'arsenal des théorèmes généraux relatifs aux structures de ce type, là où, auparavant, il devait péniblement se forger lui-même des moyens d'attaque dont la puissance dépendait de son talent personnel, et qui s'encombraient souvent d'hypothèses inutilement restrictives, provenant des particularités du problème étudié. On pourrait donc dire que la méthode axiomatique n'est autre que le « système Taylor » des mathématiques [52].

Or, le surgissement historique de ces nouveaux outils est pensé ici, indéniablement, et par un défaut d'élaboration épistémologique du débat « philosophique » explicitement rejeté par l'auteur (ce qui est tout de même une prise de parti dans ce débat), comme le surgissement de *nouveaux langages*. La puissance du mathématicien s'accroît de ces registres de parole nouvellement ouverts. L'auteur passe, subrepticement, d'une métaphore de l'*outil* et du *travail*, à la métaphore du *langage* et de la *lecture* : le travail mathématique devient une lecture mathématique, selon divers langages possibles – l'« intuition » portant la charge du choix du langage le plus fécond. Voici exactement les lignes où s'opère ce changement de métaphores [53] :

> [...] On pourrait donc dire que la méthode axiomatique n'est autre que le « système Taylor » des mathématiques.
> Mais c'est là une comparaison insuffisante ; le mathématicien ne *travaille* pas machinalement, comme *l'ouvrier* à la chaîne [...] chaque structure apporte avec elle son *langage* propre, tout chargé de résonances intuitives particulières, issues des théories d'où l'a dégagée l'analyse axiomatique que nous avons décrite plus haut ; et pour le chercheur qui brusquement découvre cette structure dans les phénomènes qu'il étudie, c'est comme une modulation subite orientant d'un coup dans une direction inattendue le courant intuitif de sa pensée, et éclairant d'un jour nouveau le paysage mathématique où il se meut.

On notera, sans insister, les oppositions de valeurs qui « structurent » ce texte, frappant ici d'indignité, et là élevant en gloire, selon un mécanisme qui vient assurer la promotion et l'hégémonie spéculative du nouvel ordre métaphorique : *l'ouvrier* qui *travaille machinalement*, et le *chercheur* qui, *brusquement*, *découvre* ; la *chaîne* à quoi l'ouvrier est astreint, et le *paysage mathématique* où *se meut* le chercheur ; etc. La métaphore victorieuse installe son « schème second » et « ravit dans son entier » (pour reprendre les formules de R. Barthes) le tableau de l'activité mathématique que l'auteur brossait, selon d'autres images,

---

[50] C'est le sens du sous-titre de l'article : *La mathématique, ou les mathématiques ?*

[51] « On ne saurait trop insister sur le rôle fondamental que joue, dans ses recherches, une *intuition* particulière (intuition qui d'ailleurs se trompe souvent, comme toute intuition), qui n'est pas l'intuition sensible vulgaire, mais plutôt une sorte de divination directe (antérieure à tout raisonnement) du comportement normal qu'il semble en droit d'attendre, de la part d'êtres mathématiques qu'une longue fréquentation lui a rendu presque aussi familiers que les êtres du monde réel » (*loc. cit.*, p. 42).

[52] *Ibid.*

[53] *Ibid.* C'est moi qui souligne –Y.C.

quelques lignes plus haut. La conclusion de l'article peut alors condenser dogmatiquement une conception langagière des mathématiques :

> Dans la conception axiomatique, la mathématique apparaît en somme comme un réservoir de *formes* abstraites – les structures mathématiques ; et il se trouve – sans qu'on sache bien pourquoi – que certains aspects de la réalité expérimentale viennent se mouler en certaines de ses formes, comme par une sorte de préadaptation. Il n'est pas niable, bien entendu, que la plupart de ces formes avaient à l'origine un contenu intuitif bien déterminé ; mais c'est précisément en les vidant volontairement de ce contenu qu'on a su leur donner toute l'efficacité qu'elles portaient en puissance, et qu'on les a rendues susceptibles de recevoir des interprétations nouvelles, et de remplir pleinement leur rôle élaborateur [54].

La mathématique est ainsi, selon une formule plus récente [55], « métaphore au sens premier, ou transport dans l'ordre symbolique de ce qui se trouve présupposé mais aboli ». Mathématique comme métaphore du monde mathématique.

Les mathématiques modernes

Que nous dit spécifiquement Bourbaki de cette espèce particulière d'outils que sont les structures ? La notion de structure est abordée par l'explicitation de la notion de groupe : l'exemple est traditionnel [56], et sans doute inévitable [57]. Cette notion rassemble ce qu'on peut voir de commun à, par exemple, l'addition des réels, la multiplication des entiers modulo un nombre premier, la composition des déplacements dans l'espace euclidien à 3 dimensions, pour l'exprimer en une axiomatique abstraite, indépendante des cas concrets ayant appuyé sa définition. Donnée la définition de la structure de groupe, l'auteur conclut :

> On peut maintenant faire comprendre ce qu'il faut entendre, d'une façon générale, par une *structure mathématique*. Le trait commun des diverses notions désignées sous ce nom générique, est qu'elles s'appliquent à des ensembles d'éléments dont la nature *n'est pas spécifiée* ; pour définir une structure, on se donne une ou plusieurs relations, où interviennent ces éléments (dans le cas des groupes, c'était la relation $z = x \tau y$ entre trois éléments arbitraires) ; on postule ensuite que la ou les relations données satisfont à certaines conditions (qu'on énumère) et qui sont les *axiomes* de la structure envisagée. Faire la théorie axiomatique d'une structure donnée, c'est déduire les conséquences logiques des axiomes de la structure, *en s'interdisant toute autre hypothèse* sur les éléments considérés (en particulier, toute hypothèse sur leur « nature » propre) [58].

On peut comprendre, en effet, ce que *sont* les structures mathématiques. Mais on ne nous dit pas ici *à quoi peuvent servir*, et dans quels types de tâches, ces *outils* de l'activité mathématique que seraient les structures. D'outils qu'ils étaient, ils deviennent *objets d'étude* pour le mathématicien ; leurs *situations d'emploi* importent moins maintenant que la panoplie de leurs *propriétés*. L'étude des structures, c'est-à-dire le déroulement des théories axiomatiques correspondantes, sera présentée tendanciellement comme le tout de l'activité mathématique. Apprendre (sinon faire) des mathématiques, à propos d'une structure, ce sera apprendre *la langue de la structure*. Ainsi se dépose la *vulgate* des « mathématiques modernes », que les pesanteurs idéologiques aideront à accréditer. Le texte qui suit est un exemple, entre beaucoup d'autres, de ce qui a pu se penser et s'écrire à cet égard [59] :

---

[54] *Ibid.*, pp. 46-47.
[55] *Encyclopaedia Universalis*, article « Structuralisme ».
[56] Depuis Klein et Poincaré. Pour un exposé plus récent où la notion de groupe est le suppôt de la philosophie, ainsi que pour les références classiques sur le sujet, voir Jean Ullmo, *La pensée scientifique moderne*, Flammarion, Paris, 1969, chapitre IX, « L'intelligibilité de la nature ».
[57] Les structures d'ordre, par exemple, n'ont pas eu la même fortune dans la littérature de vulgarisation. Quant aux structures topologiques, elles sortent des limites de l'épure, comme le remarque Bourbaki, *art. cit.*, p. 40, note 3.
[58] Bourbaki, *art. cit.*, pp. 40-41.
[59] Jean Ullmo, *op. cit.*, pp. 298-299.

> La structure des groupes appartient aux structures algébriques, à côté desquelles se rencontrent d'autres types de structures, tels que les structures d'ordre, les structures topologiques, etc. Le consensus est aujourd'hui établi entre mathématiciens que l'objet propre des mathématiques est *l'étude de ces structures ;* les divers êtres mathématiques (nombres, fonctions, espaces, ensembles) rencontrés dans des théories particulières (algèbre, analyse, géométrie, théorie des ensembles) ne sont que des champs d'application, des réalisations diverses de ces structures.
> L'instrument approprié à la définition et l'élaboration de ces structures est la *méthode axiomatique* dont nous avons vu que, sous sa forme dernière, elle satisfait à l'exigence d'effacer tout caractère concret des objets qu'elle définit, en ne laissant subsister qu'un réseau de relations et leurs propriétés formelles ; ces propriétés mêmes, qui sont les axiomes, s'expriment au moyen d'un *formalisme,* c'est-à-dire de signes conventionnels dont on donne les lois de combinaison et de substitution. Ainsi est éliminé des définitions axiomatiques le langage ordinaire, qui risquerait d'introduire des postulats implicites, des équivoques, ou de fausses images dues au passé dont il est chargé : une axiomatique formalisée réalise l'idéal d'une *langue bien faite*.

Ce nouveau credo porte en lui quelques terribles implications « pédagogiques », qu'on ne saura pas éviter. Si les mathématiques consistent en l'étude des structures, si le moyen approprié à cette étude est la méthode axiomatique, si la théorie axiomatique (qui, donc, en réalise l'étude) est une langue (et une langue bien faite), alors *l'enseignement* des mathématiques sera l'enseignement de ces différentes langues bien faites qui nous font connaître groupes, ordres, anneaux et corps. L'imagerie, qui se fournit au rayon du langage, précipite en elle toute une logique nullement évidente – en fait erronée – de *l'apprentissage* : cette langue que serait la mathématique, on l'apprendra à simplement l'entendre ; comme on retient une chanson, on l'apprendra en l'écoutant se dire. Son enseignement aura donc pour seul et suffisant moyen une *diction impeccable* de cette langue impeccable. C'est le thème de *la rigueur enfin réalisée* : les mathématiques modernes sont une Pentecôte de la rigueur, perfection formelle indépassable enfin advenue. Tout cela compose, *côté enseignement*, un tableau qui se passe de trop longue description [60] : l'enseignement moderne des mathématiques s'organise comme spectacle [61] où est donné à voir – à entendre – la grande parade mathématique. Voici les groupes, les anneaux et les corps. Voici la droite affine. Là, c'est **N** qui, à se répéter, engendre **Z**, dont on tire **Q**. Mathématique, science étrange, qu'on *montre,* mais qui ne se pratique pas !

Le problème des problèmes

Du Bourbaki des structures à la réforme des mathématiques modernes, et même du Bourbaki des structures au Bourbaki des *Éléments* (si, du moins, ce traité a bien une visée pédagogique), il y a un grave malentendu. Le premier écrit légitimement :

> Ce que se propose pour but essentiel l'axiomatique c'est [...] l'intelligence profonde des mathématiques. [...] Là où l'observateur superficiel ne voit que deux ou plusieurs théories en apparences très distinctes, se prêtant, par l'entremise d'un mathématicien de génie, un « secours inattendu », la méthode axiomatique enseigne à rechercher les raisons profondes de cette découverte, à

[60] Pour un tableau très noir des effets de la réforme, voir le numéro spécial « Les maths ? » de la revue *Impascience,* n° 415 (printemps 1976).

[61] La notion de spectacle est au centre de la critique situationniste du capitalisme « avancé » menée à partir de 1957 dans la revue *Internationale situationniste,* dont le directeur, Guy Debord, publiera en 1967 un ensemble de thèses analysant *La société du spectacle* (Champ Libre, Paris, 1967). Dans la première thèse, paraphrasant les premières lignes du *Capital,* il écrit : « Toute la vie des sociétés dans lesquelles règnent les conditions modernes de production s'annonce comme une immense accumulation de spectacles. » Le thème du spectacle est repris, à propos de la science et de la vulgarisation scientifique, dans l'excellent livre de Philippe Roqueplo, *Le partage du savoir* (Le Seuil, Paris, 1974).

> trouver les idées communes enfouies sous l'appareil extérieur des détails propres à chacune des théories considérées, à dégager ces idées et à les mettre en lumière [62] .

Cela est sans doute vrai *pour le mathématicien*, c'est-à-dire *pour qui a une pratique mathématique* : le programme, énoncé par Lejeune-Dirichlet, visant à substituer les idées au calcul, se trouve en effet largement avancé avec la mise au jour et l'étude des principales structures. Mais l'apport de cette étude n'a plus le même sens pour le « profane », *exclu de la pratique mathématique* – lecteur d'un article de vulgarisation, ou élève de lycée. Pour lui le récit des grandes batailles structurales des mathématiciens ne réfère à rien de vécu, le discours du mathématicien « n'enclenche pas, il tourne sur lui-même dans l'ordre du discours [63] ». Raymond Queneau a tort quand il présente [64], dans l'enthousiasme du début des années soixante, les *Éléments* de Bourbaki comme « les bottes de sept lieues que quiconque doit chausser » pour rattraper le train mathématique. Après coup, passée la vivifiante fraîcheur du matin structuraliste, qui rend tout facile, certaines notations d'époque perdront beaucoup de leur créance. Celle-ci par exemple :

> Pour qui a découvert la théorie des groupes de substitutions dans Serret (ou même dans Verriest), le visage qu'elle prend dans Bourbaki (en partie refoulée dans les exercices) peut au premier abord déconcerter. Une fois qu'on a compris la nouvelle présentation, on peut se demander en pensant aux non initiés : « Que peut-on y comprendre, si on ne sait pas déjà de quoi il s'agit ? » Eh bien ! il faut avoir confiance [65].

Heureux pourtant, heureux celui qui a découvert la théorie des groupes dans Serret ! Pour penser le contraire, il faut nier le clivage de la pratique et de la non-pratique – qui sépare – par la fiction d'un *langage commun* – qui identifie, mais dans l'ordre du discours seulement. Cette *dénégation* n'est pas réservée aux mathématiques. Tout le « culturel », à l'école et dans les « loisirs », se construit alors comme occultation des contradictions de la culture, entre scène et public, entre élite et société : « Ces deux régimes de la culture, écrira l'historien Michel de Certeau [66], ne se différencient plus par des “valeurs”, par des contenus, par leur “qualité” ou par des particularités de groupe. Ils se distinguent *par leur rapport à l'action... Le langage donne en spectacle l'action que la société ne permet plus.* » La représentation se fait recours contre l'absence de vécu. « Les légendes pour spectateurs assis prolifèrent. [67] » Le langage devient le subs titut de l'action.

De quelle action ? On a parlé d'outils. Pour quelles tâches ? La réponse est brève : pour s'attaquer à des *problèmes*, et pour les résoudre (peut-être). Les problèmes sont le *moteur* (le nerf, disait Bachelard) de la recherche, en mathématiques comme ailleurs. Les outils sont les moyens d'attaque des problèmes. Le mot même de problème n'est apparu qu'incidemment dans la présentation bourbakiste du rôle des outils structuraux : « ...auparavant, écrit-il, [le mathématicien] devait péniblement se forger lui-même des moyens d'attaque dont la puissance dépendait souvent d'hypothèses inutilement restrictives, provenant des particularités du *problème* étudié. » C'est moi qui souligne. Le mot aurait bien pu être oublié. Pourtant, c'est le problème qui a poussé à mobiliser les outils. C'est lui qui, en quelques cas, pousse à en concevoir, voire à en forger, de nouveaux. Cela va de soi pour le mathématicien, sans doute. Mais les problèmes tour à tour s'effacent, et se renouvellent. Résolus ou pas, ils disparaissent (pour un jour peut-être réapparaître), refoulés (comme dit Queneau) au

---

[62] Bourbaki, *art. cit.*, pp. 37-38.
[63] J'emprunte ces formules, en les décalant, à Philippe Roqueplo, *op. cit.*, p. 91.
[64] « Bourbaki et les Mathématiques de demain », *Critique*, n° 176, janvier 1962 ; reproduit *in Bords*, Hermann, Paris, 1963. La citation faite se trouve page 18 de cet ouvrage.
[65] *Ibid.*, p. 13.
[66] *La culture dans la société* (janvier 1972) ; cité par P. Roqueblo, *op. cit.*, p. 54.
[67] Michel de Certeau, cité par P. Roqueplo, p. 53.

purgatoire des « exercices » (Bourbaki a beaucoup utilisé cette mémoire oublieuse dans ses *Éléments*), ou précieusement recueillis par les historiens des mathématiques. Les outils, plus souvent, demeurent : nés de tels ou tels problèmes, ils libèrent leur puissance d'action dans l'amnésie de leur genèse. C'est eux que l'on retiendra. C'est eux que l'enseignement retient. Mais ils ne servent plus à attaquer des problèmes. Un certain enseignement « moderne » a tendu exclusivement à organiser leur présentation, ou leur interminable construction (que l'on pense à la géométrie), non à mettre en lumière leur capacité d'action dans les situations de fonctionnement spécifiques. Par là se réalisait une véritable *décontextualisation* de l'outillage conceptuel que les structures étaient venues mettre à la disposition du mathématicien. Ici cependant, la décontextualisation n'est nullement le fruit d'une altération syntaxique, telle que nous l'avons saisie chez Lévi-Strauss. Non. La syntaxe est maintenue. Le mathématicien, en un premier temps, croit y reconnaître ses petits. La désinsertion ne se fait pas par rapport au contexte *discursif*, mais par rapport *au réseau des problématiques et des problèmes* où le concept est engagé. Situation insidieusement mystificatrice : car on peut croire « faire des mathématiques » puisqu'on parle – avec une sourcilleuse rigueur – le *langage* des mathématiques. On peut... à condition de croire que les mathématiques sont un langage, et qu'il suffit de parler.

Problèmes-idées-outils : leur réduction discursive

Entre problèmes et outils il est bon de glisser un troisième terme : les *idées* – le mathématicien a des idées, des idées d'attaque des problèmes qu'il se pose. Un outil est une idée *matérialisée,* une idée descendue du ciel des rêveries fécondes, réifiée sur la terre du formalisme mathématique. C'est pourquoi, comme l'écrivait Bachelard [68], « il faut rompre avec ce poncif cher aux philosophes sceptiques qui ne veulent voir dans les mathématiques qu'un *langage*. Au contraire la mathématique est une *pensée,* une pensée sûre de son langage ». Voici de cela un exemple, celui d'un problème aujourd'hui mort, mais qui eut une vie assez riche pour qu'on lui donne un nom : le problème de Moivre. Dans sa *Doctrine of Chances* (3e édition, 1756), Abraham de Moivre (1667-1754) l'énonce ainsi :

> To find how many Chances there are upon any number of Dice, each of them of the same number of Faces, to throw any given number of points [69].

En d'autres termes, quelle est la probabilité d'obtenir, en lançant n dés (ce sont des dés « généralisés », à f faces), une somme de points égale à k ? C'est un problème qui a une préhistoire, aux franges des mathématiques [70]. Huygens le résout pour n = 2 et 3 dans son *De*

[68] *L'activité rationaliste de la physique contemporaine*, PUF, Paris, 1951, p. 29 (réédition UGE, Paris Coll. 10/18, p. 42).

[69] Troisième édition (posthume) 1756. Réédition photographique chez Chelsea Publishing Company, New York, 1967. La citation se trouve p. 39.

[70] Cardan, dans son *Liber de Ludo aleae* (écrit vers 1526 mais publié bien après la mort de son auteur, en 1663), donne une énumération correcte des cas pour deux et trois dés. On retrouve le problème dans un écrit très court dû, curieusement, à la plume de Galilée. Sur la demande d'un haut personnage (peut-être son protecteur, le Grand Duc de Toscane : « Ora io, per servire a chi mi ha comandato che io deva produr cio che sopra tal difficoltà mi sovviene, esporro il mio pensero...), Galilée entreprend d'apporter réponse à une question qui pouvait chagriner un joueur invétéré, fin observateur de surcroît : au lancer de 3 dés, les nombres 9 et 10 par exemple s'obtiennent d'autant de façons (entendez : « non ordonnées ») l'un que l'autre, et pourtant 10 est plus avantageux (plus fréquent) que 9. La différence des probabilités n'est pourtant que de 1/108 : il fallait une longue pratique des jeux de dés pour la déceler (Galilée parle à ce propos de « lunga osservazione »...). Dans son style prolixe, Galilée fournit une réponse détaillée, à peu près dans les termes d'un cours élémentaire de probabilités d'aujourd'hui, et on peut toujours lire avec intérêt ces quelques pages, qui ne furent d'ailleurs publiées qu'en 1718, à Florence (« Sopra le scoperte de i dadi », *Opere*, VIII, 1898 (1933), pp. 591-594). À quelques décennies de là, l'histoire va se répéter : en 1654, Antoine Gombauld, Chevalier de Méré, Sieur de Baussay, s'ouvre à

ratiociniis in Ludo Aleae (1657), et Jacques Bernoulli, qui intègre l'ouvrage de Huygens dans son *Ars conjectandi* (1713), en étend le traitement au cas $n = 4$. Mais il restait à trouver une formule donnant le résultat *d'un coup*, pour toute valeur de n : c'est cela le problème que Moivre va résoudre. Il donne d'abord sa solution *sans démonstration* (en 1711, dans son mémoire *De mensura sortis*). La démonstration suivra, en 1731, dans ses *Miscellanea analytica de seriebus et quadraturis* ; il la redonne enfin dans la seconde édition (1738) de sa *Doctrine of Chances,* « at the desire of some Friends ». Car bien sûr, la solution n'est pas tout [71] : comment en est-il arrivé là ? se demande-t-on autour de lui. Moivre a eu une *idée,* qu'il révèle [72] :

> Let us imagine a Die so constituted as that there shall be upon it one single Face marked I, then as many Faces marked II as there are Units in r, and as many Faces marked III as there are Units in rr, and so on; that the geometric Progression $1 + r + rr + r^3 + r^4 + r^5 + r^6 + r^7 + r^8$, &c. continued to so many Terms as there are different Denominations in the Die, may represent all the Chances of one Die: this being supposed, it is very plain that in order to have all the chances of two such Dice, this progression ought to be raised to its Square, and that to have all the Chances of three Dice, the same Progression ought to be raised to its Cube; and universally, that if the number of Dice be expressed by n, that Progression ought accordingly to be raised to the Power n. Now suppose the number of Faces in each Die to be f, then the Sum of that Progression will be $\frac{1-r^f}{1-r}$; and consequently every Chance that can happen upon n Dice, will be expressed by some Term of the Series that results from the Fraction $\frac{1-r^f}{1-r}$ raised to the Power n.

L'idée de Moivre consiste à associer à un dé à f faces le *polynôme* $1 + r + r^2 + r^3 + ...+ r^{f-1}$. Ensuite il est « très évident » *(very plain)* qu'il faut faire ceci (en substance) : considérant que le « nombre de chances » (le nombre de « cas favorables ») cherché n'est autre que le coefficient de r^{k-n} dans le développement du polynôme $(1 + r + r^2 + r^3 + ...+ r^{f-1})^n$, on écrit que $(1 + r + r^2 + r^3 + ...+ r^{f-1})^n = \left(\frac{1-r^f}{1-r}\right)^n$, et on *développe en série* cette dernière fraction. Ici Moivre utilise un *outil*, antérieurement constitué, dû à la génération précédente de mathématiciens, celle de Newton [73] : la notion de *série,* et de *développement en série* (notions à la théorie desquelles il a lui-même contribué dans les *Miscellanea analytica*). Cet outil est né d'une grande idée : Newton en donne l'origine – en ce qui le concerne – dans les premières lignes de sa *Méthode des Fluxions* [74]. Bref, l'*outil* des développements en série fécondant *l'idée* de Moivre, on arrive à une formule qui, en notations actuelles, peut s'écrire :

Blaise Pascal de quelques problèmes que lui inspire la fréquentation des tables de jeux. Parmi ces jeux, le jeu du *passe-dix* ne laisse pas de l'intriguer : au passe-dix le joueur jette trois dés et gagne s'il « passe dix » (s'il obtient onze points ou plus). Or les joueurs ont observé que l'on gagne plus souvent avec 11 points qu'avec 12 (ou que l'on perd plus souvent avec 10 points qu'avec 9). Et pourtant l'on peut obtenir 12 points de 6 manières différentes, autant que de manières d'obtenir 11. Pascal répondra en employant des dés de couleurs différentes, pour montrer qu'il a 27 « façons » d'obtenir 11, et 25 seulement d'obtenir 12...

[71] Pierre Rémond de Montmort était arrivé, dans son *Essay d'analyse sur les jeux de hasard,* Paris, seconde édition 1713, à une formule analogue, mais bien plus laborieusement. Il entama d'ailleurs avec Moivre une querelle de priorité, vite désamorcée.

[72] *Doctrine of chances,* p. 41.

[73] On peut rappeler l'anecdote : dans les dernières années de sa vie, Newton avait coutume de répondre à ceux qui le consultaient sur des questions de mathématiques : « Go to Mr De Moivre, he knows these things better than I do. »

[74] « La grande conformité qui se trouve dans les Opérations littérales de l'Algèbre, & dans les Opérations numériques de l'Arithmétique ; cette ressemblance ou analogie, qui seroit parfaite, si les Caractères n'étoient pas differens, les premiers étant généraux & indéfinis, & les autres particulier & définis, devoit naturellement nous conduire à en faire usage ; & je ne puis qu'être étonné de ce que personne, à moins que vous ne vouliez excepter M. *Mercator, de Quadratura Hyperbolae,* n'a songé à appliquer à l'Algèbre la doctrine des Fractions Décimales,

$$\mathrm{P}_n(k) = = \frac{1}{f^n} \sum_{i=0}^{m_1} (-1)^i \binom{n}{i} \binom{k-fi-1}{k-n-fi} \text{ où } m_1 = \min\left(n, \left[\frac{k-n}{f}\right]\right).$$

« De Moivre's contemporaries, écrit un historien [75], were fully seized of the value of the artifice thus introduced. » Le problème [76] de Moivre va, peu à peu, s'évanouir : on en parle encore à la fin du XIX^e siècle (J. Bertrand, dans son *Calcul des Probabilités*, réédité en 1907, donne une table pour $n \leq 8$ par exemple). Mais *l'idée* de Moivre, elle, fait son chemin : entre les mains de Simpson d'abord, puis surtout de Lagrange et de Laplace, elle devient un *outil*, puissant et souple, en théorie des probabilités – et aussi en analyse combinatoire par exemple. Cet outil, c'est le concept de *fonction génératrice* d'une distribution de probabilités (le nom lui-même est dû à Laplace, 1782). Aujourd'hui, un cours sur les fonctions génératrices pourra commencer ainsi :

> *Proposition et définition :*
>
> Soit p une probabilité sur **N** définie par $p(i) = p_i$, $i = 0, 1...$, et $\sum_{i=0}^{\infty} p_i = 1$. La série $\sum_{n=0}^{\infty} p_n z^n$ est convergente dans le disque $\{ z : |z| \leq 1 \}$. La fonction $G(z) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n z^n$ ainsi définie dans le disque unité est appelée fonction génératrice de Laplace de p.

Puis on démontrera que, si $X_1, X_2, \ldots, X_n$ sont n variables aléatoires indépendantes (à valeurs dans **N**), on « a » $G_{X_1 + X_2 + \ldots + X_n} = G_{X_1} G_{X_2} \ldots G_{X_n}$. Bottes de sept lieues sans doute. L'étudiant sait-il *vers quoi* on le fait courir ?

Pourtant, c'est bien ainsi que s'opère la *réduction discursive* des mathématiques. Le discours mathématique se construit par l'inscription formelle des idées devenues « concepts », « méthodes », « théories », sous l'impulsion saccadée des problèmes. Sur la chronique bouleversée du « travail » mathématique, où jouent les uns sur les autres problèmes, idées et outils [77], le discours mathématique vient établir sereinement son cours. D'une histoire complexe il conserve et nous transmet une trace formelle, résidu matériel négateur de l'histoire qui l'a produit (ou la reproduisant *fictivement* dans sa diachronie discursive), et à son tour *moyen de production* de cette histoire. À chaque instant, « les mathématiques » ont ainsi pour représentant tangible « le discours mathématique », où le passé vient s'inscrire et s'occulter, où le futur se prépare. À chaque instant, leur *moment discursif* se propose en représentant fidèle et légitime de l'ensemble du travail mathématique : héritier du passé qu'il abolit, et ferment de l'avenir. Dans certaines situations sociales (dans certaines situations d'enseignement, notamment). où la « présence » des mathématiques est d'abord. ou exclusivement, celle de leur moment discursif. dans ces situations donc où la pratique des mathématiques n'est que la pratique du discours mathématique – dans son écoulement

---

puisque cette application ouvre la route pour arriver à des découvertes plus importantes & plus difficiles. » (*Méthode des Fluxions*, traduction de Buffon, Paris, 1740, pp. 1-2).

[75] Hilary L. Seal, *The Historical Development of the Use of Generating Functions in Probability Theory* (1949), reproduit *in Studies in the History of Statistic and Probability*, vol. II, Charles Griffin & Co. Londres, 1977, pp. 67-86. La citation est page 69.

[76] Sur l'histoire subséquente de ce problème, voir *l'Encyclopédie des Sciences mathématiques*, 120, *Calcul des probabilités* par J. Le Roux (d'après E. Czuber), pp. 14-17.

[77] La description donnée ici est évidemment simplifiée : sur les mathématiques comme science (donc) expérimentale, voir P. Raymond. *Le passage au matérialisme*, Maspero, Paris, 1973, notamment la partie IV, *Les mathématiques. science expérimentale*, p. 267 et suiv.

contrôlé, interdicteur des écarts de parole – la mathématique pourra être vécue, en effet, comme une langue, une langue bien faite, une langue qui pense toute seule, et va son chemin.

Marseille, au tout début des années 80 ([*]).

([*]) Nous tenons ici à remercier Mireille Andrieux pour sa collaboration précieuse à l'élaboration de ce texte.